

# 1 原子炉物理

序章ウランの核分裂制御から発電まで第1 章原子核の物理第2 章中性子と物質の反応第3 章核分裂と連鎖反応第3 章中性子の拡散第5 章原子炉の臨界第6 章中性子の減速第7 章原子炉の動特性第8 章原子炉の反応度第9 章燃焼第10章原子炉の炉心設計第12章広がる応用

一一一般的小学会。

### 発刊に当たって

#### 編集者のことば

「原子炉物理学」の基礎は誰が作ったのでしょうか。1952年に出版されたS.GlasstoneとM.Edlundの『The Elements of Nuclear Reactor Theory』が原子炉物理の基礎となる教科書と思われます。また、皆さんよくご存知の E.Fermiがシカゴ大学にて行った原子核物理学の講義のノートを再録した『Nuclear Physics』にも中性子の減速、拡散理論、中性子散乱、連鎖反応についての記述があり、原子炉物理の基本事項の多くが既に説明されています。

原子炉物理は、狭義の意味では原子炉内の中性子挙動を把握する学問であり、理論面では中性子束の挙動 は反応断面積を用いたボルツマン方程式により記述されています。その理論の基礎は初期のころと変わりませ んが、計算機の急速な発達により、今日では高精度の計算が可能になりました。

一方実験面では、E.Fermiの臨界達成以来、1970年頃までに多数の臨界実験装置が建設され、個々の炉心 概念に基づく実験が行われました。測定手法の改善や測定装置の改良発達によって測定値の高精度化や測定 範囲の拡大等が行われてきました。

このような原子炉物理学の進展に伴い、新しい原子炉物理の教科書が求められており、この度、日本原子力 学会コアカリキュラム委員会で原子炉物理学の教科書作りをやろうという事になったのを機会に、大学学部課 程で初めて原子力を学ぶときの教科書作成を行いました。入門書ということで原子炉物理の必須の事項を系 統的に記述することを目指しました。範囲・量としては大学学部での半期の授業 (90分授業、13~14回) で履修 する内容を取り扱いました。

この必須の事項(キーワード)は、種々の原子炉物理学の教科書を参考として、編集主幹および執筆委員が 学部での授業実績・経験、既存教科書に基づき決定しました。

本書は序章の「ウランの核分裂制御から発電まで」と12章の各論から構成されています。写真や図表を多く し脚注を加え、わかりやすく親しみやすいよう工夫しました。さらに要所々々に例題を設け、理解の確認ができ るようにしました。本書で学んだ事項が実際の原子炉の設計でどう生かされているか、原子炉物理の実験とは どのようものかなども紹介しました。最後の章は「広がる応用」として原子炉物理が原子力の様々な分野で知 識基盤として用いられていることを示しました。

このように、世の中に出ている原子炉物理教科書のうち一番わかりやすい教科書を目指しました。そのため本書で は原子炉物理のいくつかの重要事項をあえて省略して記述したところもあります。たとえば中性子の減速では、吸収 のある場合の減速理論は簡単に記述するにとどめました。また原子炉の動特性方程式では遅発中性子の発生を6 群で考えるのが普通ですが1群で記述しました。それでも原子炉の時間変化を追跡する本質的な考え方は損なわれ ておりません。初心者でも基礎から原子炉内の中性子挙動を把握できるようにすることを優先しました。

教科書を作成するのに当たっては、日本原子力学会コアカリキュラム開発検討委員会から編集主幹を選び、 主幹および炉物理研究部会、核データ研究部会の推薦を得て執筆委員を決め、さらに編集担当者に学会非常 勤職員をあて、本教科書作成を進めました。

最後に、この教科書を通して多くの方が原子炉物理学に興味を持っていただければ幸いです。 平成21年1月

大阪大学大学院 工学研究科 教授

竹田敏一

- iv -

#### 推薦のことば

21世紀初頭の10年が終わろうとする今、人類はエネルギー資源が有限という実感を改めて持つに到った。そ して地球温暖化防止の意図を込めた環境論に熱中している。この情勢にあって我々人類は、核分裂エネルギー の平和利用をいかに将来のエネルギー源として位置づけるべきか。これに関して現在、一般社会では戸惑いと 誤解さえ含んだ見方・考え方が散見される。

この状況下で、エネルギー取得の政策・方法の実行・実現に当る次世代の若者に我々が期待・要求するのは 何であろうか。それは過去50年間、世界的な原子力平和利用の歴史の中で蓄積された、基礎学問・技術・デー タをしっかり習得し、それを今後に展開する社会からの要請、技術的要求に適用して解決を図る能力であろう。 かかる頼り甲斐のある次世代の輩出を助ける意図から、今回、日本原子力学会が企画し、ここに実現の運びと なった一連の教科書出版は、まさに壮挙と言うべきである。

さて、原子炉物理学の分野に長年携わってきた我々の世代は、この学問を、原子力エネルギー利用のための 重要な基礎分野の一つと考えているが、次世代の人たちがこれを学ぼうとする意図は、我々と異なり、我々の時 代より後に現れた社会の変化を反映して、より広範で多様となるに違いない。たとえば原子力がエネルギー源と して用いられるに際して、その応用上の役割に応じて燃料の材料・形態・種類さえ今後、変化するかも知れない。 原子炉の運転・管理方式も様変わりするであろう。

更に、これまでに残念ながら原子力分野で経験された各種の事故については、教育の場で本教科書のレベル程度の学習は不可欠であろう。また我が国の特殊事情としての大地震の可能性に対する対応については、原子 炉物理学以外の本シリーズ教科書で、ページが少なくても何らかの説明が期待される。

このように多面的な記述上の要請を考えると、今回、企画・発行する教科書は、もはや海外の原書から出発した翻訳スタイルの文章でなく、我々日本人独自の思考文化に整合した筋道に沿って展開するものが望ましい。

本書は竹田敏一、工藤和彦両氏の指導の下でそれが達成されており、この点こそ、私が本書の強みとして推 薦・期待する点である。ここに名を連ねた執筆陣は、今まで教育の現場に携わって来られ、原子炉物理におけ る基礎実験を指導なさる一方、近年の計算機利用技術の発達を存分に活かして、この分野で我が国独自の技 術を築かれ、国際的な場で活躍して来られた方々に他ならないからである。

今後、このテキストで育った次世代によって、我が国の原子炉分野が特徴を持った発展を遂げることを期待しよう。

平成21年1月

名古屋大学 名誉教授

仁料 流= 印

### 原子炉物理学

発刊に当たって	iii
編集者のことば	··iv
推薦のことば	·· v
お断り:序章は著作権の関係で掲載を見合わせております。	
序章 ウランの核分裂制御から発電まで	••1
1 初めての臨累達成-連鎖反応を思いどおりに握れた	
<ol> <li>7. 防火 (v) 福介 (注) (1. (1. (1. (1. (1. (1. (1. (1. (1. (1.</li></ol>	
<ol> <li>         2. 面子中政 フランシン(などと同う)について、         3. 面子中国 フラン (などと同う)について、         3. 面子中国 フラン (などと同う)について、         3. 面子中国 フラン (など)について、         3. 面子中国 (など)について、</li></ol>	
3. 床1万光电 床1万千不花1 07 1 扣的用 107 匹成	4
第1会 百乙枝の物理	7
<b>第1</b> 早 <b>広</b> 1 悠の初建	
	8
1.2 原子と原子核	8
1.2.1 原子構造	8
1.2.2 エネルギーの単位	8
1.2.3 化学反応のエネルギーと核反応のエネルギー	9
1.3 原子核の構造	. 9
1.3.1 原子番号と質量数	. 9
1.3.2 同位体と同重体	. 9
1.3.3 原子核の大きさ	10
1.4 結合エネルギー	10
1.4.1 質量欠損	10
1.4.2 結合エネルギーの特徴	11
1.4.3 核力	12
1.4.4 半経験的質量公式	13
1.4.5 原子核の安定性	15
1.4.6 殻モデルとマジックナンバー・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	15
1.5 原子核の崩壊	16
1.5.1 崩壊の種類と崩壊法則	16
1.5.2 α崩壊	17
1.5.3 β崩壊	17
1.5.4 軌道電子捕獲 (EC)	18
1.5.5 γ崩壊	18
1.6 核反応	18
1.6.1 散乱反応	19
1.6.2 吸収反応	19
1.6.3 核融合	21
1.7 まとめ	22
演習問題	23
第2章 中性子と物質の反応	25
	26
2.1 (ほしの)に 2.2 (湖道) (ミクロ) 新面積	20
23 微視的断面積の種類	20 27
2.5 四九円町四項(27)(国) 2.4	27 28
<b>2.</b> 7 日の回(() / 日) 町回復() 下の日田17住 <b>7</b> 5 微相的版面積の値とエネルギー変化	20 20
2.3 [风川川町]町11(19)1回にエイルイータ11	3U 21
2.5.1 1/0付任	31 21
2.5.2 大物	22
2.3.3 しき*1入心	32

2.5.4 平坦な断面積	32
2.6 中性子密度と中性子束	33
2.6 断面積のデータベース	34
2.8 まとめ	35
演習問題	36

第3章 核分裂と連鎖反応	37
3.1 はじめに	38
3.2 核分裂反応	38
3.3 核分裂性核種と親物質	38
3.4 核分裂中性子	41
3.5 核分裂エネルギー	44
3.6 核分裂生成物	47
3.7 燃焼と燃焼度	48
3.8 核分裂性核種と増殖性能	49
3.9 増倍率と反応度	50
3.10 まとめ	52
演習問題	53

第4章 中性子の拡散 (拡散理論)	55
4.1 はじめに	56
4.2 中性子拡散方程式の発見的導出	57
4.2.1 連続の式	57
4.2.2 中性子束と中性子流	59
4.2.3 Fickの法則	62
4.2.4 拡散方程式	64
4.3 拡散方程式の解	65
4.3.1 概要	65
4.3.2 境界条件	65
4.3.3 拡散方程式の解析解	67
4.4 多群拡散方程式	75
4.5 数值解法	77
4.6 まとめ	77
演習問題	78

第5章 原子炉の臨界	79
5.1 はじめに	80
5.2 中性子源が既知の場合と未知(核分裂中性子源)の場合の比較	80
5.2.1 無限均質体系の例	80
5.2.2 一次元平板体系の例	80
5.3 核分裂中性子源を含む拡散方程式	81
5.4 実効増倍率の計算とバックリング	83
5.4.1 平板体系	83
5.4.2 無限円柱体系	86
5.4.3 有限円柱体系	87
5.4.4 直方体体系	88
5.4.5 種々の体系における中性子束分布・バックリング・実効増倍率	89
5.5 中性子束の規格化	89
5.6 原子炉の臨界方程式	91
5.7 2群拡散方程式と四因子公式・六因子公式	92
5.8 臨界方程式の応用	96

5.9 原子炉の実効増倍率と反射体	99
5.9.1 反射体と反射体節約	99
5.9.2 臨界事故と反射体	100
5.10 まとめ	102
演習問題	103

### 

6.1 はじめに	5
6.2 弾性散乱による減速 106	5
6.2.1 弾性散乱の力学	5
6.2.2 散乱後のエネルギー及び角度の分布	)
6.3 減速過程の取り扱い 111	Ľ,
6.3.1 レサジー	2
6.3.2 減速能と減速比	ł
6.3.3 減速過程における中性子のバランス	5
6.4 共鳴吸収	7
6.4.1 共鳴吸収を逃れる確率	7
6.4.2 実効共鳴積分	3
6.5 熱中性子スペクトル	)
6.6 まとめ	)
演習問題	

## 

7.1 はじめに	24
7.2 動特性方程式	24
7.3 逆時間方程式	.27
7.4 反応度印加による原子炉の出力変化	29
7.4.1 正の反応度ρ>0を印加する場合	30
7.4.2 負の反応度印加の場合 (ρ<β) ······1	31
7.4.3 瞬時に反応度が低下した場合(即発跳躍近似) 1	32
7.4.4 外部中性子源を持つ臨界未満炉の場合	32
7.4.2 制御棒引き抜き事故 (SL-1原子炉事故)	.33
7.5 まとめ ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	.34
演習問題	35

第8章 原子炉の反応度
8.1 はじめに
8.2 原子炉の出力変動と反応度の変化
8.2.1 密度変化の影響
8.2.2 体積変化の影響
8.2.3 反応断面積の影響
8.3 反応度係数の定義
8.4 いろいろな反応度係数
8.4.1 温度係数
8.4.2 ボイド係数
8.4.3 出力係数
8.5 その他の反応度変化
8.5.1 燃料棒の反応度効果
8.5.2 制御棒の反応度効果
8.6 原子炉の固有の安全性
8.7 チェルノブイリ原子力発電所事故と反応度効果 149

8.7.1 事故の概要	· 149
8.7.2 ボイド反応度効果	· 152
8.7.3 制御棒挿入の反応度効果	· 153
8.8 まとめ	· 153
演習問題	· 154

第9章 燃焼	155
9.1 はじめに	156
9.2 燃料の燃焼	156
9.2.1 燃焼の基礎	156
9.2.2 燃焼解析の実際	159
9.2.3 核燃料の燃焼・増殖	161
9.3 核分裂生成物の毒作用	162
9.3.1 <sup>135</sup> Xe <sup>2</sup> <sup>149</sup> Sm ·····	162
9.3.2 毒物の反応度への効果	163
9.3.3 <sup>35</sup> Xeの毒作用	164
9.3.4 Smの毒作用	168
9.4 まとめ	170
演習問題	171

第10章 原子炉の炉心設計
10.1 はじめに
10.2 加圧水型原子炉 (PWR) の炉心設計
10.2.1 PWRの炉心構造の特徴
10.2.2 設計目標
10.2.3 燃料集合体核設計
10.2.4 炉心核設計
10.2.5 核設計と安全解析
10.2.6 核設計と機械設計/熱設計
10.3 沸騰水型原子炉 (BWR) の炉心設計
10.3.1 BWRの炉心構造の特徴
10.3.2 燃料集合体設計
10.3.3 炉心核熱水力特性
10.4 高速増殖炉 (FBR) の炉心設計
10.4.1 FBRの特徴
10.4.2 設計目標
10.4.3 燃料集合体設計
10.4.4 炉心核設計
10.4.5 核設計と機械設計/熱設計
10.5核計算手法 (炉心計算システム)
10.5.1 軽水炉の炉心計算システム
10.5.2 FBRの炉心設計システム ······ 201

第11章 原子炉物理の実験・・・・・20	03
11.1 はじめに	204
11.2 未臨界実験装置 ······· 2	204
11.3 臨界実験装置 2	205
11.4 発電炉の総合試験	205
11.4.1 ゼロ出力試験	205

 11.4.2 出力上昇試験
 206

 11.5 代表的な測定項目
 207

1.5.1 臨界近接と臨身	早量	207
1.5.2 反応率の測定		208
1.5.3 反応度の測定		209
11.6 まとめ		218

第12章 広がる応用・・・・・・219
12.1 はじめに
12.2 原子炉物理の応用
12.2.1 臨界安全と原子炉物理
12.2.2 再処理と原子炉物理
12.2.3 最終処分と原子炉物理
12.2.4 廃炉 (デコミッショニング) と原子炉物理
12.2.5 秘匿核燃料物質の探知と原子炉物理
12.2.6 地雷の探査と原子炉物理
12.2.7 ガンの治療と原子炉物理
12.3 知識基盤としての原子炉物理
12.4 教養としての原子炉物理
12.5 より専門的な原子炉物理
12.6 まとめ

Appendix ·····229
I. 主要な物理定数と単位変換
I. 立体角 (Solid angle) 231
Ⅲ. ベクトル解析 (Vector calculus) 233
Ⅲ.1 ベクトルの内積
Ⅲ.2 座標系の導入
Ⅲ.2.1 直交標系
Ⅲ.2.2 円柱座標系
Ⅲ.2.3 球座標系
Ⅲ.3 原子炉物理で用いられるベクトル演算子
Ⅲ.3.1 勾配 (gradient)
Ⅲ.3.2 発散 (divergence)
Ⅲ.3.3 ラプラシアン (laplacian) ······ 238
IV. ガウスの発散定理 (Gauss divergence theorem)
V. 一階および二階の常微分方程式の解法
V.1 一階常微分方程式
V.2 二階常微分方程式 ······ 243
VI. 双曲線関数 (Hyperbolic function) ····································
<ul><li>1. ルジャンドル関数 (Legendre function)</li></ul>
WII. ベッセル関数 (Bessel function) 251
IX. ラプラス変換 (Laplace Transformation)
X. フーリエ変換 (Fourier Transformation)
用語索引
参考文献
執筆者

# 第1章

# 原子核の物理

- 1.はじめに
- 2. 原子と原子核
- 3. 原子核の構造
- 4.結合エネルギー
- 5.原子核の崩壊
- 6.核反応
- 7.まとめ

[この章のポイント]

物質は原子でできており、原子は原子核とそれを取り巻く電子からで きている。さらに原子核は陽子と中性子とから構成されている。原子核 の質量は構成する個々の陽子と中性子の和より小さく、この質量差を 質量欠損という。

質量とエネルギーが等価であるというアインシュタインの相対性原理 に基づいて、質量欠損分のエネルギーを取出して利用するのが原子力 である。

#### 第1章 原子核の物理

#### 1.1 はじめに

原子炉物理は、原子炉内で起こる核反応を伴う現象に関する物理である。その対象となるのは、核分裂や捕獲などの中性子と原子核の反応と、それに伴って引き起こされる原子核の崩壊・生成とその付随現象である。したがって、原子核の性質を知ることは、原子炉で起こる現象を理解するためには欠かせない。

本章では、まず、エネルギーの単位と中性子などの質量について記述し、さらに原 子と原子核の構造について説明する。

次に、原子核の結合エネルギーとそれに関係する半経験的質量公式について述べる。そこでは、「なぜ、原子炉に使う燃料はウランのような重い原子なのだろうか」「な ぜ、安定な核種と放射性核種が存在するのだろうか」という疑問にも答えたいと思う。

原子炉の中では、様々な放射性核種が生成され、崩壊している。そこで、次に、崩壊によって原子核はどのように減衰していくのか、どのような崩壊の種類があるのか、 について学ぶ。よく耳にする「放射線」や「放射能」という言葉の意味も説明する。

最後に、中性子と原子核とが衝突したときの反応(核反応)について説明する。核 反応については、第2章以降で「断面積」という概念とともに頻繁に使われるので、 その意味をここで把握してもらいたい。

#### 1.2 原子と原子核

#### 1.2.1 原子構造

私たちが目にする物質は、原子 (atom) でできている。地球上に天然に存在する原 子は、水素からウランまでの約90種類<sup>(注1.1)</sup>である。その大きさは10<sup>-10</sup>m程度であり、 最近では、技術の進歩により、電子顕微鏡などで原子を見ることができるようになった。

原子は、中心にある原子核((atomic) nucleus)とその周りを取り巻く電子 (electron)でできている。原子核は、プラスの電荷を持つ陽子と、電気的に中性の 中性子から構成されており、これらは原子核を構成していることから総称して核子と 呼ばれている。

#### 1.2.2 エネルギーの単位

ここで、エネルギーの単位について触れておく。原子炉物理でよく用いられるエネ ルギー単位はeV (電子ボルト)である。これは、静止していた電子が真空中で1ボルト の電位差で加速されたときに得る運動エネルギーに等しく、

1eV=1.602176487(40)×10<sup>-19</sup>J

である<sup>(注1.2)</sup>。この10<sup>6</sup>倍がMeVである。原子核レベルの現象は、MeV単位でエネル ギーが授受される。

相対性原理によれば、質量とエネルギーは同等であり、

 $E = mc^2 \qquad (1.1)$ 

の関係がある。ここで、cは光の速さ2.99792458×10<sup>8</sup>m·s<sup>-1</sup>である。原子の質量を表 す単位に原子質量単位 (atomic mass unit:u) が用いられる。1uは、「基底状態にあ る静止している核種<sup>12</sup>Cの質量の1/12」と定められている。すなわち、

#### 1u=1.660538782(83)×10<sup>-27</sup>kg

である。1uを式(1.1)を用いてMeVに変換すると、

 $\begin{array}{l} 1.66054 \times 10^{-27} \text{kg} \times \ (2.99792 \times 10^8 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}) \ ^2 = 1.49241 \times 10^{-10} \text{J} \\ = 9.3149 \times 10^8 \text{eV} \\ = 931.49 \text{MeV} \end{array}$ 

である(注1.3)。ちなみに、中性子、陽子および電子の質量は、

中性子の質量 =1.674927211(84)×10<sup>-27</sup>kg

=1.00866u

=939.57MeV

注1.1: 天然に存在するもっとも原子番号が大 きな原子は、原子番号92のウラン(U)であ る。原子番号が大きな原子には安定同位体 (stable isotope)が存在しない原子が多い。 しかし、原子番号がビスマスより小さな原子 でもテクネチウム(Tc)やプロメチウム(Pm) のように安定同位体が存在しないものがある。 地球上に天然に存在するTcやPmは、ウラン 鉱の中に自発核分裂生成物として極微量見出 されているに過ぎない。

注1.2:科学技術データ委員会 (CODATA, Committee on Data for Science and Technology) による2006年推奨値。 1.602176487(40)×10<sup>-19</sup>は、1.602176487×10<sup>-19</sup> ±0.000000040×10<sup>-19</sup>を意味する。

注1.3:ジュールJ=N·m=W·s、ニュートンN=

kg·m·s<sup>-2</sup>、ワットW≡J·s<sup>-1</sup>

陽子の質量=1.672621637(83)×10<sup>-27</sup>kg =1.00728u =938.27MeV 電子の質量=9.10938215(45)×10<sup>-31</sup>kg =0.00054858u

=0.51100MeV

である。陽子や中性子は、電子の約1800倍の質量を持っている。

#### 1.2.3 化学反応のエネルギーと核反応のエネルギー

火力発電所は、石炭、石油、天然ガスなどの燃料を燃やして発電する。化石燃料 を燃やして得るエネルギーは化学反応によるエネルギーを利用している。炭素が燃え

て二酸化炭素になる反応は、熱化学方程式では次のようになる。

 $C+O_2 = CO_2 + 394 kJ$ 

この式は、炭素1モルが燃焼して二酸化炭素1モルが生成するときに394kJの発熱 があることを示している。これを1分子当りにすると、

394kJ/(アボガドロ数) =394×10<sup>3</sup>J/6.022×10<sup>23</sup>分子 =6.543×10<sup>-19</sup>J/分子 =4.08eV/分子

4.08eVである。

また、25℃、1気圧のもとで水素が燃焼して水1モルが生成する場合は、

 $H_2 + \frac{1}{2}O_2 = H_2O + 286kJ$ 

である。この場合は、水素1分子が燃焼すると2.96eVのエネルギーを発生する。このように化学反応のエネルギーは数eV~数十eVである。

これに対し、原子核が係わる反応では1原子核当りMeV単位のエネルギーが発生 する。たとえば、原子力発電所は、ウランの核分裂エネルギーを利用して発電する。ウ ラン1個の核分裂で生成するエネルギーは約200MeVである。<sup>235</sup>Uの核分裂エネル ギーと上で述べた炭素<sup>12</sup>Cの燃焼エネルギーを単位質量あたりで比べると、<sup>235</sup>Uの核 分裂エネルギーの方が約3×10<sup>6</sup>倍大きい。したがって、<sup>235</sup>U1gから発生するエネル ギーを得るためには約3tの炭素が必要である。

#### 1.3 原子核の構造

#### 1.3.1 原子番号と質量数

前述したように、原子核は陽子と中性子から構成されている<sup>(注1.4)</sup>。そのため、原 子核は、二つの数で特徴付けられる。一つは、原子番号 (atomic number) と呼ばれ る陽子の数であり、Zで表される。原子番号Zは、核外の電子の数にも等しい。もう一 つは、陽子の数と中性子の数の和であり、質量数 (atomic mass number) と呼ばれ、 Aで表される。すなわち、中性子の数をNとして、A=Z+Nである。

原子もしくは原子核を記述するため、たとえば、

 $^{1}_{1}H, ^{16}_{8}O, ^{56}_{26}Fe, ^{235}_{92}U$ 

のように、元素記号の左肩に質量数Aを、左下に原子番号Zを付して表わす(注1.5)。

#### 1.3.2 同位体と同重体

原子核は、陽子と中性子から構成されるが、その組み合わせも色々ある。たとえば、 ホウ素を例にとると、原子番号Zは5であるが、中性子の数は5や6になりうる。すなわち、 ${}^{10}_{5}$ Bや ${}^{11}_{5}$ Bが存在する。これらを同位体(isotope)と呼ぶ。自然界に存在する割合は、存在比(abundance)<sup>(注1.6)</sup>と言い、ホウ素の例では、 ${}^{10}_{5}$ Bが19.9%、 ${}^{11}_{5}$ Bが80.1%である。同位体は、電子が媒介となる化学的性質などは類似しているが、原子核が関与する特性は非常に異なっている。

表1.1に、いくつかの同位体の例を示す。

原子番号Zが同じ元素を同位体と呼んだが、質量数Aが同じであって原子番号が

注1.4:原子核が陽子と中性子から構成されて いるという考えは、1932年のチャドウィックに よる中性子の発見に始まる。キュリー夫人の 娘夫婦であるイレーヌとジョリオが、アルファ 線をベリリウムに当てると透過力の強い放射 線が出てくることを見出したが、彼らはそれを ッ線であるとした。チャドウィックは、この放 射線を色々な物質に当て、陽子がはじき出さ れることを見出し、陽子とほぼ同じ質量を持 つ電荷を持たない粒子「中性子」であるとし た。チャドウィックは、この功績により1935年 にノーベル賞を受賞している。

注1.5:原子記号が原子番号に対応するの で、原子番号を特記する必要がない場合には <sup>235</sup>Uのように左下のZを省略する。

注1.6:存在比は産地等により若干異なるが、 本章では参考文献1)からの値を使用した。 また、質量は参考文献2)を参照した。

元素	陽子数	中性子数	記号	原子量 (u)	存在比(%)
小主	1	0	1 <sub>1</sub> H	1.00783	99.98850
小系	1	1	<sup>2</sup> <sub>1</sub> HまたはD	2.01410	0.01150
11千円1	3	3	<sup>6</sup> <sub>3</sub> Li	6.01512	7.59000
リテリム	3	4	<sup>7</sup> <sub>3</sub> Li	7.01600	92.41000
チャキ	5	5	<sup>10</sup> <sub>5</sub> B	10.01294	19.90000
小り糸 [	5	6	<sup>11</sup> <sub>5</sub> B	11.00931	80.10000
出来	6	6	<sup>12</sup> <sub>6</sub> C	12.00000	98.93000
灰系	6	7	<sup>13</sup> <sub>6</sub> C	13.00335	1.07000
窒素	7	7	<sup>14</sup> <sub>7</sub> N	14.00307	99.63200
	7	8	<sup>15</sup> <sub>7</sub> N	15.00011	0.36800
	8	8	<sup>16</sup> / <sub>8</sub> O	15.99491	99.75700
酸素	8	9	<sup>17</sup> 80	16.99913	0.03800
	8	10	<sup>18</sup> 80	17.99916	0.20500
ナトリウム	11	12	<sup>23</sup> <sub>11</sub> Na	22.98977	100.00000
	92	142	<sup>234</sup> <sub>92</sub> U	234.04095	0.00550
ウラン	92	143	<sup>235</sup> <sub>92</sub> U	235.04393	0.72000
1	92	146	<sup>238</sup> <sub>92</sub> U	238.05079	99.27450

表 1.1 同位体と存在比1)2)

異なる元素を同重体 (isobar) と呼ぶ。同重体の例としては、<sup>94</sup><sub>40</sub>Zrと<sup>94</sup><sub>42</sub>Mo、<sup>135</sup><sub>53</sub>Iと <sup>135</sup><sub>54</sub>Xeなどがある。同重核の特殊なものとして、<sup>15</sup><sub>7</sub>Nと<sup>15</sup><sub>8</sub>Oとのように、原子核の中の 陽子数Zと中性子数Nが互いに逆になっているものがあり、これらは**鏡像核** (mirror nuclei) と呼ばれる。

#### 1.3.3 原子核の大きさ

電子が、原子の構成要素であることが分かってくると、電子の発見者であるジョセフ・ジョン・トムソン (Joseph John Thomson) によって、原子の大きさをもつ一様に正に帯電した球の中に多くの電子がブドウパンのように埋め込まれた原子模型が提唱された (1903年)。これに対し、1904年に長岡半太郎が、中央に正の電荷を持つ核の周りを電子が回っている、土星型模型を提唱した。しかし、この長岡の主張は、当時、あまり注目されなかった。

しかし、ガイガーらの行ったα線の散乱実験で、90°以上の角度で散乱される大角 度散乱が観測された。ラザフォードは、α粒子は重いので葡萄パンモデルでは大角度 散乱を説明できないことから、原子の中心に小さいが極めて重い正に帯電した芯が あり、その周りを電子が回っているという長岡と同様の原子模型を提唱した(1911年)。 これが現在よく知られている原子模型であり、原子核の発見でもあった。

原子核の半径をRとすると、A≥30の多くの原子核に対して

 $R = r_0 A^{1/3}$  (1.2)

となる。ここで、 $r_0 \approx 1.2 \times 10^{-15} \text{m}$ である<sup>(注1.7)</sup>。たとえば、A=60の原子核の半径は、約5×10<sup>-15</sup>mであり、原子核の大きさは原子の大きさのほぼ1/10000の大きさである<sup>(注1.8)</sup>。 原子核はほぼ球形であるから、原子核の体積は、

$$\frac{4\pi}{3}R^3 = \frac{4\pi}{3}r_0^3A \qquad (1.3)$$

と表わせる。核子の密度は核種に依らず $\frac{3}{4\pi r_0^3}$ である。この事実を核子密度の飽和性と呼び、原子核内の核子はあたかも液体の構造に似た構成を持っていると予想させる。

#### 1.4 結合エネルギー

#### 1.4.1 質量欠損

原子核が、陽子と中性子から構成されていると述べたが、原子核の質量は個々の 陽子と中性子の質量の和よりも小さい。すなわち、原子番号Z、質量数Aの原子核の 質量をM(A,Z)、陽子および中性子の質量を $M_p$ 、 $M_n$ とすると、



#### ジョセフ・ジョン・トムソン

注1.7:10<sup>-15</sup>mをフェムトメータ(fm)と言う。従 来は、原子核程度の長さの単位として、物理 学者フェルミ(E.Fermi)に因んで、フェルミ (1fm=10<sup>-15</sup>m)という単位で呼ばれていた。

注1.8:皇居の真ん中にある小さな1戸建ての 家が原子核とすれば、原子はつくば、八王子、 鎌倉、成田を結ぶ円に相当する大きさである。 その原子核の重さが、原子の重さのほとんど を占めているのだから驚きである。



長岡半太郎 原子炉物理

#### 第1章 原子核の物理

 $\Delta M = ZM_p + (A - Z)M_n - M(A, Z) \ge 0 \qquad (1.4)$ 

である。この△Mを質量欠損 (mass defect) という。

表1.1に示したように、重水素原子の原子量、すなわち原子の質量は2.01410 uである。 重水素の質量欠損を求めよ。なお、水素原子の質量は1.00783 uである。 〈解答1.1〉

重水素は陽子1個、中性子1個からできているので、

ΔM=陽子の質量+中性子の質量-重水素原子核の質量

= (陽子の質量+電子の質量)+中性子の質量-

(重水素原子核の質量+電子の質量)

- =水素原子の質量+中性子の質量-重水素原子の質量
- =1.00783u+1.00866u-2.01410u

=0.00239u

となる。したがって、重水素の質量欠損は0.00239uであり、エネルギーに換算する と2.23MeVになる。

#### 1.4.2 結合エネルギーの特徴

1.4.1節で述べた質量欠損には、どのような意味があるのであろうか。

相対性理論<sup>(注1.9)</sup>によれば質量とエネルギーは等価である。したがって、質量欠損 をエネルギーに換算すれば、原子核の状態は陽子や中性子が単独でいる状態より Δ*Mc*<sup>2</sup>だけ低いエネルギーになっていることになる。言いかえれば、粒子が結合した 原子核の状態から粒子を解き放つにはΔ*Mc*<sup>2</sup>のエネルギーを加えてやらなければなら ない<sup>(注1.10)</sup>。このエネルギーを結合エネルギー(binding energy)と呼ぶ。結合エネ ルギーが大きい原子核ほど、核子の結び付きが固く、安定で壊し難い。

図1.1に、核子1個当たりの結合エネルギーを示す。この図から、結合エネルギーに は次のような特徴があることが分かる。

- (1) 核子1個当たりの結合エネルギーは、特に軽い元素を除いてほぼ一定(6~9MeV)である。
- (2) 質量数が約60の元素を最大として、それより小さい元素も、大きな元素も結合エネルギーは小さい。この特徴は、軽い元素は結合することにより、重い元素は分裂することにより、より安定な元素になることを示唆している。

上では原子核と軌道電子の結合エネルギーには言及しなかったが、原子核と軌道 電子の結合エネルギーは核子の間の結合エネルギーに比べて小さく無視できる(例 題1.2参照)。





アーネスト・ラザフォード

注1.9:アインシュタインが提唱した相対性 理論には、特殊相対性理論(1905年)と加 速運動も含めて一般化した一般相対性理論 (1916年)がある。特殊相対性理論によれ ば、速度vで運動する粒子のエネルギーは

 $E = \frac{mc^{\epsilon}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$ と表される。速度vが小さい

とすると、 $E \approx mc^2 + \frac{1}{2}mv^2$ となる。右辺第

2項目は良く知られた古典力学での運動エネ ルギーであるが、右辺第1項は相対性理論で 初めて示されたv=0でも存在するエネルギー で静止エネルギーと呼ばれる。すなわち、粒 子は運動していなくても質量m(>0)があれば、 mc<sup>2</sup>のエネルギーを持っていることを示してい る(質量とエネルギーの等価性)。逆に、質量 0の粒子は静止することができない。

注1.10:逆に、遠く離れたばらばらの陽子と中 性子を原子核の大きさ程度まで寄せ集めると エネルギーが発生することになる。これは地 面に穴があいていて、物体をその穴の淵まで 持って行き、突き落とすようなものである。穴 に落とされた物体は底まで落ちる間に運動を し、そのエネルギーを周りの空気などに放出 する。落下させる力は重力であるが、原子核 の場合は後で述べる核力であり、エネルギー は7線などで放出される。

#### 第1章 原子核の物理

注1.11:自然界には4つの基本的な力がある。 すなわち、強さの順番に、"強い力"、"電磁 気力"、"弱い力"、"重力"である。核力は強 い力の一つであり、弱い力はβ崩壊に働く力 である。強い力と弱い力の影響範囲は10<sup>-15</sup>m、 10<sup>-18</sup>mといった近距離であるのに対し、電磁 気力と重力の影響範囲は無限大である。



(a)電磁気力



(b)核力 図1.2 核力のしくみ



湯川秀樹

注1.12:湯川の予言したπ中間子は宇宙線の 中で発見され(1947年)、1949年に湯川は日 本人として初めてノーベル賞を受賞した。 理化学研究所の仁科芳雄らは1937年に霧箱 を使った宇宙線の観察から新しい粒子(メ ソトロンと呼んでいた)を発見し、Physical Reviewに投稿していたが、論文が規定より長 すぎるとして載らなかった。1949年、米国の アンダーソンらの投稿が採用された。

余談になるが、現在では、陽子や中性子は3 個のクオークからできており、クオークの間の 力を伝達するのはグルーオンという粒子であ ると考えられている。π中間子は、クオークと 反クオークから構成される粒子とされている。

# 《例題1.2》

軌道電子の結合エネルギーは、電子の質量をm、電気素量をeとして次式で表せる。

$$E_n = \frac{me^4 Z^2}{8n^2 \varepsilon_0^2 h^2}$$
(1.5)

ここで、ε<sub>0</sub>は真空の誘電率、hはプランク定数である。また、nは主量子数と呼ばれ、 n=1の軌道をK軌道、n=2の軌道をL軌道、等々と呼ぶ。水素のK電子の結合エネル ギーは13.60eVである。鉛(Z=82)のK電子の結合エネルギーはいくらか。 〈解答1.2〉

上式において、n=1とすると

$$E_1 = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \cdot Z^2 = (水素のK電子の結合エネルギー) × Z^2$$

である。したがって、鉛のK電子の結合エネルギーはZ=82を上式に入れて、

13.60eV×82<sup>2</sup>=91.4keV

となる。これは、原子核の結合エネルギーの約1/100であり、十分小さいことが分かる。

#### 1.4.3 核力

自然界には色々な力がある<sup>(注1.11)</sup>。よく知られているのは重力、電磁力である。重力は 質量の間に働く互いに引き合う力(引力)である。また、電磁力は電荷の間に働く力で、プラ スの電荷同士、マイナスの電荷同士の間では反発力(斥力)が働き、プラスとマイナスの電 荷の間では引力が働く。これらの力は、私たちも身近に感じることのできる力である。

ところで、原子核の中では、正の電荷を持った陽子が小さな空間に閉じ込められ ており、電気的な反発力があるにもかかわらず結合しているのは何故だろうか。それ は、陽子と陽子、中性子と中性子、陽子と中性子の間にほぼ等しく働く力、すなわち核力 (nuclear force)という力が作用しているからだと考えると都合がよい。

核力の起源を研究していた湯川秀樹は、電磁気力が光子をやりとりすることによっ て生じるということから類推して、核力は電子より200倍重いπ中間子をやりとりする ことで生じるという理論(中間子論)を提唱した。核力は、電磁力より強い力であるが、 10<sup>-15</sup>m程度の近距離にだけに働く力であるため、私たちは日常生活の中で核力を感 じることができない。

電磁力 (クーロン力) は、図1.2 (a) に示すように、電子同士が光子をキャッチボー ルすることで生じる。光子は、質量が0なのでその影響範囲は無限大である。これと 同じように、湯川は、核子の間でも中間子という粒子をやり取りすることで核力が生じ ると考えた。すなわち、中間子には電荷を持たない $\pi^0$ 、プラスおよびマイナスの電荷を 持つ $\pi^+$ 、 $\pi^-$ の3種類があり、陽子や中性子が $\pi^0$ をやり取りした場合はそれぞれが変化 せずに力を及ぼし合う。また陽子が $\pi^+$ を放出して中性子になり、それを受け取った中 性子が陽子になるというキャッチボールや、中性子が $\pi^-$ を放出し受け取った陽子が中 性子になるというキャッチボールで力を及ぼし合うこともあると考えたのである(図 1.2 (b))。さらに、中間子は質量を持っているため、影響距離が近距離であると考え、 核力の影響範囲から中間子の質量を予測した<sup>(注1.12)</sup>。

自然界にある安定な核種を観察することにより、核力の性質などとして次のことが分かる。

- (1)まず、原子核は、陽子と中性子をほぼ同数含んでいるものが多い。軽い原子核は それが顕著で、存在比の大きい元素は概ね同数の陽子と中性子から構成されて いる。このことから、核力は、陽子間、中性子間よりも陽子と中性子の間に作用 するものの方が大きいと推定できる。実際、複数の核子からなる原子核で、陽子 のみ、中性子のみで構成される原子核は存在しない。
- (2) しかし、図1.3に示すように、質量数が大きくなるにつれて、陽子の数より中性子数の大きい核種の方が安定になっている。これは陽子同士の電気的反発力のためである。



図1.3 核子数の偶奇と安定核種

(3) さらに、陽子、中性子とも偶数の原子核(二重偶数核)がもっとも安定であることは、 自然界には二重偶数核の安定核種がもっとも多いことでも分かる(図1.3参照)。 次に多いのは陽子か中性子が奇数で、他が偶数である原子核(奇数核)で、もっ とも少ないのは陽子と中性子がともに奇数の原子核(二重奇数核)である。

#### 1.4.4 半経験的質量公式

原子と原子核に係わる最も重要な量は、その質量である。質量欠損が原子(核)の 質量から計算されることを考えれば、その重要性が分かるであろう。

原子核の質量を理論のみから正確に計算することは、現在では困難である。その ため、前節で述べた核力に基づく結合エネルギーの規則性をうまく盛り込んだ半経 験的な質量公式が提案されており、原子核の性質を調べるのに役立っている。ここ では、ワイゼッカー・ベーテ (Weizsäcker-Bethe)の半経験的質量公式を紹介し、その 公式から得られる原子核の性質について次節で述べる。

1.3.3節で、原子核は液体に似た構成を持っていると述べた。ワイゼッカー・ベーテの質量公式 (Bethe-Weizacker mass formula) は、このような液体との類似性 (液滴 モデルと呼ばれる)を使って組み立てられており、次式で与えられる。

ここで、M(A,Z)は陽子数Z、中性子数N、質量数Aの原子核の質量であり、 $M_p \ge M_n$ は陽子と中性子の質量である(質量の単位は全てMeVとする)。結合エネルギーの 項B(A,Z)は、

$$B(A,Z) = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \delta(A)$$
  

$$\delta(A) = \begin{cases} + \frac{a_5}{A^{1/2}} A \dot{n}^s \text{偶数}, \dot{n} \not\in \mathbb{U}, \mathbb{N}, Z \dot{n}^s \not\in \mathbb{U} \text{偶数}(\Box \oplus \oplus \oplus \oplus \mathbb{K}) \\ 0 & A \dot{n}^s \dot{n} \not\in \mathbb{W}(\bar{n} \not\in \mathbb{W}) \\ - \frac{a_5}{A^{1/2}} A \dot{n}^s \text{偶数}, \dot{n} \not\in \mathbb{U}, \mathbb{N}, Z \dot{n}^s \not\in \mathbb{U} \in \mathcal{W}(\Box \oplus \oplus \oplus \oplus \mathbb{K}) \end{cases}$$
(1.7)

である (注 1.13)。ここで、 $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$ 、 $a_4$ 、 $a_5$  は実験に合うように決めた定数であり、表 1.2に示す値をとる。

それぞれの項は次のような意味を持っている。

第1項は、1.4.2節で述べた、核子当たりの結合エネルギーがほぼ一定であるという ことに対応する体積エネルギー項である。

第2項のA<sup>2/3</sup>は表面積に比例する。この項は、液滴の表面張力にあたる項で、表面にある核子は外側から作用を受けないので結合エネルギーが小さいという補正項で

注1.13:この式で計算した核子当たりの結合 エネルギーを、図1.1に実線で示した。図に示 すように、実験値の傾向をよく再現しており、 特に軽い核種(A<40)を除けば極めてよい一 致を示している。

表1.2 半経験的質量公式の係数

係数	MeV
$a_1$	15.753
<i>a</i> <sub>2</sub>	17.804
<i>a</i> <sub>3</sub>	0.710
<i>a</i> <sub>4</sub>	23.69
<i>a</i> _	12

ある。したがって、体積に比べて表面積の大きな原子核、すなわち、質量数の小さな 原子核ほど核子当りの結合エネルギーが小さくなる。

第3項は、陽子が正の電荷を持つことに起因するクーロン反発エネルギーの項であ る。電荷が一様に分布する場合、クーロンエネルギーは

$$\frac{3}{5}\frac{(Ze)^2}{R} = \frac{3e^2}{5r_0}\frac{Z^2}{A^{1/3}}$$
 (1.8)

と書けるから、この項はZ<sup>2</sup>/A<sup>1/3</sup>に比例すると仮定した。

第4項は、前節で述べた陽子と中性子がほぼ同数の場合に核の安定性が高いという事実に基づく項で、対称項と呼ばれる。これは中性子と陽子の間の核力が、中性子-中性子、陽子-陽子の場合よりも多少大きいことを表している。

最後の項は、対エネルギー項と呼ばれ、前節で述べた二重偶数核が最も安定であり、次に奇数核、二重奇数核の順であるという事実に基づいて導入された項である。



#### 1.4.5 原子核の安定性

式(1.7)の結合エネルギーの符号を変えて、

とする。Eが負の大きな値を取るほど原子核は安定である。Eを陽子数 (Z) と中性子数 (N) とをパラメータにして図示すると、図1.4のように安定な核種が谷 (ハイゼンベルグの谷と呼ばれる) になったエネルギー曲面ができる。谷の部分はZが小さいときはZ=Nであるが、Zが大きくなるとNの大きな方にシフトしていく。これはクーロン反発エネルギーが大きくなるためである。

ところで、図1.4に示すA=一定(同重核)の面で切ると、図1.5のような切り口になる。 ただし、図1.5はZrを基準としたエネルギー差(ΔE)を縦軸に取って、(a)A=91および (b)A=92のケースを示した。

Aが奇数の場合は、1.7式のδが0であるから、図1.5 (a) のように唯一の曲線となる。一 方、Aが偶数の場合は、δが二つの値をとりえるため、図1.5 (b) のように二段の曲線に なっている。これらの図のもっとも低い位置にある核種がもっとも安定な核種である。

図1.5 (a) に示すように、A=91の場合は $_{40}^{91}$ Zrがもっとも安定である。その左側の核 種は、安定核種よりも中性子数が多いので、中性子が陰電子を放出して陽子に変わ ること( $\beta$ <sup>-</sup>崩壊)により安定な核種に崩壊していく。この例では、

 $^{91}_{38}$ Sr  $\xrightarrow{\beta^-}_{39}$   $^{91}_{39}$ Y  $\xrightarrow{\beta^-}_{40}$ Zr (安定)

となる。また、右側の核種は安定核種より陽子数が多いため、陽子が陽電子を放出 する (β+崩壊) か、軌道電子を取り込むこと (軌道電子捕獲) で中性子に変わり、安定 核に移行する。すなわち、次のように崩壊する。

 ${}^{91}_{43}\text{Tc} \xrightarrow{\beta^+} {}^{91}_{42}\text{Mo} \xrightarrow{\beta^+} {}^{91}_{41}\text{Nb} \xrightarrow{\beta^+} {}^{91}_{40}\text{Zr} \ (\text{$\Xi c$})$ 

ここで示したように、質量数Aが奇数の場合は、一般には、一つの安定核しか存在しない<sup>(注1.14)</sup>。

一方、図1.5 (b) に示すように、A=92の場合では、上の曲線は二重奇数核に対応し、 下の曲線は二重偶数核に対応している。上の曲線にある核種は、下の線の上によりエネ ルギーの低い核種が必ずあるので、その核種に崩壊する。たとえば、42 TCはエネルギー の低い42 Moに崩壊する。しかし、1回の崩壊では複数の電子や陽電子を放出すること ができないので、42 Moはよりエネルギーの低い40 Zrに崩壊することはできない。した がって、質量数Aが偶数の同重体には2個以上の安定核種が存在しうることが分かる。

#### 1.4.6 殻モデルとマジックナンバー

液滴モデルをベースとした結合エネルギーの半経験式は、上述したように原子核の 性質を説明するのに多大な成功をした。しかし、説明できない事柄もいくつか残った。



図1.6 結合エネルギーの実験値と計算値の△B

注1.14:唯一の例外はA=113で、<sup>113</sup>Cdと<sup>113</sup>49In の二つの安定核が存在する。



マリア・ゲッパート・メイヤー

注1.15:少し難しい話をすると、単に原子から の類推で、シュレーディンガー方程式に核力 などによる中心力ポテンシャルを考慮しただ けではマジックナンバーはうまく説明できない。 殻モデルの成功は、強いスピンー軌道力を導 入したことによりマジックナンバーを説明した ことにあると言える。この理論の成功により、 メイヤーとイェンセンは、1963年にノーベル物 理学賞を受賞している。 図1.6は、中性子数Nを横軸に、結合エネルギーの実験値と式(1.7)に基づく計算値 との差(ΔB)をプロットしたものである。図に示すように、中性子数が28、50、82、126と いうところで差が大きくなっているのが分かる。核子数28、50、82、126という数は、"マ ジックナンバー(magic number: 魔法数)"と呼ばれ、特別に安定な原子核を作る。 マリア・ゲッパート・メイヤー(M.G.Mayer)とヨハネス・H・D・イェンセン(J.H. D.Jensen)は、殻モデル(shell model)という新しいモデルを提案し、何故マジックナ ンバーが存在するのかを説明した。簡単に言うと、原子では、軌道電子が閉殻を作る ときに希ガスという安定な原子になる。これと同じように、原子核でも、陽子や中性 子が閉殻を作るときに安定になるのである<sup>(注1.15)</sup>。

#### 1.5 原子核の崩壊

#### 1.5.1 崩壊の種類と崩壊法則

自然に存在する原子番号が80以上の元素は、多くが外部から何も作用させなくて も放射線を出して崩壊する自然放射性元素である。放射線には、ヘリウムの原子核で あるα線、電子であるβ線、波長の短い電磁波であるγ線がある。崩壊の過程で発生す る放射線によって、α崩壊、β崩壊などと呼ばれる。これらを総称して放射性崩壊(放 射性壊変ともいう)という。

放射性核種の崩壊は、次の式に従う。

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \ N(t) \qquad (1.10)$$

ここで、N(t)は時刻tにおける放射性核種の個数で、λは崩壊定数と呼ばれ、一つの核種が単位時間に崩壊する確率を表す。式(1.10)から、

 $N(t) = N(0)e^{-\lambda t}$  (1.11)

である。したがって、放射性核種の個数が、t=0の1/2に減少する時間Tは、

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} \tag{1.12}$$

となり、これを半減期 (half-life) と呼ぶ。また、1/eに減少する時間

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \qquad (1.13)$$

を平均寿命 (mean lifetime) と呼ぶ。

放射性核種が、放射線を出す能力を放射能(radioactivity)という。放射能の強さ は、1秒間に崩壊する数で表され、ベクレル(Bq)という単位で測られる。以前は、ラ ジウム1gの放射能に因んだキュリー(Ci)という単位が用いられていた。すなわち、1g のラジウムは毎秒3.7×10<sup>10</sup>回のα崩壊をするので、

1Ci=3.7×10<sup>10</sup>Bq

である。

半減期が式(1.12)で表されることを示せ。

〈解答1.3〉

半減期は、放射性核種が初期の個数の一になる時間である。したがって、核種の崩

壊定数をλ、初期の核種数をNo、半減期Tにおける核種数をN(T)とすると、

$$\frac{N(T)}{N_0} = e^{-\lambda T} = \frac{1}{2}$$

である。したがって、この式の対数をとると、

 $\lambda \cdot T = -\ln\left(\frac{1}{2}\right) = 0.693\,147 \approx 0.693$ 

であるから、

 $T \approx \frac{0.693}{\lambda}$ 

#### 1.5.2 α崩壊

α崩壞 (alpha decay) は、親核種をX、娘核種をYとすると、

 $^{A}_{Z}X \rightarrow ^{A-4}_{Z-2}Y + ^{4}_{2}He$ 

となる。α粒子はヘリウムの原子核であり、α崩壊では親核種より質量数が4、原子番号が2小さい核種が生成する。

α崩壊の崩壊定数 $\lambda$ と、 $\alpha$ 粒子のエネルギー $E_{\alpha}$ との間には次の関係 (ガイガー・ヌッタ ルの法則) <sup>(注1.16)</sup> がある。

 $\log \lambda = A + B \log E_{\alpha}$  (1.14)

ここで、AおよびBは崩壊系列<sup>(注1.17)</sup>に特有の定数である。この式は、崩壊定数の 大きな(半減期の小さな)核種からはエネルギーの高いa粒子が放出されることを示 している。

ガイガー・ヌッタルの法則は、古典力学では説明できず、1928年にジョージ・ガモフ (G. Gamow)らによって量子力学のトンネル効果を用いて初めて理論付けられた。

#### 1.5.3 β崩壊

β崩壊 (beta decay) には、β線の種類によって $β^-$ 崩壊と $β^+$ 崩壊の二種類がある。 $β^-$ 崩壊は、核内の中性子が陽子に変わることによって電子 ( $β^-$ ) と反ニュートリノ ( $\overline{v}$ ) が放出されるもので、 $β^+$ 崩壊は陽子が中性子に変わることによって陽電子 ( $β^+$ ) とニュートリノ(v) が放出されるものである。β崩壊の場合は、質量数は変化しないので親核種をX、 娘核種をYとすると、

 $\beta^{-}$ 崩壞:  ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + \beta^{-} + \overline{\nu}$ 

 $\beta^+$ 崩壊:  ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \beta^+ + \nu$ 

のように、原子番号が1だけ増減する。

既に述べたように、質量数を一定にしたときエネルギー的にもっとも安定な陽子数と 中性子数の割合は一定しているので、これよりも中性子数が多い場合はβ<sup>-</sup>崩壊をし、 陽子数が多い場合はβ<sup>+</sup>崩壊をする(1.4.5節参照)。たとえば、次のような崩壊である。

 $^{11}_{4}\text{Be} \rightarrow ^{11}_{5}\text{B} + \beta^{-}$  $^{11}_{6}\text{C} \rightarrow ^{11}_{5}\text{B} + \beta^{+}$ 

β崩壊で放出されるβ線のエネルギーは、0からその核種に特有な最大値まで連続的に分布する。β線が持つエネルギーは、β崩壊前後の質量差である。したがって、β線の最大エネルギー $E_{\text{max}}$ は、 $^{A}_{Z}$ Xから $_{Z+1}^{A}$ Yの $\beta^{-}$ 崩壊では、それぞれの中性原子の質量を $\tilde{M}(A,Z)$ 、 $\tilde{M}(A,Z+1)$ 、とし、電子の静止質量を $m_e$ とすると、次のようになる。

 $E_{\max} = [\{\tilde{M}(A,Z) - Zm_e\} - \{\tilde{M}(A,Z+1) - (Z+1)m_e + m_e\}] \cdot c^2 \dots (1.15)$  $= [\tilde{M}(A,Z) - \tilde{M}(A,Z+1)] \cdot c^2$ 

β線のエネルギーが連続分布となるのは、ニュートリノがエネルギーの一部を持ち 去るからである<sup>(注1.18)</sup>。さらに、生成された娘核は励起状態<sup>(注1.19)</sup>にあることが多く、 引き続きy線を放出して基底状態に遷移する。このため、放出されるy線は核種に特 有なエネルギーを持っている。 注1.16: ガイガー-ヌッタルの法則は崩壊定数 と $\alpha$ 粒子の飛程Rとの関係が $\log\lambda = A' + B' \log R$ で与えられていた。しかし、飛程Rと $\alpha$ 粒子の エネルギー $E_{\alpha}$ との間には $R = CE''_{\alpha}$ という関係 があるので、式 (1.14) のように書ける。

注1.17:放射性崩壊で生じた核種も放射性核 種であり、崩壊を繰り返して安定な核種にな る。α崩壊では質量数が4減るが、その他の崩 壊では質量数は変化しない。そのため、崩壊 を繰り返す系列(崩壊系列)は、nを整数とす ると質量数が4n、4n+1、4n+2、4n+3の4種類 しかない。特に、自然界には<sup>232</sup>Thから始まる トリウム系列(4n)、<sup>238</sup>Uから始まるウラン系 列(4n+2)、<sup>235</sup>Uから始まるアクチニウム系列 (4n+3)の3つの崩壊系列がある。これらの 崩壊系列は、いずれも安定な鉛の同位体で終 わる。(4n+1)の系列は、ネプツニウム系列と 呼ばれ、地球生成時には存在していたが、現 在では人工的に作られた核種による崩壊系列 としてしか存在しない。

注1.18: β線が様々なエネルギーを取ること でエネルギー保存則が破れているのではな いかという議論もなされた。しかし、パウリ (W.Pauli)はニュートリノという新しい粒子 の存在を提唱し、これを解決した。

注1.19:原子核の内部エネルギーが最低の状態を基底状態 (ground state)といい、それよりも高いエネルギーにある状態を励起状態 (excited state)という。

#### 1.5.4 軌道電子捕獲 (EC)

軌道電子捕獲(orbital electron capture)は原子核の陽子が、その周りを回っている電子を捕獲し、中性子に変わる現象である。特に、原子核に近いK殻の電子が捕獲されやすいので、そのときはK殻電子捕獲と呼ばれる。

この崩壊は、質量数が変わらず、原子番号が1つ減少する点で、 $\beta$ +崩壊と類似して いる。一般に、 $\beta$ +崩壊と軌道電子捕獲は共存するが、 $\beta$ +崩壊は親核と娘核の中性原 子質量差が電子質量の2倍 (1.02MeV) 以上でないと起こらない (例題参照) ので、そ れ以下のときは軌道電子捕獲のみが起こる。

〈例題1.4〉

<sup>7</sup>Beと<sup>7</sup>Liの中性原子の質量は、それぞれ7.01693u、7.01600uである。<sup>7</sup>Beが<sup>7</sup>Liに崩壊する場合に、 $\beta$ +崩壊が起こるか。

〈解答1.4〉

β<sup>+</sup>崩壊では、β<sup>-</sup>崩壊の式 (1.15) に対応して、

 $E_{\max} = [\{\tilde{M}(A,Z) - Zm_e\} - \{\tilde{M}(A,Z-1) - (Z-1)m_e + m_e\}] \cdot c^2 \qquad (1.16)$  $= [\tilde{M}(A,Z) - \tilde{M}(A,Z-1) - 2m_e] \cdot c^2$ 

となる。 $\beta^+$ 崩壊が起こるためには $E_{\max}>0$ でなくてはならない。したがって、 $\beta^+$ 崩壊 が起こる条件は、 $\widetilde{M}(A,Z) - \widetilde{M}(A,Z-1)>2m_e$ となる。

ところで、7Beと7Liの中性原子の質量差は、

質量差 = 7.01693-7.01600

 $= 0.00093 < 2m_e$ 

である。したがって、この崩壊は軌道電子捕獲で、β+崩壊は起こらない。

#### 1.5.5 y崩壊

原子核が励起状態にあって、この原子核がよりエネルギーの低い準位に遷移する 際にγ線を放出する。これをγ崩壊 (gamma decay) と呼ぶことがある。γ崩壊では、原 子番号も質量数も変わらない。放出されるγ線は、核種に固有なエネルギーを持って おり、原子核のエネルギーが飛び飛びの値しか取れないことが分かる。

励起状態からの遷移では、V線を放出する代わりに、励起エネルギーを直接軌道 電子に与えて電子を放出する場合がある。これを内部転換(internal conversion)と いい、放出された電子を内部転換電子という。

ところで、原子番号も質量数も同じ、エネルギー準位の異なる核種を互いに核異性 体(isomer)と呼ぶ。核異性体は、励起状態の半減期が観測できるほど長いもので、 そのような状態を質量数の後にmをつけて、

#### <sup>99m</sup><sub>43</sub>Tc <sup>148m</sup><sub>61</sub>Pm, <sup>242m</sup><sub>95</sub>Am

のように記す。このmは、準安定状態(metastable)の意味である。核異性体がy線を出してより低いエネルギーの核異性体に移るy崩壊は、核異性体転移(IT:isomer transition)とも呼ばれる。<sup>99m</sup>Tcはy線放射標識として広く医薬品に使われている。

#### 1.6 核反応

中性子などの粒子を原子核に衝突させると、原子核が別の原子核に変換されたり、原 子核が励起されたりする。このような原子核と粒子の衝突に起因する現象を総称して核 反応 (nuclear reaction)と呼ぶ。核反応の中には、粒子が核との衝突によって、エネル ギーや方向だけを変化させることも核反応に含まれ、これは散乱と呼ばれる。

原子核Aに粒子aが衝突し、その結果、原子核Bと粒子bが生成される反応

#### A+a→B+b

注1.20:核反応の記述の仕方は、A+a→B+b をA(a,b)Bと書くこともある。 を考える<sup>(注1.20)</sup>。この場合、Aを標的核、aを入射粒子、Bを残留核、bを放出粒子と呼ぶ。 このとき、標的核、入射粒子、残留核、放出粒子の質量をM<sub>A</sub>、M<sub>a</sub>、M<sub>b</sub>とすると、  $Q = [(M_A + M_a) - (M_B + M_b)]c^2 \quad (1.17)$ 

を反応のQ値 (Q value) という。Q値が、正 (Q>0) のときは発熱反応、負 (Q<0) のと きは吸熱反応と呼ばれる<sup>(注1.21)</sup>。

中性子と原子核との反応は、次のように分類できる。

これらの反応について、以下に説明する。

#### 1.6.1 散乱反応

中性子が原子核と反応した後、再び中性子が放出される反応を、散乱反応 (scattering reaction)という。散乱反応には、弾性散乱(elastic scattering)と非弾 性散乱(inelastic scattering)とがある。

#### (1) 弾性散乱

弾性散乱は、衝突の前後で運動エネルギーが保存される散乱で、剛体球同士がぶ つかり合ったような散乱である。弾性散乱には、中性子が原子核に取り込まれずに散 乱するポテンシャル散乱と、中性子が一旦原子核に取り込まれ複合核を形成した後、 エネルギーを失わずにその中性子が放出される共鳴散乱がある。第6章では、弾性 散乱の力学について詳しく取り扱う。

#### (2) 非弾性散乱

非弾性散乱は、中性子が一旦原子核内に取り込まれて複合核を形成し、その後、 その複合核から入射粒子と同種の粒子(中性子)が放出される現象である。その際、 入射粒子の運動エネルギーが原子核の内部エネルギーとして残され、後にY線などと して放出されるため、衝突の前後で運動エネルギーが保存されない<sup>(注1.22)</sup>。

(n,2n)反応、(n,3n)反応なども、広い意味では非弾性散乱と考えることができる(注1.23)。

#### 1.6.2 吸収反応

吸収反応(absorption reaction)は、中性子が原子核に取り込まれ、Y線などの別 種の粒子が放出される反応である。吸収反応には、捕獲、核分裂、荷電粒子放出な どがある。

#### (1) 捕獲

捕獲 (neutron capture) は、非弾性散乱と同様、中性子が原子核に取り込まれ複 合核を形成し、その後、励起状態から基底状態に遷移する過程でy線を放出する反応である。すなわち、

 ${}^{A}_{Z}X + {}^{1}_{0}n \rightarrow ({}^{A+1}_{Z}X)^{*} \rightarrow {}^{A+1}_{Z}X + \gamma$ 

である<sup>(注1.24)</sup>。たとえば、<sup>235</sup><sub>92</sub>Uが中性子を捕獲し、<sup>235</sup><sub>92</sub>U(n,y) <sup>236</sup><sub>92</sub>Uのように質量数が1つ 増加した<sup>236</sup><sub>92</sub>Uに変わる。原子炉の中では、核種が中性子を捕獲して、より質量数の大 きな核種に遷移する現象は頻繁に起こる。特に、

新たな核分裂核種の生成:  $238_{92}U(n,y) \xrightarrow{239}{92}U \xrightarrow{\beta} 239_{93}Np \xrightarrow{\beta} 239_{94}Pu$ 半減期23.5m 半減期2.36d

核分裂生成物による中性子吸収:135Xe(n,y) 136Xe

可燃性吸収材による反応度制御:157Gd(n,y)158Gd

のような反応は原子炉を運転する上で重要な意味を持つ。

注1.21:発熱反応は入射粒子のエネルギーに かかわらず核反応を起こすが、吸熱反応は外 部からエネルギーを与えないと核反応を起こ さない。したがって、吸熱反応では入射粒子 があるエネルギー以上の運動エネルギーを 持って入射しなければ反応は起こらず、その 運動エネルギーを「しきい値」という。その運 M + M

動エネルギー
$$T_a$$
は、 $T_a = |Q| \cdot \frac{M_A + M_a}{M_A}$ であ

注1.22:非弾性散乱は、原子核の最小の励起 エネルギーより高くなければ起こらない。すな わち、しきい値を持つ。しきい値は、<sup>238</sup>Uのよ うな重い原子核では0.05MeV程度であり、軽 い原子核では1MeV以上である。このように非 弾性散乱は比較的高いエネルギーでの反応 であり、原子炉における高速中性子のエネル ギー分布形成に影響を与えている。一方、弾 性散乱はあらゆるエネルギーの中性子に対し て起こりうる。

注1.23:(n,2n)反応、(n,3n)反応は、吸収に 分類されることもある。

注1.24:ここで、(X)\*は原子核Xが励起状態 にあることを示す。中性子捕獲反応は、y線を 放出することから放射捕獲反応とも呼ばれる。

#### 〈例題1.5〉

捕獲反応<sup>157</sup>Gd+<sup>1</sup><sub>0</sub>n→<sup>158</sup>Gd+yのQ値を求めてみよう。なお、<sup>157</sup>Gdおよび<sup>158</sup>Gdの中 性原子の質量は、156.924u、157.924uである。

#### 〈解答1.5〉

反応前後の静止エネルギーを計算すると、1u=931.49MeVを用いて次のようになる(注1.25)。

反応前		反応後			
拉插体	質量		林桥轮 質:		量
1久1里守	(u)	(MeV)	核俚守	(u)	(MeV)
<sup>157</sup> Gd	156.924	146173.1	<sup>158</sup> Gd 1	157.024	147104 6
n	1.00866	939.6		157.924	157.924
反応前の、	エネルギー	147112.7	反応後のエネルギー		147104.6

したがって、Q値は8.1MeVとなる。Q値>0であるから発熱反応であり、このエネル ギーはy線のエネルギーとなって放出される。

#### (2) 核分裂

<sup>235</sup>Uや<sup>239</sup>Puなどの重い原子核に中性子が当たると、核子当たりの結合エネルギーが小 さいため、質量数が95や140程度の軽い核に分裂する。このように、質量数の大きな原子 核が2個以上の原子核(核分裂片もしくは核分裂生成物と呼ばれる)に分裂する現象を 核分裂(fission)<sup>(注1.26)</sup>という。核分裂反応では、次のように同時に2~3個程度の中性子 が放出される。

 ${}^{A}_{Z}X + {}^{1}_{0}n \rightarrow ({}^{A+1}_{Z}X)^{*} \rightarrow {}^{A_{1}}_{Z_{1}}X' + {}^{A_{2}}_{Z_{2}}X'' + (2 \sim 3){}^{1}_{0}n$ 

図1.1に示したように、核子当たりの結合エネルギーは、質量数が約60を最大にして重くなるにつれて減少する。したがって、重い核は軽い核に分裂すればより安定になり、そのエネルギー差が核分裂のエネルギーとして放出される。

核分裂は、次のような過程を経て起こると考えられている。すなわち、図1.7に示すよう に、液滴に外部から力を加える(a)と、振動を起こして長円状になる(b)。外部から与え られたエネルギーが表面張力より小さければ元に戻るが、表面張力より大きいと(c)の ように亜鈴形になり、二つの液滴に分裂(d)する。核分裂も、これと同じように、中性子 が<sup>235</sup>Uや<sup>239</sup>Puなどの核分裂性核種に衝突(a)すると、吸収されて複合核を形成(b)す る。その複合核が、不安定な振動を起こして十分高いエネルギーの励起状態(c)にな り、ある限界のエネルギー<sup>(注1.27)</sup>を超えると核力を振り切って核分裂(d)を起こす。

核分裂の際には、約200MeVのエネルギーが放出され、約2MeVのエネルギーを持つ2~3個の中性子が飛び出す。核分裂と同時に放出されるので、この中性子を即発中性子(prompt neutron)という。



また、核分裂片は中性子過剰で、不安定な核種が多く、β<sup>-</sup>崩壊を繰り返しながら安 定な核に移行していく。この過程で、中性子を放出することがある。この中性子は、核分 裂から時間遅れを持って放出されるので、遅発中性子(delayed neutron)と呼ばれる。

なお、核分裂については第3章でさらに詳細に述べる。

ペリング (例題1.6)
 第3章で述べるように、核分裂における分裂の仕方は一通りではないが、一例とし

第3章で近くるように、核力表におりる方表の江方は一通りてはないが、一例として、次の核分裂のQ値<sup>(注1.28)</sup>を求めてみよう。

- $^{235}_{92}\text{U} + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{147}_{57}\text{La} + ^{87}_{35}\text{Br} + 2 \cdot ^{1}_{0}n$
- なお、<sup>235</sup>U、<sup>147</sup><sub>92</sub>La、<sup>87</sup><sub>35</sub>Brの原子量は、235.044u、146.928u、86.921uである。

〈解答1.6〉

中性子捕獲の例題と同様、反応前後の静止エネルギーを求める。

注1.25:反応前後で電子の数は等しく、電子の結合エネルギー差も小さいので、核反応の Q値を中性原子の質量を用いて計算できる。

注1.26:1938年にハーンとシュトラスマンが核 分裂片の特定をした。この報告を聞いた、マイ トナーと甥のフリッシュが、原子核が分裂を 起こすという大胆な結論を出したことが、核 分裂の発見につながった。

注1.27:臨界エネルギーとも呼ばれ、参考文 献6)によれば4~7MeVである。翌20の核分 裂では、入射中性子が複合核で持つ結合エ ネルギー(6.4MeV)だけで臨界エネルギー (5.3MeV)を超えるので、運動エネルギー の中性子でも核分裂を起こす。天然ウランの 99.3%を占める翌20も1MeV以上のエネルギー の中性子によって核分裂を起こす。これは入 射中性子が複合エネルギーで持つ結合エネ ルギーに約1MeVのエネルギーを加えること で、臨界エネルギーを超えるためである。すな わち、臨界エネルギーとこの結合エネルギー の差が核分裂のしきい値である。

注1.28:通常、核分裂のQ値というのは、起こ りうる核分裂片の組み合わせの平均値であ る。また、参考文献6)では、核分裂のQ値が 複合核の静止エネルギーとの差になっている。

反応前			反応後			
11- 25- 66-	etter 質量		拔插车	質	量	
依俚守	(u)	(MeV)	似俚守	(u)	(MeV)	
<sup>235</sup> U	<sup>235</sup> U	235.044	218941.1	<sup>147</sup> La	146.928	136862.0
				<sup>87</sup> Br	86.921	80966.0
n	1.00866	939.6	2 <i>n</i>	2.01732	1879.1	
反応前の	エネルギー	219880.7	反応後のエネルギー		219707.1	

これから、Q値は219880.7MeV-219707.1MeV=173.6MeVとなる。このエネルギーは、核分裂片 (<sup>147</sup>La、<sup>87</sup>Br) や即発中性子の運動エネルギーになるほか、一般に励起状態にある核分裂片が放出するy線のエネルギーとして使われる。

これらの核分裂片は中性子を過剰に持っており、さらにβ<sup>-</sup>崩壊で安定核種に崩壊す る。この過程でβ線、y線などで約30MeVのエネルギーを放出する(第3章参照)。し たがって、これらを合わせて、1回の核分裂で約200MeVのエネルギーが発生する。

#### (3) 荷電粒子放出

軽い原子核の中には中性子を吸収すると荷電粒子放出(charged particle emission) するものがある。特に、中性子の入射エネルギーが高くなると多くの核が陽子やα粒子を出 すようになる。放出される粒子がα粒子であれば、(n,α)反応と呼ばれる。この反応は、

 ${}^{A}_{Z}X + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{(A+1)}_{Z}X )^{*} \rightarrow {}^{A-3}_{Z-2}X + {}^{4}_{2}He$ 

である。この例としては<sup>10</sup>Bが中性子を吸収してα粒子を放出する、<sup>10</sup>B(n,α)<sup>7</sup>Li反応が ある。この反応は、原子炉の制御において非常に重要なものである。

陽子が放出される場合は、(n,p)反応と呼ばれる。この反応では、

 ${}^{A}_{Z}X + {}^{1}_{0}n \rightarrow ({}^{A+1}_{Z}X)^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}X + {}^{1}_{1}H$ 

のように、原子番号が1小さい原子核が生成される。(n,p)反応の例には<sup>14</sup>N(n,p)<sup>14</sup>C があり、空気中の窒素と宇宙線の中性子により常時<sup>14</sup>Cが生成されている。<sup>14</sup>Cは、半 減期5730年でβ<sup>-</sup>崩壊をするため、考古学などの分野での年代測定(放射性炭素年 代測定法)に用いられる。

#### 1.6.3 核融合

核分裂は、質量数の大きな原子核が軽い原子核に分裂することにより、安定になる 反応である。しかし、図1.1は、水素などの非常に軽い原子核が結合することで、安定 になる可能性も示唆している。この反応が、核融合(nuclear fusion)である。

たとえば、重水素と三重水素を結合する

 $_{1}^{2}H+_{1}^{3}H\rightarrow_{2}^{4}He+n$ 

のような核融合反応がある。この反応を起こすためには、原子核同士を衝突させな ければならない。しかし、原子核を核力が作用する程度まで近づけるためには、原子 や原子核の持つクーロン反発力に打ち勝つエネルギーで衝突させなければならない。 恒星では巨大な重力で核融合を引き起こすことができるが、地球上で核融合を起こ すためには極めて高温にするか、極めて高圧にする必要がある。

もっとも実現性が高い方法は、次の方法である。すなわち、10<sup>7</sup>℃程度まで加熱す ると、原子核が完全に電離した状態(プラズマ)になり、熱運動によって核同士が衝 突し核融合が起こる。このような核融合を熱核融合反応と呼ぶが、太陽などの恒星 内部ではこの熱核融合によって高熱が発生している。

#### 〈例題1.7〉

重水素と三重水素による核融合<sup>2</sup><sub>1</sub>H+<sup>3</sup><sub>1</sub>H→<sup>4</sup><sub>2</sub>He+nのQ値を求めよ。なお、<sup>2</sup><sub>1</sub>H、<sup>3</sup><sub>1</sub>H、 <sup>4</sup><sub>2</sub>Heの原子量は、それぞれ2.01410u、3.01605u、4.00260uである。

#### 〈解答1.7〉

反応前後の静止エネルギーを求める。

反応前			反応後		
林延始 質量		量	古插车	質量	
核俚守	(u)	(MeV)	1 《俚守	(u)	(MeV)
$^{2}_{1}H$	2.01410	1876.1	<sup>4</sup> <sub>2</sub> He	4.00260	3728.4
$^{3}_{1}H$	3.01605	2809.4	n	1.00866	939.6
反応前のエネルギー		4685.5	反応後の.	エネルギー	4668.0

したがって、Q値は4685.5MeV-4668.0MeV=17.5MeVとなる。このエネルギーは、 ヘリウムに約4MeV、中性子に約14MeV、運動エネルギーとして付与される。

#### 1.7 まとめ

本章では、原子核の基礎的な性質について述べた。

原子核は陽子と中性子から構成されており、これら核子は核力によって強く結合されている。その核子当たりの結合エネルギーは、質量数約60の元素でピークを持つ。 そのため、水素のような軽い核種は結合することでより安定になり、ウランのように重い核種は分裂することで安定になる。このため、軽い核種では核融合を、重い核種 では核分裂を起こす。さらに、結合エネルギーをよく表せるワイゼッカー・ベーテの公 式を紹介した。この式を用いれば、どの核種が安定で、どの核種が放射性核種にな るかなど、様々なことが分かる。

本章の知識は、原子炉の出力を決めるための核分裂や中性子捕獲などの核反応 に係るエネルギーを算出するためにも役立つ。また、9章で述べる燃焼計算において、 核燃料核種や核分裂生成物の生成・崩壊チェーンを理解する上での助けともなる。

#### 《演習問題》

<ul> <li>[1] 質量数A、原子番号Zの原子の質量を<i>M</i>(A,Z)とする。この原子核の崩壊について次の記述のうち、誤っているものはどれか。ただし、軌道電子の結合エネルギーによる質量の寄与については考慮しないものとする。また、電子の質量をm<sub>e</sub>とする。</li> <li>①β崩壊では、<i>M</i>(A,Z)&gt;<i>M</i>(A,Z+1)が成り立つ。</li> <li>②β<sup>+</sup>崩壊では、<i>M</i>(A,Z)&gt;<i>M</i>(A,Z-1)+2m<sub>e</sub>が成り立つ。</li> <li>③EC(電子捕獲)では、<i>M</i>(A,Z)&gt;<i>M</i>(A,Z-1)+m<sub>e</sub>が成り立つ。</li> <li>④核異性体転移では、質量数A,原子番号Zも変化しない。</li> <li>⑤α崩壊では、<i>M</i>(A,Z)&gt;<i>M</i>(A-4,Z-2)+<i>M</i>(4,2)が成り立つ。</li> <li>(出典:技術士 原子力・放射線部門 平成16年度第一次試験)</li> </ul>
<ul> <li>[2] <sup>60</sup>Coの半減期は5.2年である。<sup>60</sup>Co1µgの2.6年後の放射能は次のうちどれか。 ただし、アボガドロ数を6×10<sup>23</sup>、ln2=0.693とする。</li> <li>①3.0Bq ②30Bq ③30kBq ④30MBq ⑤30TBq (出典:技術士 原子力・放射線部門 平成16年度第一次試験)</li> </ul>
<ul> <li>[3] 1kgの質量をジュール単位にエネルギー換算した場合、正しいものは次のうちどれか。ただし、光速度を3×10<sup>5</sup>km/sとする。</li> <li>①9×10<sup>7</sup>J ②9×10<sup>10</sup>J ③9×10<sup>16</sup>J ④9×10<sup>19</sup>J ⑤9×10<sup>23</sup>J</li> <li>(出典:技術士 原子力・放射線部門 平成17年度第一次試験)</li> </ul>
<ul> <li>[4] 次の記述のうち、誤っているものはどれか。</li> <li>①β*崩壊は、原子核の中の陽子が中性子、陽電子とニュートリノに崩壊する現象である。</li> <li>②中性子は電荷を持たないため、磁気能率を持たない。</li> <li>③原子核の内部では、陽子、中性子は殻構造を形成する。</li> <li>④原子核の質量は、それを構成する陽子と中性子の質量の総和より小さい。</li> <li>⑤核子数が2、8、20、28、50、82、126である場合、その原子核は特に安定な状態にある。この数を魔法の数という。</li> <li>(出典:技術士 原子力・放射線部門 平成17年度第一次試験)</li> </ul>
<ul> <li>[5] 次の記述について、実際に起こらないものの組合せは1~5のうちどれか。</li> <li>(a)<sup>14</sup>Cはβ 崩壊して<sup>14</sup>Nになる。</li> <li>(b)<sup>14</sup>Cはβ<sup>+</sup>崩壊して<sup>14</sup>Bになる。</li> <li>(c)<sup>22</sup>Naはβ<sup>+</sup>崩壊して<sup>22</sup>Neになる。</li> <li>(d)<sup>22</sup>Naはβ 崩壊して<sup>22</sup>Mgになる。</li> <li>(e)<sup>22</sup>Naは電子捕獲 (EC) して<sup>22</sup>Neになる。</li> <li>①(a) (c) ②(a) (d) ③(b) (c) ④(b) (d) ⑤(b) (e)</li> <li>(出典:技術士 原子力・放射線部門 平成18年度第一次試験)</li> </ul>
[6] 次の(A)~(D)について、半減期T、崩壊定数λの放射性核種において時間t後に 残っている個数の初期の個数に対する割合を表す関数として、正しいものの組 合せは1~5のうちどれか。
<ul> <li>(A) e<sup>→t</sup></li> <li>(B) e<sup>-†</sup></li> <li>(C)(<sup>1</sup>/<sub>2</sub>)<sup>†</sup></li> <li>(D)(<sup>1</sup>/<sub>2</sub>)<sup>t</sup></li> <li>(1(A)と(B) 2(A)と(C) 3(B)と(C) 4(B)と(D) 5(C)と(D)</li> <li>(出典:技術士 原子力・放射線部門 平成19年度第一次試験)</li> </ul>

[7] 次の記述のうち、誤っているものはどれか。
①陽子は水素原子核である。
②陽子は磁気モーメントを持っている。
③陽子の質量は電子の約5倍である。
④陽子の寿命は極めて長いと考えられる。
⑤陽子は電荷を持っている。
(出典:技術士 原子力・放射線部門 平成19年度第一次試験)

[8] ワイゼッカー・ベーテの半経験的質量公式を用いて、同重核で最も安定となる原 子量Zを与える式を導け。同重核で最も安定となる原子量は、結合エネルギーが 極大になるZであるから、

$$\left(\frac{\partial B(A \cdot Z)}{\partial Z}\right)_{A=-\frac{1}{2}} = 0$$

という条件から式が導ける。また、導いた式を用いて質量数45および91の場合の安定となる核種を推定せよ。

- [9] 親の核種1 (崩壊定数λ<sub>1</sub>)の時刻t=0における原子数をN<sup>0</sup><sub>1</sub>、核種1の子の核種2 (崩壊定数λ<sub>2</sub>)の時刻t=0における原子数をN<sup>0</sup><sub>2</sub>としたとき、時刻tにおける核種1 および核種2の原子数N<sub>1</sub>(t)、N<sub>2</sub>(t)を表す式を導け。
- [10] 問題9で導いた式を用いて、崩壊定数λ<sub>1</sub>がλ<sub>2</sub>に比べて非常に小さい場合、言い 換えれば、親核種1の半減期が子の核種2の半減期に比べて非常に長い場合、 十分時間が経ったときの核種1と核種2の原子数にはλ<sub>1</sub>N<sub>1</sub>=λ<sub>2</sub>N<sub>2</sub>という関係(永 続平衡と呼ばれる)が成り立つことを示せ。
- [11] ワイゼッカー・ベーテの質量公式を用いて、<sup>4</sup>He、<sup>16</sup>O、<sup>56</sup>Fe、<sup>208</sup>Pb、<sup>235</sup>Uの質量 を計算せよ。

# 第2章

# 中性子と物質の反応

- 1.はじめに
- 2. 微視的(ミクロ)断面積
- 3. 微視的断面積の種類
- 4. 巨視的(マクロ)断面積と平均自由行程
- 5. 微視的断面積の値とエネルギー変化
- 6. 断面積のデータベース
- 7.中性子密度と中性子束

8.まとめ

[この章のポイント]

第1章では、中性子と原子核の反応について学んだ。原子炉の振る 舞いを理解したり、原子炉を設計するためには、これらの反応を定量 的に取り扱わなければならない。そのため、中性子と原子核との反応の しやすさを表す「断面積」と、物質内に存在する中性子の数を表す「中 性子束」という物理量を用いる。

本章では、「断面積」と「中性子束」とはどのようなものかを、順次学 んでいく。これらの物理量を用いると、中性子と原子核が核反応する数 を表す「反応率」を、容易に求めることができる。これらの量は、次章 以降の原子炉内の中性子の振る舞いを定量的に考えていく際に欠か せないものである。

### 第2章 中性子と物質の反応

#### 2.1 はじめに

本章では、中性子が起こす核反応を定量的に扱う手段について学ぶ。その中で は、中性子が原子核と反応する確率に相当する量である(核)反応断面積(reaction cross section:以下、単に断面積と呼ぶ)、次いで飛行する中性子の量を記述する中 性子束(neutron flux)について学ぶ。それらを用いると、中性子と原子核が核反応す る数量である核反応量を表す反応率(reaction rate)を簡単に表すことができる。

#### 2.2 微視的 (ミクロ) 断面積

中性子と物質との相互作用を厳密に考えるには、量子力学を用いた記述をしなけ ればならない。中性子はエネルギーが高ければ(速度が速ければ)高いほど粒子的 な性質が顕著になり、反対に低くなるにつれ波動的な性質が顕著になるからである。

このことから、中性子と物質との相互作用を量子力学的に記述するときは、入射して来る中性子を平面波とみなし、それが標的である物質の核力のポテンシャル場と相互作用した後、二次的に散乱波が生じるものとして考える。そして散乱波の振幅を 考えねばならない。

しかし、本書は、入門書であるから量子力学的な考えはとらず、中性子が小さな粒 であり、それが標的の物質の核に衝突するというように、直感的に想像できる素朴な 考え方から始める。

空中にたくさん浮かんでいる標的にボールを当て、割ることを考える。どのような条件を考えると、たくさんの標的を割ることができるであろうか?標的とボールについて それぞれ条件を考えてみて欲しい。

標的については、①標的を密集して浮かべること(単位体積当たりの標的の数を増 やすほど、当たりやすくなる)、②大きい標的を使うこと(大きい方が当たりやすい)、 ③標的が浮かんでいる領域を大きくすること(広い範囲に浮かんでいる方が当たりや すい)の三つの方策が考えられる。

一方、ボールについては、④多数のボールを密集して投げる(ボールの数の密度が 大きいほど当たりやすい)、⑤ボールの速度を大きくする(速度が大きいほど、たくさ ん投げることができる)の二つの方策が考えられる。なお、単位時間当たりに投げら れるボールの数は、④と⑤のかけ算に比例することに注意する必要がある。

上記の「的あてゲーム」の考え方は、原子核(標的)と中性子(ボール)の相互作用 の際にも適用可能である。反応率(単位時間当たりにボールが標的に当たる数)は、 ①原子核の数密度(標的の密度)、②原子核の大きさつまり断面積(標的の大きさ)、 ③物質の体積(標的がある領域の大きさ)、④中性子の数密度(ボールの数密度)、 ⑤中性子の速度(ボールの速度)に比例する。すなわち、原子核と中性子の反応率は、



nvo:標的核1個に対する衝突数/sec nvoN:単位体積当たりの試料に対する衝突数/sec/m<sup>3</sup>

図2.1 断面積を核の面積で表した断面積で説明する概念図

①~⑤のかけ算で与えられる。これらの因子のうち、①~③は標的物質の性質、④、
 ⑤は中性子ビームの性質に依存するものである。

始めに微視的断面積(ミクロ断面積: microscopic cross section) について学ぶ。 このため、中性子が一方向から物質に入射する場合を考え、この物質内でおこる核 反応の数に着目する(図2.1参照)。

今、速度v(m·s<sup>-1</sup>)、数密度n(個·m<sup>-3</sup>)の中性子が薄い物質<sup>(注2.1)</sup>の標的核N個(個·m<sup>-3</sup>) に垂直に入射するとする。

中性子と標的核が起こす衝突の数(核反応の数)は、それを起こす確率の尺度つまり断面積を考え、それを比例定数のと書くことにすると、標的核1個に対する衝突の数はn・v・のだから、単位体積当たりの標的核との衝突の数Rは

 $R = n \cdot v \cdot \sigma \cdot N \quad \dots \qquad (2.1)$ 

と表現できる。すなわち単位時間当たりの核反応の数は、中性子入射数、標的の原子 核数との積で与えられ、入射する中性子が多いほど、反応する原子核の数も多いほど、 また、このときの比例定数(断面積)が大きければ大きいほど、大きくなる。

この $\sigma$ は面積(m<sup>2</sup>)の単位を持つことから、 $\sigma$ を微視的断面積と呼ぶ。そして、単位として10<sup>-28</sup>(m<sup>2</sup>)を用い、これを1バーン(b:barn)<sup>(注2.2)</sup>と呼んでいる。この単位は、原子核の大きさが10<sup>-14</sup>(m)程度であることに由来している。

そして、物質の単位体積当たりに核反応する数を反応率 (reaction rate) と呼ぶ。 入射する中性子を集団としてとらえ、その積 $n\cdot v \epsilon_j$ とひとまとめにし、中性子束とみな せば、反応率を改めてR(個· $m^{-3}\cdot s^{-1}$ )として、Rは

	NOUT IN AND	
$R = \sigma \cdot j \cdot N$	 (2.2)	ĺ

のように書くことができる<sup>(注2.3)</sup>。中性子束についてはこの後2.7節でもう少し詳しく 説明する。

#### 〈例題2.1〉

<sup>12</sup>Cの断面積σ=2.5(barn)、原子数密度N=8.0×10<sup>27</sup>(個·m<sup>-3</sup>)、入射中性子の量 J=2.0×10<sup>16</sup>(個·m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>)であるとき、<sup>12</sup>Cの反応率を求めよ。 〈**解答2**.1〉 反応率R=σ·J·N=2.5×10<sup>-28</sup>×2.0×10<sup>16</sup>×8.0×10<sup>27</sup>

 $=4.0\times10^{16}$ (個·m<sup>-3</sup>·s<sup>-1</sup>)

#### 2.3 微視的断面積の種類

微視的断面積は、すべての原子核に共通な概念で、すべての原子核一つ一つが起こす、すべての核反応(1.6参照)について、それぞれの値を持つ。すなわち、1つの原子核が起こす様々な反応ごとに、それぞれの微視的断面積が定義される。それぞれの微視的断面積は、通常、微視的断面積を表す記号 $\sigma$ に<sup>(注2.4)</sup>、各反応を表す添字をつけて表す。主だったものとして、散乱反応の微視的断面積についてはscatteringの頭文字sをつけて $\sigma_s$ 、核分裂反応についてはfissionのfをつけて $\sigma_f$ 、捕獲反応(中性子捕獲や放射捕獲反応ともいう)についてはcaptureのc(またはy線が放射されることからy)をつけた $\sigma_c$ (または $\sigma_y$ )、吸収反応についてはabsorptionのaをつけて $\sigma_a$ などと記される<sup>(注2.5)</sup>。

微視的吸収断面積 oaは中性子を吸収する微視的断面積の総和で定義され、

 $\sigma_a = \sigma_f + \sigma_c + \dots \tag{2.3}$ 

で定義される。さらに、一つの原子核が起こす中性子反応を総和した微視的断面積 として、微視的全断面積 $\sigma_t$  (total cross section) がよく現れる。

 $\sigma_t = \sigma_s + \sigma_c + \sigma_f + \qquad (2.4)$ 

なお、原子炉の振舞いを考える場合には、微視的吸収断面積は実質的に微視的 捕獲断面積 $\sigma_c$ と微視的核分裂断面積 $\sigma_f$ の二つの和 $\sigma_a = \sigma_f + \sigma_c$ となる場合が多い。この 注2.1:厚さが極めて薄いと言うことは、入射 する中性子が標的の後ろの方にある原子核に 達する前に減少してしまわないことを保証す るための仮定である。

注2.2:パーン (barn) の語源は、1942年当時、 パーデュ大学で核分裂断面積の研究に当たっ ていたM.G.ホロウェイとC.P.ベイカーが単 位の名称がないのは不便だから何か付けよ うということになり、「オッペンハイマー」(長 すぎて不便)とか「ペーテ」(ペータ線と混同 しがち)とか考えたあげく、指導教官のジョ ン・マンレイにちなみ、Johnとしてみた。しか し、これはアメリカ人にたくさんある名前なの で気に入らず、方言に由来する連想で"John"

(掘っ建て小屋、小さな納屋、男子用公衆便 所)がだめなら"barn"(大きな納屋)ではど うかということになり、これにしたという。後 日、彼らはロスアラモスの研究所に移り、そち らでもbarnを使っているうち定着してしまった。 注2.3:

 $R\left(\frac{1}{m^3 \cdot s}\right) = \sigma J \cdot N\left(m^2 \cdot \frac{1}{m^2 \cdot s} \cdot \frac{1}{m^3}\right)$ 

注2.4:σはギリシャ文字Σ (シグマ)の小文字。

注2.5: $\sigma_s$  散乱断面積、 $\sigma_a$  吸収断面積、  $\sigma_f$  核分裂断面積、 $\sigma_c$  (または $\sigma_y$ ) 捕獲断面 積、 $\sigma_r$  全断面積と呼ばれる。 場合、微視的全断面積 $\sigma_t$ は、 $\sigma_t=\sigma_a+\sigma_s$ で与えられる。

〈例題2.2〉

 $^{235}$ Uの微視的核分裂断面積 $\sigma_f$ =500(b)、微視的捕獲断面積 $\sigma_c$ =150(b)、微視的散 乱断面積σ.=10(b)とする。以下の問いに答えよ。

①微視的吸収断面積および微視的全断面積を求めよ。

②核分裂反応が起る確率は何%か。

〈解答2.2〉

①微視的吸収断面積 $\sigma_a = \sigma_f + \sigma_c = 500 + 150 = 650(b)$ 

微視的全断面積 $\sigma_t = \sigma_a + \sigma_s = 650 + 10 = 660(b)$ 

②核分裂反応が起る確率

 $P = \sigma_f / \sigma_t \times 100 = 500 / 660 \times 100 = 75.6(\%)$ 

断面積の値は、原子核、核反応によって大きく変化する。さらに、入射する中性子 エネルギーによっても大きく変化する特徴がある。微視的断面積の値、エネルギー変 化については後述する。

#### 2.4 巨視的 (マクロ) 断面積と平均自由行程

微視的断面積に次いで巨視的断面積(マクロ断面積:macroscopic cross section) について学ぶ。そのため図2.2のような厚い物質に中性子が入射する場合を考える。こ の物質の原子核密度は同じく単位体積当りN(個·m-3)であり、ここでは十分大きな厚さ をもつものとする。

この物質に垂直に入射している中性子を考え、その大きさを物質の表面において  $J_0(個 \cdot m^{-2} \cdot s^{-1})$ とする。そして物質中に、物質の表面から x の距離にある厚さdxの部 分を考える。その深さ x の位置での中性子数をJ(x)と書き、厚さ x からx+dxまで間に 中性子が減少する数を-dJと書くと、-dJは、物質の全断面積σ,を用いて(注2.6)

 $-dJ = \sigma_t J(x)N \, dx \quad \dots \qquad (2.5)$ 

と書ける(注2.7)。この式は

$$\frac{d J(x)}{dx} = -\sigma_t N J(x) \qquad (2.6)$$

となる。この微分方程式は容易に解け、

 $J(x) = J_0 \exp(-\sigma_t N x) \quad (2.7)$ 

厚い標的物質 N(個·m-3)



#### 図2.2 厚い標的物質に入射する中性子の概念

注2.6:中性子の数は深くなるほど減少する ので、厚さdxの間に変化する量としてマイナ ス符号をつけて-dJとしている。

注2.7:深さxの位置で厚さdxの部分において、 核反応する全数は、微視的全断面積(の)とそ の場の中性子束(J(x))と、その場の原子核数 (Ndx)の積で求められる。そしてそこでの核反 応1個は、中性子1個の損失と等価であるから、 厚さdxにおける核反応数はそこで失う中性子 数、すなわち同じ厚さdxにおける中性子減少 数-dJと等しくなる。



### とたろ、この様子を図示すると 図23のようにたろ

この式中のσとNの積のことをΣと書いて、すなわち <sup>(注2.8)</sup>	
$\Sigma = \sigma \cdot N$	(2.8)
として、これを巨視的断面積と呼ぶ。この巨視的断面積の単位は、 $\sigma(m^2) \times N$ $m^{-1}$ である。そしてこの巨視的断面積を用いると反応率 $R(\mathbf{M} \cdot \mathbf{c}^{-1} \cdot \mathbf{m}^{-3})$ は	N(m⁻³)から

 $R = \Sigma \cdot J \qquad (2.2)$ 

のように書くことができる。

巨視的断面積にも微視的断面積と同様の種類がある。すなわち、Σ、巨視的散乱断 面積、 $\Sigma_a$ 巨視的吸収断面積、 $\Sigma_f$ 巨視的核分裂断面積、 $\Sigma_c$ (または $\Sigma_v$ )巨視的捕獲断 面積、Σ,巨視的全断面積である(注2.9)。

なお、巨視的全断面積の逆数を化と定義して、平均自由行程 (mean free path) とよ Sio

 $\ell = \frac{1}{\Sigma_{\star}} \tag{2.9}$ 

この平均自由行程化は中性子が核反応してから次に核反応するまでの距離の平均 値に相当し、その単位はmである。

〈例題2.3〉

(2.9) 式で与えられる平均自由行程は、中性子の到達距離の期待値であることを 示せ。

〈解答2.3〉

中性子が物質をxだけ通り抜ける確率は、(2.7)式、(2.8)式より $\frac{J(x)}{J_0} = \exp(-\Sigma_t x)$ xだけ通り抜けた中性子が次のdxで相互作用する確率は(2.6)式、(2.8)式より

$$-\frac{dJ}{J} = \sigma_t N dx = \Sigma_t dx$$

注2.8:このΣは、巨視的断面積という名はつ いているが、単位はm-1であり、面積の単位 m<sup>2</sup>ではないことに注意して欲しい。

注2.9:巨視的吸収断面積と巨視的全断面 積については、微視的断面積と同様に定義 される。原子炉などを考える場合について、  $\Sigma_a = \Sigma_f + \Sigma_c, \Sigma_t = \Sigma_a + \Sigma_s \geq c_a > c_s$ 

これより、中性子が物質中のx~x+dxで相互作用する確率は

$$\exp(-\Sigma_t x)\Sigma_t dx$$

この確率から到達距離の期待値を計算すると、

$$\int_0^\infty x \exp(-\Sigma_t x) \Sigma_t dx = \frac{1}{\Sigma_t}$$

これは、(2.9) 式と一致している。

巨視的断面積や平均自由行程を用いると、物質中の中性子の減衰を表す式は

$$J(x) = J_0 \exp(-\Sigma_t x) = J_0 \exp\left(-\frac{x}{\ell}\right) \quad \dots \quad (2.10)$$

とできる。すなわち、物質の中で中性子数は、巨視的断面積あるいは平均自由行程で 決められる指数関数で減少する。

水素Hの原子数密度 $N_H$ =6×10<sup>28</sup>(個·m<sup>-3</sup>)、微視的散乱断面積 $\sigma_{sH}$ =20(barn)とする とき、水素の巨視的散乱断面積を求めよ。

〈解答2.4〉

 $\Sigma_{sH} = N_H \times \sigma_{sH} = 6 \times 10^{28} \times 20 \times 10^{-28} = 120 (m^{-1})$ 

〈例題2.5〉

<sup>235</sup>Uの吸収断面積 $\sigma_a^{235}$ =700(barn)、<sup>238</sup>Uの吸収断面積 $\sigma_a^{238}$ =3(barn)であるとき、 天然ウランの巨視的吸収断面積を求めよ。ただし、<sup>238</sup>Uの天然同位体比を99.3%、 天然ウランの原子量を238、密度を19(ton·m<sup>-3</sup>)とする。

〈解答2.5〉

天然ウランの原子数密度N=(19×10<sup>6</sup>/238)×6.02×10<sup>23</sup>=4.81×10<sup>28</sup>(個·m<sup>-3</sup>) <sup>235</sup>Uの原子数密度N<sup>235</sup>=0.007×N=3.36×10<sup>26</sup>(個·m<sup>-3</sup>) <sup>238</sup>Uの原子数密度N<sup>238</sup>=0.993×N=4.77×10<sup>28</sup>(個·m<sup>-3</sup>)  $\Sigma_a^{235} = \sigma_a^{235} \times N^{235} = 700 \times 10^{-28} \times 3.36 \times 10^{26} = 2352 \times 10^{-2} = 23.5 (m^{-1})$   $\Sigma_a^{238} = \sigma_a^{238} \times N^{238} = 3 \times 10^{-28} \times 4.77 \times 10^{28} = 14.3 \times 10^{0} = 14.3 (m^{-1})$ よって、天然ウランの巨視的吸収断面積

 $\Sigma_a = \Sigma_a^{235} + \Sigma_a^{238} = 23.5 + 14.3 = 37.8 (m^{-1})$ 

#### 〈例題2.6〉

液体Na中の100keV中性子の巨視的全断面積および平均自由行程を求めよ。ただし、100keV中性子に対するNaの微視的全断面積 $\sigma_t$ =3(barn)、Naの原子数密度 N=2.0×10<sup>28</sup>(個·m<sup>-3</sup>)とする。

〈解答2.6〉

巨視的全断面積  $\Sigma_t = \sigma_t \times N = 3 \times 10^{-28} \times 2.0 \times 10^{28} = 6.0 (m^{-1})$ 平均自由行程  $\ell = 1/\Sigma_t = 1/6.0 = 0.17 (m)$ 

#### 2.5 微視的断面積の値とエネルギー変化

微視的断面積は、中性子と原子核の間のいわゆる核力の相互作用により決まるものであり、中性子に対する個々の原子核の特徴は、その原子核由来の固有の物理量である<sup>(注2,10)</sup>。

中性子に対する原子核の特徴を決める因子として、核内の陽子の数と中性子の数の 組み合わせがあげられ、その違いにより断面積は非常に大きく変化する。すなわち、同 じ元素(すなわち同じ陽子数の原子核)でも中性子数が異なる同位体において、断面 積の値が全く異なる場合がある。たとえば、ともに陽子数92個を持つウラン元素であ る<sup>235</sup>Uと<sup>238</sup>Uの核分裂断面積は、軽水型原子炉で代表的な中性子エネルギーである 0.025 eVにおいて、<sup>235</sup>Uでは約600 (barn)であるのに対して、<sup>238</sup>Uの核分裂断面積は

注2.10:核反応と断面積について、より詳しく 学ぶためには、中性子・原子核に対する量子 力学的な記述を待つ必要がある。そのような 量子力学的な記述は、いずれの量子力学の 教科書にも記載されている。興味がある諸君 は、各自手元にある量子力学の教科書を開 いてもらいたい。

#### 第2章 中性子と物質の反応

ほぼゼロである。また、水素の同位体である<sup>1</sup>Hと<sup>2</sup>Hの捕獲断面積も、同じく0.025 eVの 中性子エネルギーに対してそれぞれ0.3 (barn) と0.0003 (barn) と、やはり大きな差が 存在する。

このように原子核によって断面積が変わるという特徴の他に、断面積は核反応する中性子のエネルギー(正確には原子核と中性子の相対速度)によっても大きく変化するという特徴がある。微視的断面積のこのような特徴は、断面積のエネルギー依存性と呼ばれる<sup>(注2.11)</sup>。

微視的断面積のエネルギー依存性を表すものとして、以下の4つが重要である。いずれも断面積が中性子エネルギーによって大きく変化する形状を表したものである。 以下、順にそれらを説明する。その際、図2.4および図2.5を参照のこと。 2.5.1 1/v 特性

ここでの"v"は速度を表すもので、断面積が、速度に(運動エネルギーの平方根に) 反比例して、すなわち1/v(=1/√E)に比例して減少するエネルギー変化を表す特徴を表 すものである。中性子を吸収する核反応の微視的断面積において比較的低い中性子 エネルギー領域で現れる。特に質量数が大きい原子核においては、この特性がほとん どの原子核に現れている。この1/v特性(1/v characteristics)は、下記の共鳴と同じく、 原子核内部における励起エネルギー準位の存在に起因して起こるものである。

断面積の1/v特性を理論的に説明するためには、量子力学の知識が必要となる。 断面積の研究が始まった初期の頃、グレゴリー・ブライトとユージン・P・ウィグナーは 断面積の理論計算に量子力学を適用し、ブライト・ウィグナーの公式を表した。それ によると、断面積は入射中性子のエネルギーの平方根に反比例して変化する。すなわ ち、上記のように $\sigma$ =定数/ $\sqrt{E}$ =定数/vであり、断面積は入射速度に反比例するという 事実を説明することができる。

#### 2.5.2 共鳴

断面積が狭いエネルギー範囲において急激に変化する特徴を表す。このようなエネルギー変化は、原子核内部の殻(シェル)構造に起因して生じる原子核内部の「励起エネルギー準位」の存在によって起こるものである。励起エネルギー準位に合致するエネルギーで飛行する中性子に対して、原子核は中性子と非常に反応しやすくなる。共鳴(resonance)の典型的な例が、<sup>238</sup>Uにおける中性子エネルギー6.7eVにおける共鳴である(図2.5参照)。この共鳴では、数eV領域の中性子エネルギーではおおよそ10(barn)程度の微視的断面積であるのに対し、6.7eVにおいては10000(barn)



注2.11:ドップラー効果と呼ばれる特殊な場 合などを除き、原子炉内で原子核は停止して いると考えてよい。従って、両者の相対速度は、 中性子の速度(あるいは運動エネルギー)の みに依存することとなる。



グレゴリー・ブライト



ユージン・P・ウィグナー

Gregory Breit (Wikipedia Commons: Photograph: Karol Lagner氏が提供)



を超える断面積を示す。共鳴によっては非常に大きな断面積を有することから、原子 炉設計においては、厳密な取り扱いが必要となる。

2.5.3 しきい反応

第1章で述べた通りに、一定の中性子エネルギー以上に限って反応が起こる核反応がある。そのような核反応の断面積は、一定の中性子エネルギー以下ではゼロ(あるいは非常に小さな値)であり、そのエネルギー以上になると急激に大きくなるものがある<sup>(注2.12)</sup>。このような反応はしきい反応(threshold reaction)と呼ばれ、反応が起こる境界のエネルギー、すなわち断面積が急激に大きくなるエネルギーをしきいエネル ギーと呼ぶ。一例として、原子炉で重要となるしきい反応として<sup>238</sup>Uの核分裂反応があ げられる。そのしきいエネルギーは約1MeVであり、変化の様子は図2.5の通りである。 2.5.4 平坦な断面積

中性子エネルギーによって断面積が変化しない場合もある。このような変化の特 徴は通常、平坦(flat)な断面積などと表現されている。このような特性は、散乱反応 においてよく現れる。この特徴の一定の断面積は、中性子の球が、同じく球状の原 子核と散乱することをイメージして、そのような散乱において散乱する確率(すなわち、 断面積)は原子核そのものの大きさに依存して決まる一定の値(すなわち中性子エネ ルギーによらない)を取ることを想像することで理解できる<sup>(注2.13)</sup>。このエネルギー 依存性は、主に軽い原子核(質量数が小さな原子核)においてよく表れる。

これらのエネルギー依存性を持つ微視的断面積の典型例を、以下に示す。

まず、図2.4に、<sup>10</sup>Bの散乱断面積のエネルギー変化を示している。この図の中は、 横軸が中性子エネルギーで10<sup>-2</sup>eVから20MeVの範囲を対数表示しており、単位eVで ある。一方、縦軸は、微視的断面積であり、同じく対数表示されていて、単位bである。 図の中には、5つの微視的断面積が、異なる線で記されている。断面積の種類は、全 断面積、弾性散乱断面積、非弾性散乱断面積、捕獲断面積、(n,α)反応断面積であ る。なお、図中には、エネルギー依存を表す用語に対応する部分を明記している。

<sup>10</sup>Bの断面積のエネルギー依存性の特徴は、約10<sup>4</sup>eVまでの、(n, α) 反応断面積および全断面積の1/v特性、また同じ領域での平坦な散乱断面積と、10<sup>6</sup>eV付近の非弾性散乱のしきい反応などである。

図2.5には、同じく10<sup>-2</sup>eVから20MeVのエネルギー範囲における<sup>238</sup>Uの微視的断面積の変化を示す。この図中には、断面積が狭いエネルギー範囲において急激に変

注2.12:しきい反応において、しきいエネル ギー以下で反応断面積がわずかながら値を 持つのは、量子力学における「トンネル効果」 のためである。

注2.13:このような散乱をポテンシャル散乱、 このような特徴を示すエネルギー領域をポテ ンシャル散乱領域と呼ぶこともある。この散 乱では、断面積が一定の値(ポテンシャル散 乱断面積)  $\sigma_p$ =4 $\pi R^2$ を取る。ここでRは原子核 の半径である。
化する共鳴が見られる。<sup>238</sup>Uの例では、1eV以上においていくつかの共鳴が存在し、 そこでは共鳴の形が一つ一つよく見てとれる。中性子エネルギーが比較的高くなり 100eV~10keVの領域では、非常に数多くの共鳴が重なるように存在していることが 見て取れる。なお、<sup>238</sup>Uの例で10keVにおいて共鳴がなくなり滑らかな断面積エネル ギー変化となっている。これは、共鳴がなくなったのではなく、一つの共鳴する中性 子エネルギー (の幅) が隣接する共鳴の中性子エネルギー (の幅) とほとんど重なり 合って見かけ上滑らかな断面積変化を示すようになったためである<sup>(注2.14)</sup>。

# 2.6 中性子密度と中性子束

原子炉の振る舞いを理解したり、原子炉を設計するためには、原子炉などの体系の 中での中性子の振る舞いを知らなければならない。そのためには、任意の体系内での 中性子分布を定量的に表す手段を学ばなければならない。原子炉物理学では、中性 子の量や分布を定量的に表す量として、以下の二つを通常用いる。

①中性子密度

②中性子束

この二つの物理量はともに、原子炉物理学において極めて重要な量である。以下順に学ぶ。

まず、中性子密度(neutron density)について学ぶ。中性子密度は、単位体積当たりの中性子数と定義される。より厳密に書くと、「時間 t、空間位置  $\mathbf{r}(x,y,z)$ における、単位体積当たりの中性子数」を中性子密度 $n(\mathbf{r},t)$ (個·m<sup>-3</sup>)と定義する<sup>(注2.15)</sup>。さらに、同様の変数を用いて、前節であらわれた反応率を、「時刻 t、空間位置  $\mathbf{r}(x,y,z)$ における、単位体積当たりの核反応の数」として反応率 $R(\mathbf{r},t)$ (個·m<sup>-3</sup>)」と定義する。以下、この反応率と中性子密度について考えていく。

まず、微視的断面積σ(m<sup>2</sup>)の原子核が原子核密度N(個·m<sup>-3</sup>)で存在する物質を考え る<sup>(注2.16)</sup>。そして、その物質中を、一定の速さv(m·s<sup>-1</sup>)である一方向に飛行している中性 子(の集団)を考え、その中性子が、物質中のある面を単位時間に通過する中性子の数 に着目する。たとえば、1秒の間にある面を通過する中性子は、その面から「1秒間に飛 行できる距離の中に存在する中性子」に限られる。すなわち、速さがvのとき単位時間 内にその中性子が飛行できる距離はv(m)であるから、速さvの中性子がある面を通過 できるのはその面から長さv(m)の距離の内にある中性子の数である(図2.6参照)。通 過する面の面積を1(m<sup>2</sup>)として、言い換えると、速さvの中性子が単位時間、単位面積 注2.14:共鳴のエネルギー変化において、共 鳴の変化が見て取れる領域を「分離共鳴領 域」(<sup>238</sup>Uの例では1eV~10keV)、見かけ 上滑らかになっている領域を「非分離領域」 (<sup>238</sup>Uの例では10keV以上)と呼ばれる。

注2.15:ここでは中性子が全て同じ速さ  $v(m \cdot s^{-1})$ を持っていると仮定する。

注2.16:この物質の巨視的断面積 $\Sigma$ は、先の 通り $\sigma$ とNの積で与えられる。すなわち $\Sigma = \sigma N$ である。



図2.6 物質中を飛行する中性子の様子

あたりにある面を通過する数は、高さv(m)で単位面積( $1(m^2)$ )の底面の持つ立体( $1 \times v = v(m^3)$ )の中に存在する中性子数とすることができる。そして、物質の中性子密度(すなわち、単位体積当たりの中性子数)が $n(\mathbf{r},t)(\mathbf{M}\cdot\mathbf{m}^{-3})$ であるとすると、ある面を単位時間、単位面積あたりに通過する中性子数は、

と表すことができる。すなわち、ある面を単位時間、単位面積あたりに通過する中性子数は、中性子密度と単位時間に飛行する距離の積、すなわちvn(r,t)で与えられる。

反応率 $R(\mathbf{r},t)dV$ は、前節の通り、ある面を(すなわち十分薄い物質)を単位時間に通 過する中性子数と、そこでの巨視的断面積 $\Sigma=\sigma N$ の積で書けるので、ある面を通過する 中性子数 $vn(\mathbf{r},t)$ を用いると、

 $R(\mathbf{r},t)dV = \Sigma(\mathbf{r}) \cdot vn(\mathbf{r},t)dV \quad \dots \qquad (2.12)$ 

と書くことができる。

そして、この反応率の式中の、中性子の速さと密度の積、*vn*(=*vn*(**r**,*t*))を、中性子束 φ(**r**,*t*) (neutron flux) と呼ぶ。すなわち、

 $\phi = vn(\mathbf{r}, t) \quad \dots \quad (2.13)$ 

である<sup>(注2.17)</sup>。この中性子束は、単位(個·m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>)(=v(m·s<sup>-1</sup>)×n(個·m<sup>-3</sup>))であり、原子 炉物理学で最も頻繁に用いられる量である。この中性子束を用いることによって中性子 と物質との反応率は、より簡単な表記

 $R(\mathbf{r},t)dV = \Sigma(\mathbf{r}) \cdot \phi(\mathbf{r},t)dV \cdots (2.14)$ 

のように書くことができる(注2.18)。

《例題2.7》

原子炉内の中性子密度が $n=3.0\times10^{15}$ (個·m<sup>-3</sup>)であり、その中性子のエネルギーが 0.0253(eV)であるとする。 $1eV=1.60\times10^{-19}$ (J)、中性子の質量が $1.67\times10^{-27}$ (kg)とし、 以下の問いに答えよ。

①中性子の速さを求めよ。
 ②中性子束を求めよ。
 〈解答2.7〉

①中性子のエネルギー $E = \frac{1}{2}mv^2$ より

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.0253 \cdot 1.60 \times 10^{-19}}{1.67 \times 10^{-27}}} \approx 2.2 \times 10^3 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

②中性子束=v×n=2.2×10<sup>3</sup>×3.0×10<sup>15</sup>=6.6×10<sup>18</sup>(個·m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>)

この中性子束は、第4章で学ぶ通り、ボルツマン (Boltzmann)の輸送方程式やそれ を近似して得られる拡散方程式に従う。原子炉物理学では、これらの方程式を解析的 あるいは数値計算を行うことによって解き、中性子束を得ている。そして、それらにより、 いったん中性子束が求められると、それに知りたい反応の巨視的断面積を掛けること によって、知りたい反応の体系内で反応率分布を得ることができる。たとえば核分裂断 面積を用いれば、熱計算に用いるべき熱出力が求められるし、(n,α)断面積を用いれば 原子炉材料の損傷に大きく影響するHeガスの生成量が求められる。

# 2.7 断面積のデータベース

多くの原子核に対する断面積の値が、原子炉内で重要となるエネルギー範囲について まとめられており、通常、核データライブラリ (nuclear data library) と呼ばれている。核 データライブラリの例として、日本原子力研究開発機構のデータベースにおける核データラ イブラリJENDL-3.3があげられる。このJENDL-3.3では、おおよそ10<sup>-5</sup>eVから10MeV程度 にわたる中性子エネルギー範囲について、質量数1のH原子核から質量数約255のFm程

注2.17:中性子束は、反応率を計算するため に導入された数学的な量(速さ・密度の積) あるいは原子炉物理学特有の道具と考える べきである。なお、中性子束は、次章であら われる中性子流と同じ次元の量であることな どから混同しやすいので注意すること(詳細 は4章参照)。

注2.18:この概念を中性子のエネルギーが 変化するケースに対応できるようにするた め、中性子密度をエネルギーの変数を入れ て $n(\mathbf{r}, E, t) dV dE$ と書くこともできる。この場合、 エネルギー依存の反応率密度が、  $R(\mathbf{r}, E, t) dV dE = \Sigma(\mathbf{r}, E) v(E) n(\mathbf{r}, E, t) \Target x b) 5 h a)$ 。 度まで約350種類の原子核の断面積の値が収められている。これらの断面積値は、日本 原子力研究開発機構のホームページから自由に無料で入手(ダウンロード)できる<sup>(注2.19)</sup>。 なお、日本原子力研究開発機構のデータベースには核データライブラリとともに、デー タベース内に以下のものが一緒に整備されているので、必要に応じて利用されたい。

1. 核図表、元素の周期表データ
 2. 核構造・崩壊データ
 3. 核種の質量、存在比、半減期、スピン、パリティ

# 2.8 まとめ

本章では、反応断面積と中性子束をそれぞれ定義し、これらを用いて核反応量を表 現することで、中性子と物質との核反応を定量的に表わす方法を示した。反応断面積 には、核反応の確率に相当する量である微視的断面積と、微視的断面積と原子核の原 子数密度の積で与えられる巨視的断面積があった。微視的断面積は原子核によって、 また入射する中性子のエネルギーによって大きく変化することも学んだ。さらに、原子 炉物理学において最も頻繁に現れる中性子束について学んだ。すなわち、中性子束は、 単位時間にある単位面積を通過する中性子の数であり、それは中性子密度と中性子の 速度の積で求めることができる。

次章以降で述べる中性子輸送あるいは拡散方程式を用いることにより、中性子束 を求めることができる。いったんこの中性子束が求まれば、中性子束と巨視的断面積 の積にて、容易に反応率の分布を求めることができ、これにより、原子炉の振る舞い を詳細に理解できることとなる。 注2.19: JENDL-3.3 (Japanese Evaluated Nuclear Data Library Version 3.3)を含め、 核データライブラリを入手したい、あるいは詳 しく知りたいときは、わが国で核データライブ ラリを整備管理している機関である日本原子 力研究開発機構(核データ評価研究グルー ブ)のホームページを参照のこと。 http://wwwndc.tokai-sc.jaea.go.jp/index. html

# 《演習問題》

- [1]<sup>235</sup>U、<sup>10</sup>B、<sup>1</sup>Hからなる物質を用いて、半径31.4cmの球形原子炉を真空中に作る。 下表の数値データを用いて、この原子炉に対する以下の(1)~(4)を、有効数 字2桁で求めよ。
  - Σ<sub>a</sub>
     (巨視的吸収断面積)
  - (2) Σ<sub>f</sub> (巨視的核分裂断面積)
  - (3) Σ<sub>t</sub> (巨視的全断面積)
  - (4) ℓ (平均自由行程)

		単位	<sup>235</sup> U	<sup>10</sup> B	$^{1}\mathrm{H}$
$\sigma_c$	微視的捕獲断面積	barn	100	0	0
$\sigma_{\alpha}$	微視的 (n, a) 断面積	barn	0	5000	0
$\sigma_f$	微視的核分裂断面積	barn	500	0	0
$\sigma_s$	微視的散乱断面積	barn	0	0	20
A	原子量		235	10	1
Ν	密度	g·cm <sup>-3</sup>	0.235	0.0012	0.5

- [2] 熱中性子ビームを、厚さ0.1mmのカドミウム板に入射させたとき、透過率(反対側に通過してきた熱中性子の割合)が21.4%であった。この場合のカドミウムの熱中性子に対する微視的全断面積を求めよ。ただし、カドミウムの原子量を112.4、密度を8.65g/cm<sup>3</sup>とする。
- [3] 50kgの裸金属ウラン炉心が高速中性子により臨界状態にある。炉出力が100W のとき、この炉心内の平均中性子束を求めよ。ただし、ウランの原子量を238、平 均核分裂断面積を1.40 (barn) および核分裂当たりの放出エネルギーを3.04× 10<sup>-11</sup>W·secとする。
- [4] 中性子核反応に関する以下の文章中の に適当な語句、数字または数式を 入れ、番号とともに記せ。

中性子が起こす核反応を定量的に扱う目的で、中性子が核反応する確率に関係する断面積という量が導入され、微視的断面積 $\sigma$ と巨視的断面積 $\Sigma$ の二つの 形で用いられている。微視的断面積 $\sigma$ は、原子核によって大きく変化するととも に、中性子エネルギーによっても大きく変化する。断面積のエネルギー依存性を 表す用語として、熱中性子エネルギー領域においてウランなどの重い原子核に よく見られる①\_\_\_\_、eV程度~keV程度の中性子エネルギー領域によく見ら れる共鳴構造などがある。断面積の具体的な値を、原子炉で重要なウランにつ いて見てみると、ウラン235の場合、熱中性子に対して約②[\_\_\_\_\_](barn)の核 分裂反応断面積をもつ。これに対しウラン238の場合は、中性子エネルギー③ [\_\_\_\_\_]eVに非常に大きな共鳴をもち、そのピーク断面積は数千(barn)を超える。 もう一つの断面積である巨視的断面積 $\Sigma$ は、原子核によって構成される物質に 対する量であり、通常、微視的断面積 $\sigma$ と物質の密度 $\rho$ および原子量Mから、次 式により求めることができる。

Σ=④

なお、Σとして巨視的全断面積を考えた場合、その逆数は⑤ と呼ばれ、核 反応間の平均的な距離の目安を与える。

# 第3章

# 核分裂と連鎖反応

- 1.はじめに
   2.核分裂反応
- 3.核分裂性核種と親物質
- 4. 核分裂中性子
- 5.核分裂エネルギー
- 6.核分裂生成物
- 7.燃焼と燃焼度
- 8.核分裂性核種と増殖性能
- 9. 増倍率と反応度
- 10.まとめ

[この章のポイント]

ウラン235等の重い原子核は、中性子を吸収して核分裂し、エネル ギーを発生するとともに新たな中性子(核分裂中性子)を2~3個程度 放出する。この核分裂中性子を用いることで、核分裂を連鎖的に起こ させることができる。これが核分裂の連鎖反応であり、原子炉の最も 基礎的なメカニズムである。核分裂中性子には、核分裂後、即座に放出 されるものと、時間遅れを伴って放出されるものとが存在する。時間遅 れを伴って放出されるものが遅発中性子であり、その割合は小さいも のの、原子炉の制御には不可欠である。核分裂した原子核の破片は核 分裂破片と呼ばれ、中性子の吸収などを通じて原子炉の運転に影響を 与える。核分裂中性子の一部は、ウラン238等の重い原子核に吸収さ れ、核変換を起こすことにより、新たに核分裂を起こしやすいプルトニ ウムなどの物質を作ることがある。これを転換と呼び、原子炉の設計方 法を工夫することで、消費した以上の核分裂可能な物質を生成するこ とも可能である。このような原子炉を増殖炉と呼ぶ。

# 第3章 核分裂と連鎖反応

# 3.1 はじめに

1個の重い原子核が二つの破片に分裂する核分裂は、原子力エネルギーのまさに 根幹をなす物理現象である。核分裂の過程では、多量のエネルギーが生成され、ま た、中性子とy線が放出される。一般に、核分裂は中性子の吸収によって生じる。従っ て、核分裂の際に放出される中性子を上手に利用することにより、核分裂反応をうま く持続させることが可能である。これを核分裂の連鎖反応 (chain reaction) と呼ん でいる。

原子炉物理は、言ってみれば「核分裂とその連鎖反応という物理現象をいかに制 御するか」という学問であり、その根幹を正しく理解することは極めて重要である。ま た、核分裂および連鎖反応は、原子核レベルの現象であるため、「目で見ることが出 来ない」。にもかかわらず、広く一般に知られている用語でもあるため、それを正しく 理解し、説明できることは原子力を学ぶ者にとっては必須の教養であるとも言える。 本章では、核分裂および連鎖反応に関する基礎的な事項を述べる。

# 3.2 核分裂反応

既に第1章でも述べたように、原子番号Zが大きい核種は、核種あたりの結合エネ ルギー(binding energy)が比較的小さく、より結合エネルギーが大きく安定な中位 の原子番号を持つ核種(Z=35~65)へ移行しようとする性質がある。また、このよう な核種は一般的に中性子が過剰な状態にあるため、α崩壊やβ崩壊によって、陽子1個 あたりの中性子数の割合を減らしてバランスを取り、原子核が最も安定な状態に移行 しようとする性質がある。

これらの性質が最も端的な形で現れるのが核分裂反応 (fission reaction) であ る。すなわち、1個の原子番号が大きい核種が、2個以上の中位の原子番号を持つ核 種(核分裂片: fission fragment) に分裂するとともに、過剰な中性子が数個放出され る。この時、元の核種が持つ結合エネルギーより分裂後にできた2個の核種の結合エ ネルギーの和の方が大きいので、その余剰分をはき出して安定になろうとする。この とき、核分裂片の運動エネルギーなどに形を変えて、原子核外へ熱(光)エネルギー が放出される。原子力発電所では、このエネルギーを取り出し、蒸気の運動エネル ギーに変換することで電気エネルギーを生産している。

## 3.3 核分裂性核種と親物質

まず、核分裂性核種(fissile nuclide)には、外部からの中性子を吸収して核分裂 をする(誘起核分裂:neutron induced fission)ものと、α崩壊と同じくトンネル効果 によって自然発生的に核分裂をする(自発核分裂:spontaneous fission)ものの2種 類が存在する。前者は、外部からの中性子の個数などを変化させることによって人工 的に制御することができるが、後者はもっぱら確率的な現象であり、人工的に制御し て活用することはできない。その代表的なものは<sup>252</sup>/<sub>98</sub>Cfであり、原子炉を起動するため の中性子源として用いられることがある<sup>(注3.1)</sup>。実際の原子炉の中で起こっている核 分裂は、ほとんどが前者である。

一方、中性子を捕獲することによって核分裂性核種に変化する、いわば「核分裂性 核種の原料」に当たるものを親物質(fertile material)と呼ぶ。一般に、自然に存在 する核分裂性核種は少ないが、親物質は比較的豊富に存在するので、中性子が飛び 交う原子炉の中に親物質を入れて、中性子を吸収させることで核分裂性核種を生産 することが世界中で行われている。

原子炉を運転するためには核分裂性核種を消費する必要があるが、うまく設計し て親物質からの生産量が消費量と同等、ないし上回ることができれば、見かけ上、核 分裂性核種が消費されない、ないしかえって増産されたことになる。この状態を増 殖 (breeding)と呼ぶ。これは、原子力エネルギーだけに許された、エネルギー源を 確保する上で最高に魅力的な技術であり、増殖が可能な原子炉(増殖炉:breeder

注3.1:<sup>25</sup>%Cfは、原子炉を建設してから初めて 起動する場合の中性子源として用いることが 多い。<sup>25%</sup>Cfは半減期が2.65年と短いことから、 何年にもわたって継続的に使用することが困 難である。炉心の中で照射された(燃焼した) 燃料にはプルトニウムやキュリウムが含まれ るが、<sup>25%</sup>Pu、<sup>26%</sup>Pu、<sup>26%</sup>Cm、<sup>24%</sup>Cm などの核種は自発核分裂による中性子の放 出が多い。従って、燃焼した燃料はそれ自体 が中性子源になっているため、これを原子炉 起動用の中性子源として用いることができ る。なお、(原子炉内で照射した)Sbからのy線、 Amからのα線をBeに当てることにより、(y,n)、 (α,n)反応などを発生させ、中性子源として用 いる場合もある。

#### 表3.1 主な核分裂性核種と親物質

核分裂性核種	親物質	生成反応
<sup>235</sup> 92U		
<sup>239</sup> 94Pu	<sup>238</sup> 92U	$\stackrel{238}{_{92}}\mathrm{U}(n,\gamma)^{*} \rightarrow \stackrel{239}{_{92}}\mathrm{U}(\beta^{-})^{**} \rightarrow \stackrel{239}{_{93}}\mathrm{Np}(\beta^{-}) \rightarrow \stackrel{239}{_{94}}\mathrm{Pu}$
<sup>241</sup> <sub>94</sub> Pu	<sup>240</sup> <sub>94</sub> Pu	$^{240}_{94}Pu(n,\gamma)^{*} \rightarrow ^{241}_{94}Pu$
<sup>233</sup> <sub>92</sub> U	<sup>232</sup> <sub>90</sub> Th	$^{232}_{90}$ Th $(n,\gamma) \rightarrow ^{233}_{90}$ Th $(\beta^{-}) \rightarrow ^{233}_{91}$ Pa $(\beta^{-}) \rightarrow ^{233}_{92}$ U

\*) 中性子捕獲反応

\*\*) β<sup>-</sup>崩壊

reactor)を「夢の原子炉」と呼び慣わすゆえんである。

核分裂性核種と親物質の関係としては、主に表3.1に示される3種類がある。 表3.1から解るように、一部の例外を除いて、核分裂性核種は質量数が奇数であり、 親物質は質量数が偶数で、陽子数、中性子数がともに偶数の二重偶数核である。これ は、第1章で述べたように、二重偶数核はより安定であり、エネルギーの低い中性子に よって核分裂が発生しなくなるためである。逆に、質量数が奇数の場合、原子核の安定 性がより低く、エネルギーの低い中性子によっても核分裂反応が発生することになる。

表3.1の中で、自然界に存在するものは<sup>235</sup><sub>92</sub>U、<sup>238</sup><sub>92</sub>Uおよび<sup>232</sup><sub>90</sub>Thであり、その他は、人工的に作り出される核種である。自然界に存在する唯一の核分裂性核種は<sup>235</sup><sub>92</sub>Uであり、それを生み出す親物質は存在しない。従って、現行の軽水炉(light water reactor)のように、<sup>235</sup><sub>92</sub>Uを主たる燃料として用いた場合、燃料として用いることができる天然資源はあと100年以内に枯渇すると予測されている<sup>(注3.2)</sup>。

<sup>235</sup> Uに代わって有望なのが、表3.1の2行目に示されているU-Puサイクルである。 これは、ウラン鉱石の有効成分の99%以上を占める<sup>238</sup> Uに中性子を吸収させることに より原子炉内で<sup>239</sup> Puに転換し、燃料として使用する方法である。

表3.103行目は、<sup>239</sup><sub>94</sub>Puが原子炉内でさらに中性子を吸収して高次のアイソトープ (higher isotope) が生み出された結果、副次的に<sup>241</sup><sub>94</sub>Puが生成する反応である。こ の核種は、核燃料として<sup>239</sup><sub>94</sub>Puとほぼ同等の性能を持つが、半減期14.4年で $\beta$ -崩壊に よって<sup>241</sup><sub>95</sub>Amに変化する。<sup>241</sup><sub>95</sub>Amの微視的核分裂断面積は、<sup>241</sup><sub>94</sub>Puに比べて小さく、ま た、逆に<sup>241</sup><sub>95</sub>Amの微視的吸収断面積は<sup>241</sup><sub>94</sub>Puに比べて大きいため、「核分裂のしやす さ」という核燃料としての重要な性能が失われるという短所がある。一方、<sup>235</sup>Uや <sup>239</sup><sub>92</sub>Puについては、このような燃料の核的な特性が変化する心配がない。

上記の反応は特別な核反応のように思えるが、実は、現在広く使われている商業用 軽水炉でもこれらの反応が重要な役割を果たしている。第10章で述べるように、現 在の商業用軽水炉では、<sup>235</sup>2Uの割合を4%程度に高めた燃料が使用されている。残 りの96%程度は<sup>238</sup>2Uである。この燃料の使用開始時には、ほとんどの核分裂反応が <sup>235</sup>2Uによって発生しているが、運転に伴い、表3.1の2行目、3行目の反応により、<sup>239</sup>Pu や<sup>241</sup>Puが生成される。燃料の寿命(約3年程度)末期まで積算して考えると、燃料内 で発生した総核分裂数の約1/3は<sup>239</sup>Puや<sup>241</sup>Puからの寄与となっている。つまり、我々 は、すでに目に見えない形でこの核反応の恩恵に浴しているといえる。

このように、軽水炉(や高速炉)で用いられた燃料には、核分裂性物質である <sup>239</sup>Puや<sup>241</sup>Puが含まれているため、これらをリサイクルするのが再処理の目的である。 再処理で取り出されたPuは、軽水炉もしくは高速炉において使用される。Puを軽水 炉において使用する場合、プルトニウムを熱中性子炉(thermal reactor)で使うこと になるため、プルサーマルと呼んでいる。

また、第10章で詳しく説明する高速炉はこの核反応をさらに積極的に利用するものであり、<sup>238</sup>Uから<sup>239</sup>Puへの変換がエネルギーの高い(速度の速い)中性子によって起こりやすいことに着目し、核分裂で発生した中性子の速度をできるだけ落とさない形で中性子を利用する。前述したように、炉心の設計を適正に行うと、使った以上の核分裂性核種を親物質から生成することができるという、一見、魔法のようなことが可能となる。試算では、表3.1の2行目と3行目の核反応を100%活用すれば、現在確認されているウラン鉱石の埋蔵量で3000年分のエネルギーを確保することができると評価されている。

4行目は「Th-Uサイクル」と呼ばれる。親物質であるThは、地球上に広く存在して

注3.2:日本は資源の乏しい国であるが、実 は、ウランは日本の周囲に「たくさんある」。そ れは海水の中にである。海水1トン中には、ウ ランが3mg程度含まれている。海水全体に含 まれるウランの総量は約45億トンと推定され ており、地上に埋蔵されているウラン量の約 1000倍以上にもなると考えられている。そこ で、海水中にウランを吸着する特殊な「布」を 設置し、海水中のウランを回収する基礎的な 研究も進められている。 注3.3:ウランより重い核種で、プルトニウム 以外の核種を指す。具体的には、ネプツニ ウム(Np)、アメリシウム(Am)、キュリウム (Cm)などを指す。原子燃料を原子炉の中 で使用することにより発生するが、マイナーア クチニドの一部は、長期間放射線を出し続け る核種がある。このため、マイナーアクチニド を燃料の一部として原子炉で再び使用し、核 分裂などの核反応により、より短い寿命の短 半減期核種に変換する核変換技術が検討さ れている。

注3.4:注1.26にあるように、ハーンとシュトラ スマンが核分裂片の特定をし、これが核分裂 の発見につながった。ハーンとシュトラスマン の実験は遅い(熱)中性子を用いて行われた ものであった。図3.1より、核分裂性核種およ び親核種は高速中性子に対して核分裂反応 を発生させることが分かる。仁科芳雄博士ら は第二次世界大戦中にサイクロトロンで加速 した重陽子をLiに当てて得た速い中性子をウ ランに当て、非対称な質量を持つ原子核を発 見していた。現在の知見では、これが高速中 性子による核分裂現象であることは明らかで あるが、仁科芳雄博士らが当時、非対称核の 存在をウランが分裂したためと認識していた かどうかは不明である。 いるが、残念ながら核分裂性核種である<sup>233</sup>Uは天然に存在しないので、最初の世代 の原子炉の燃料としては、<sup>235</sup>Uないし<sup>239</sup>Puを利用せざるを得ない。また、副産物とし て発生する<sup>208</sup>Tlが高エネルギーのy線を発生するため、施設の運転や保守が困難に なるなどの問題点がある。ただし、4行目の核反応を100%活用すれば、1万5000年分 のエネルギーを確保することができるとされる。また、Th-Uサイクルでは原理的にPu がほとんど生成されないことから、マイナーアクチニド核種<sup>(注3.3)</sup>の発生量が格段に 少なくなる。以上のことから、Thは長期的には理想的な核燃料になり得るポテンシャ ルを有していると考えられる。

主要な核分裂性核種と親核種の微視的断面積(microscopic cross section)を図 3.1に、また、主要な親物質の微視的捕獲断面積を図3.2に示す。図3.1より、核分裂性 核種は低エネルギーの中性子に対して大きな核分裂断面積を有していることが分か る<sup>(注3.4)</sup>。また、<sup>235</sup>2Uに比べで<sup>239</sup>4Puおよび<sup>241</sup>4Puの核分裂断面積は大きく、燃料として の性能が優れていることが確認できる。これに対し、親物質の微視的核分裂断面積 は、低エネルギーの中性子に対しほとんど零であり、ある特定のしきい値より高エネ ルギーの中性子に対してのみ値を持つ形となっている。一方、親物質の捕獲断面積は 中速エネルギー領域において高くなる傾向にあり、低エネルギー中性子が多い熱中 性子炉に比べ、高速炉において親物質から核分裂性物質への転換が進みやすいこ とを示している。これが高速炉において中性子の速度を減速することなく利用するた めの理由である。







- 40 -

最後に、「核分裂性核種」と「親物質」の定義に関する注意を述べたい。いわゆる ウランやプルトニウムなどの「重核種」と呼ばれる核種は、例外なく核分裂性核種と 親物質の両方の性質を兼ね備えており、どの核種がどちらに属するかは、便宜上決 めただけである<sup>(注3.5)</sup>。たとえば、<sup>238</sup>Uは表3.1に見る通り、親物質の代表とされるが、 1MeV以上の高エネルギー中性子を当てると量的には少ないものの核分裂を起こす。 これは、重核種であるマイナーアクチニド核種の多くについても同様であり、十分に高 いエネルギーの中性子を当てれば核分裂反応を起こすことが可能である。なお、マイ ナーアクチニド核種でも<sup>242m</sup>Am、<sup>243</sup>Cmといった同位体は、<sup>235</sup>Uと同様、低いエネル ギー領域において大きな核分裂断面積を有している。近年の新しい原子炉の設計研 究では、マイナーアクチニド核種を燃料に混入して、積極的に活用しようという傾向が あり、核分裂性核種と親物質の境界があいまいになっているのが現状である。

# 3.4 核分裂中性子

核分裂により、元の重核種の原子は2つの核分裂片に分裂すると共に、2個~3個 程度の中性子を放出する。これを核分裂中性子(fission neutron)と呼ぶ。

核分裂中性子のエネルギー分布は、図3.3のように1~2MeV付近にピークを持つ連続スペクトルの形を示す。これを核分裂スペクトルと呼んでいる。核分裂で発生する中性子は、ある特定の決まったエネルギーを持つのではなく、図3.3に示すような確率



200 200 10<sup>-5</sup> 10<sup>-4</sup> 10<sup>-3</sup> 10<sup>-2</sup> 10<sup>-1</sup> 10<sup>0</sup> 10<sup>1</sup> 10<sup>2</sup> 10<sup>3</sup> 10<sup>4</sup> 10<sup>5</sup> 10<sup>6</sup> 10<sup>7</sup> 入射中性子エネルギー[eV]



注3.5: 文献3)、5)においては、fissile nuclide を「核分裂性核種」、fertile materialを「親物 質」としており、本教科書では、この用語にな らった。また、文献3)、5)では、fissileとfertile を総称してfissionable、すなわち「核分裂可 能」という用語を用いている。

なお、文献4)においては、fissile nuclideを 「熱核分裂性核種」としており、熱エネル ギー領域において、特に核分裂が起こりやす い核種であることを強調した用語を用いてい る。

# 第3章 核分裂と連鎖反応

注3.6:核分裂中性子のエネルギーと同様に、 核分裂の際に発生する中性子の個数も確率 的に変化する。一般には核分裂と同時に2個、 もしくは3個の中性子が発生する。ただし、核 分裂しても中性子が発生する場合もある。 これらの平均が図3.4に示したv値として示さ れている。原子炉の通常運転時には、非常に 多数の核分裂が発生しているため、核分裂中 性子の個数については、「平均値」のみを考 慮しておけば十分である。従って、v値としては 平均値を用いる。

注3.7:時定数とは、応答の速さを表す指標 の一つで、単位は時間である。時定数が短け れば応答が速く(結果がすぐ現れ)、時定数 が長ければ応答が遅い(結果がゆっくり現れ る)。正確な定義は、「何かの現象を発生さ せる原因が生じた場合、結果となる現象が約 63.2%現れるまでの時間」を時定数という。 に従ったエネルギー分布を持って発生する。なお、核分裂スペクトルは、分裂する核 種の種類によって若干異なっている。

ー回の核分裂当たりに放出される中性子の個数vと核分裂を引き起こす原因となる 入射中性子のエネルギーの関係を図3.4に示す<sup>(注3.6)</sup>。v値は、入射中性子のエネル ギーが10keV以下ではほぼ一定値となるが、入射中性子のエネルギーが高くなると、v 値は増大する傾向にある。原子炉は核分裂で発生した中性子をうまく利用して連鎖反 応を維持することから、v値が高い核種ほど核分裂性物質としては優れていることにな る。図3.4に示されているように、特に、<sup>239</sup>Puや<sup>241</sup>Puは高エネルギー中性子に対してv値 が大きい。高速増殖炉では、発生した核分裂中性子をできるだけ減速させずにエネル ギーを保ったまま再度核分裂を起こすように工夫されているが、この観点から、高速増 殖炉の燃料には<sup>239</sup>Puや<sup>241</sup>Puが適切であることがわかるだろう。なお、核燃料としての 中性子増倍性能を表すには、3.8節で述べるn値と呼ばれる指標を使う場合が多い。

核分裂中性子のほとんどすべては、核分裂反応後、10<sup>-7</sup>~10<sup>-5</sup>秒程度の短期間に放 出される。これらを即発中性子(prompt neutron)と呼ぶ。一方、ごくわずかではあるが、 核分裂反応後、10<sup>-2</sup>~10<sup>2</sup>秒程度経過してから放出されるものも存在する。これらを 遅発中性子(delayed neutron)と呼ぶ。遅発中性子は、核分裂片のうち特殊な核種がで きた場合にのみ、β崩壊の副産物として放出される。このような核種のことを、遅発中性 子の産みの親という意味を込めて、遅発中性子先行核(delayed neutron precursor) と呼ぶ。先行核になる主な核種としては、Brの同位体(質量数87~92)、Iの同位体(質 量数137~140)などがある。図3.5に遅発中性子の先行核の崩壊様式の一例を示す。

遅発中性子は、即発中性子よりも平均エネルギーがやや低いエネルギー分布を持つ(図3.6)ことと、放出までに時間遅れがある(時定数<sup>(注3.7)</sup>が長い)ことを除けば、 原子炉内で即発中性子と同じ働きをする。

核分裂によって生じた新しい中性子は、再び別の場所で核分裂を起こし、これを 次々に続けていわゆる連鎖反応 (chain reaction) を起こす。連鎖反応間の平均的な 時間を中性子寿命 (neutron lifetime) と呼び、原子炉の型式や燃料の種類によって も違うが、10<sup>-6</sup>~10<sup>-4</sup>秒程度の値をとる。

核分裂中性子全体のうちで、遅発中性子が占める割合(**遅発中性子割合**: delayed neutron yield)は、第7章で述べるように、原子炉の制御の観点から非常に 重要である。なぜなら、原子炉が臨界を保っている時に、そのすべてが即発中性子 で占められていたとするならば、時定数10<sup>-6</sup>~10<sup>-4</sup>秒程度で中性子はネズミ算式に増 えていき、原子炉はたちまち暴発してしまう。たとえば、時定数が10<sup>-5</sup>秒の時、一回の 核分裂で中性子の個数が1.1倍になるとすると、1ミリ(10<sup>-3</sup>)秒後の中性子数は、1.1の 10<sup>2</sup>倍=14000倍にもなる。最初から用途に合わせてこのように設計されたものが原 子爆弾である。









一方、遅発中性子に頼らねば原子炉の臨界が保てないという状態(遅発臨界: delayed neutron criticality)にある限り、全体の時定数は遅発中性子に支配される。

すなわち、時定数は10<sup>-2</sup>~10<sup>2</sup>秒程度と穏やかになり、人工的に制御することが 可能になる。時定数10<sup>-2</sup>秒の時、先ほどと同様1ミリ秒後の中性子数を求めてみると、 1.1の1/10倍=1.01倍という十分穏やかなものに変わる<sup>(注3.8)</sup>。

遅発中性子は、先行核から崩壊することで生まれるが、その崩壊定数はまちまちであ る。また、核分裂片が先行核になる確率も、重核種や入射中性子のエネルギーによって 異なる。これを簡易的に扱うために、先行核の崩壊定数が似たものをまとめて、合計で 6つのグループ(群)に分けることがよく行われる。これは、遅発中性子の時間的変化を 6つの時定数で近似することであり、遅発中性子6群近似(six group delayed neutron approximation)と呼ぶ。この計算のためには、重核種が核分裂した時に発生する先 行核の個数の期待値( $\beta_i$ )を崩壊定数と共にまとめた表3.2のようなものが使われる。

特に、6群すべての総和 $\beta = \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i \hat{c}$  遅発中性子割合 (delayed neutron yields) と呼び、

すでに前述したように原子炉の時間的ふるまいを決定する重要な物理量である。

たとえば、 $^{235}_{92}$ Uがエネルギーが高く速度が大きい**高速中性子**(fast neutron)で核分 裂することを考える。表3.2より、遅発中性子の割合が $\beta$ =0.0064であることから、即発 中性子は全体の1- $\beta$ 、すなわち、1-0.0064=0.9936を占め、遅発中性子の中でも崩壊 定数が最も小さいグループ(1群)に属するものが $\beta_1=\beta \times 0.038=0.024\%$ 発生し、その崩 壊定数は0.0127s<sup>-1</sup>であることなどの情報がわかる。なお、第6章で詳しく学ぶが、エネ ルギーが低く、速度が小さい中性子を熱中性子(thermal neutron)と呼ぶ。

簡易的な計算の場合には、遅発中性子を1群にひっくるめて扱う場合もあり、これを 遅発中性子1群近似 (one group delayed neutron approximation) と呼ぶ。なお、原 子炉の時間的な振る舞いについては、第7章で詳しく考察を行う。その際、遅発中性子 の重要性について改めて議論する。

核分裂性核種が変われば、核分裂によって発生する核分裂生成物の分布が変わり、そこに含まれる先行核の量も変わる。このため表3.2では、核分裂性核種ごとに遅発中性子割合が示されている。前にも述べたように、遅発中性子割合は、外部から与えられた反応度に対して、原子炉が暴走せずマイルドな出力変化に保たれる安全裕度に相当するので、大きい値を取ることが好ましい。表3.2に見るように、一般に<sup>235</sup> ッ<sup>239</sup>Puなどの核分裂性核種では遅発中性子割合が小さく、<sup>238</sup>Uや<sup>232</sup>Uや<sup>232</sup>OThなどの親物質では大きいという傾向がある<sup>(注3.9)</sup>。 注3.8:もし遅発中性子が存在しなかったなら は、核分裂反応の時定数が短すぎて人間の 手には負えず、原子炉のように安定に制御す ることは不可能となり、原子力は専ら爆弾とし てのみ活用される呪わしい運命をたどったこ とだろう。

注3.9:実際の原子炉では、複数の重核種が 核分裂に寄与するので、その寄与率に比例 して平均的な値を求める必要がある。たとえ ば、239Puを核分裂性核種とする高速増殖炉 の場合、核分裂の寄与は概ね90%が<sup>239</sup>Pu、 10%が238Uであるが、その平均値は0.0020× 0.9+0.0164×0.1=0.00344程度となり、239 Pu 単独の場合よりもかなり大きな値をとる。実は、 不思議なことに<sup>238</sup>Uが<sup>239</sup>Puの欠点をカバーす るというケースによく出くわす。第8章では燃 料温度の上昇により、連鎖反応が抑制される 原因となるドップラー効果を扱うが、やはり <sup>238</sup>92Uはドップラー効果が大きいため、より出力 上昇をマイルドにする (原子炉の固有の安全 性を強調する)方向に働く。また、燃料物性 においても、U酸化物は融点も熱伝導率も高 く、燃料物性が劣るPu酸化物の欠点をカバー しているのである。このように、<sup>238</sup>Uは<sup>239</sup>Puと は工学的に見て絶妙なカップルなのである。

# 第3章 核分裂と連鎖反応

	高速中性子		熱中性子	
	崩壞定数 (1/s)	相対収率 $(\beta_i / \beta)$	崩壞定数 (1/s)	相対収率 $(\beta_i / \beta)$
<sup>233</sup> 92U		$\beta = 0.0026$		$\beta = 0.0026$
1群	0.0125	0.096	0.0126	0.086
2群	0.0360	0.208	0.0337	0.299
3群	0.138	0.242	0.139	0.252
4群	0.318	0.327	0.325	0.278
5群	1.22	0.087	1.13	0.051
6群	3.15	0.041	2.50	0.034
<sup>235</sup> U		$\beta = 0.0064$		$\beta = 0.0067$
1群	0.0127	0.038	0.0124	0.033
2群	0.0317	0.213	0.0305	0.219
3群	0.115	0.188	0.111	0.196
4群	0.311	0.407	0.301	0.395
5群	1.40	0.128	1.14	0.115
6群	3.87	0.026	3.01	0.042
<sup>239</sup> Pu		$\beta = 0.0020$		$\beta = 0.0022$
1群	0.0129	0.038	0.0128	0.035
2群	0.0311	0.280	0.0301	0.298
3群	0.134	0.216	0.124	0.211
4群	0.331	0.328	0.325	0.326
5群	1.26	0.103	1.12	0.086
6群	3.21	0.035	2.69	0.044
<sup>241</sup> Pu				$\beta = 0.0054$
1群		-	0.0128	0.010
2群	<u>N==0</u>	2 <u></u>	0.0297	0.229
3群	<u>a_a</u>		0.124	0.173
4群		_	0.352	0.390
5群		_	1.61	0.182
6群		_	3.47	0.016
232 Th		$\beta = 0.0203$		
1群	0.0124	0.034	19 <u></u> 19	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
2群	0.0334	0.150		
3群	0.121	0.155	(i <u> </u> )	-
4群	0.321	0.446	()	
5群	1.21	0.172	(	_
6群	3.29	0.043		
238 02U		$\beta = 0.0164$		
1群	0.0132	0.013	2	
2群	0.0321	0.137	-	
3群	0.139	0.162		
4群	0.358	0.388		
5群	1.41	0.225		
6群	4.02	0.075	_	
240 Pu		$\beta = 0.0029$		
74- 4	0.0120	0.028		
1群	0.0122			
<u>1群</u> 2群	0.0313	0.273		
1群 2群 3群	0.0313	0.273		
1群 2群 3群 4群	0.0313 0.135 0.333	0.273 0.192 0.350		
1群 2群 3群 4群 5群	0.0129 0.0313 0.135 0.333 1.36	0.273 0.192 0.350 0.128		

# 表3.2 主な核種の遅発中性子パラメータ(参考文献1より)

―:データなし

# 3.5 核分裂エネルギー

核分裂によって、重核種が核分裂片といくつかの核分裂中性子に変化すると、質量の総和は反応後の方が軽くなる。これを質量欠損 (mass defect) と呼ぶ。核分裂 によって失われた質量を $\Delta$ Mと表すと、アインシュタインの相対性原理により、核分裂 エネルギー (fission energy) で発生するエネルギー総量は $\Delta mc^2$ である。ここで、cは 光速を示す。核分裂エネルギーのほとんどは熱として回収し、工業的に利用できるが、 例外としてアンチニュートリノ (anti-neutrino) が持ち出すエネルギーは回収すること

#### 表3.3<sup>235</sup>Uの核分裂で発生するエネルギーの内訳(参考文献1より)

放出の形	エネルギー (MeV)	
核分裂片の運動エネルギー	168	
即発y線	7	
即発中性子の運動エネルギー	5	
核分裂片の崩壊にともなうβ線	8	
〃 y線	7	
アンチニュートリノ	12	
合 計	207	

#### 表3.4 1回の核分裂から発生する回収可能なエネルギー(単位:MeV)

核種	熱中性子	高速中性子
<sup>233</sup> 92U	199.9	<u>wini</u> w
<sup>235</sup> 92U	202.3	
<sup>239</sup> 94Pu	211.0	
<sup>241</sup> 94Pu	213.3	<u></u>
<sup>232</sup> <sub>90</sub> Th		193.5
<sup>234</sup> 92		200.3
<sup>236</sup> 92		202.4
<sup>238</sup> 92U	-	205.9
<sup>237</sup> 93Np		206.1
<sup>238</sup> <sub>94</sub> Pu		206.1
<sup>240</sup> 94Pu		211.0
<sup>242</sup> <sub>94</sub> Pu		214.3

注)参考文献2の燃焼計算用データより抜粋

ができない。アンチニュートリノは、核分裂片がβ崩壊する際に発生するが、物質とほ とんど反応を起こさないため、原子炉をたやすく通り抜けて宇宙へ逃げてしまう。通 常は、回収可能なエネルギー (recoverable energy) だけを扱う。

核分裂エネルギーの内訳について<sup>235</sup>Uの場合を示したものが表3.3である。表3.3 の最初の3つは、核分裂直後に放出されるものである。

1番目は核分裂片の運動エネルギーで、放出されるエネルギーの大部分を占めている。核分裂片は大きいため、燃料内で数µm程度運動した後に全量が熱エネル ギーに変わる。

2番目は、核分裂によって即座に発生するy線の運動エネルギーであり、即発y線 (prompt gamma ray)と呼ぶ。y線は燃料や構造材の電子と反応を起こしながら原 子炉内に広がっていくので、あるものは別のところへ移動してから発熱する(y線輸送 現象)。

3番目は核分裂中性子の運動エネルギーである。これも、発生位置から移動した 後、あるものは減速の過程で運動エネルギーを熱として放出し、別のものは原子核に 捕獲される過程で発熱する。移動距離は、y線も中性子も大体数十cm程度である。

残りの2つは、核分裂片の崩壊によって発生するエネルギーで、4番目がβ崩壊。5 番目が(核分裂生成物からの)γ線。

6番目がアンチニュートリノの寄与である。最後の寄与分が回収可能なエネルギー に勘定されないことはすでに述べた。

表3.4に、主な重核種に対する回収可能な核分裂エネルギーの値を示す。表3.3より、回収できないアンチニュートリノのエネルギーを差し引くと、概ね195MeVが回収可能であると考えられる。しかしながら、表3.4より、235Uの一回の核分裂から回収可能なエネルギーは202.3MeVとなり、バランスが取れていない。これは、表3.4では発生した中性子が(核分裂に寄与しない)原子核に捕獲されたときに発生するy線のエネルギー(3~12MeV程度)を考慮しているためである。

#### 〈例題3.1〉

<sup>235</sup>201gがすべて核分裂する際の発生エネルギー量を求めよ。ただし、<sup>235</sup>20の質 量数を235、一核分裂あたりの放出エネルギー量を表3.4から202.3MeVとせよ。

#### 〈解答3.1〉

- アボガドロ数を6.022×10<sup>23</sup>とすると、<sup>235</sup>U1g中に含まれる<sup>235</sup>Uの原子数は、 1/235×6.022×10<sup>23</sup>=2.563×10<sup>21</sup>
- である。一核分裂あたりの放出エネルギー量は
- 202.3MeV =  $202.3 \times 10^{6}$  [eV]  $\times 1.602 \times 10^{-19}$  [J/eV] =  $3.241 \times 10^{-11}$  [J]
- であることから、1gの235Uがすべて核分裂したときの総発生エネルギー量は
  - $2.563 \times 10^{21} \times 3.241 \times 10^{-11} = 8.306 \times 10^{10}$  [J]
- となる。(注3.10)

#### 〈例題3.2〉

例題3.1で求めた総発生エネルギー量をMWd、kWhで表せ。なお、MWdは1MW
 (=1 [MJ/s])で1日 [day] 間エネルギーが発生したときの総エネルギー量、kWhは
 1kWで一時間エネルギーが発生したときの総エネルギー量である。

#### 〈解答3.2〉

まず、1MWd、1kWhをJに換算する。

1MWdlt

1 [MW] ×1×10<sup>6</sup> [W/MW] ×1 [day] ×24 [hr/day] ×3600 [s/hr]

 $=8.640 \times 10^{10} [W \cdot s] = 8.640 \times 10^{10} [J]$ 

であり、1kWhは

 $1 [kW] \times 1 \times 10^{3} [W/kW] \times 1 [hr] \times 3600 [s/hr]$ 

 $=3.600 \times 10^{6} [W \cdot s] = 3.600 \times 10^{6} [J]$ 

である。これより、

8.306×10<sup>10</sup> [J] ÷8.640×10<sup>10</sup> [J/MWd] =0.9613 [MWd]

 $8.306 \times 10^{10}$  [J]  $\div 3.600 \times 10^{6}$  [J/kWh] =2.307×10<sup>4</sup> [kWh]

となる。MWdという単位は、日常用いることは少ないが、原子炉に装荷される燃料の発熱量の計算によく用いられる。本教科書では、第9章において、再びMWdを 用いる。

#### 〈例題3.3〉

国内で用いられている軽水炉のうち、大型のものの熱出力は約3400MWである。 この原子炉を1日動かしたとき、<sup>235</sup>Uはどの程度消費されるか?

なお、実際の炉心では、<sup>235</sup>2Uのみならず、<sup>239</sup>94Puなども核分裂に寄与しているが、ここでは簡単のために核分裂は全て<sup>235</sup>2Uから発生しているとする。

#### 〈解答3.3〉

熱出力3400MWの原子炉を1日稼動させたときの発生エネルギー量は

3400 [MW] ×1 [day] =3400 [MWd]

である。一方、例題3.2より、 <sup>235</sup><sub>92</sub>U1gが全て核分裂したときに発生する熱量は 0.9613MWdである。したがって、<sup>235</sup><sub>92</sub>Uの消費量は

3400 [MWd] ÷0.9613 [MWd/g] =3537 [g]

であり、おおむね3.5kgの235Uが消費される。

<sup>235</sup>Ulgが全て核分裂したときに発生する熱量はおおざっぱに1MWdであるため、原子炉を1日動かしたときの核分裂性物質の消費量は原子炉の熱出力をMWで表したときの数字をグラム単位で表示したものと同程度になる。たとえば、熱出力が1650MWの原子炉であれば、1日でおおむね1.7kgの核分裂性核種が消費される。

## 例題3.4〉

原子炉で用いる燃料には、ウランの酸化物(二酸化ウラン、UO<sub>2</sub>)を焼き固めた小さ な円柱状のペレットを用いる(第10章)。燃料ペレット1個の大きさは直径が約1cm、 高さが1cm程度であり、二酸化ウランの密度は約1×10<sup>4</sup> [kg/m<sup>3</sup>](約10 [g/cm<sup>3</sup>]) である。ウラン中の<sup>235</sup>Uの濃縮度(重量割合)を軽水炉で標準的に用いられる 4wt%としたとき、ペレット1個から発生するエネルギーで一般的な家庭で使用する 電気をどの程度の期間、まかなうことが可能か?

注3.10:主要なエネルギー源である石炭、石 油1gあたりの発生エネルギー量はそれぞれ約 3×10<sup>4</sup>[J]、約4×10<sup>4</sup>[J]である。このことから、 核分裂エネルギーがまさに「桁違い」に高密 度であることが理解できる。ちなみに、脂肪 1gのエネルギー量は石炭1gとほぼ同じで3× 10<sup>4</sup>[J]である。このエネルギーで体重60kg の人は約0.1km強ランニングすることができ る。意外かもしれないが、フルマラソン(約 42km)を(脂肪のエネルギーだけで)走って も、脂肪は400g程度しか消費しないのである。 仮に脂肪がウラン並みのエネルギー密度であ れば、1gで約27万km(!) 走ることができる。

くなお、ペレット中の235Uは全て核分裂するとし、発生した熱エネルギーから電気 エネルギーを得る際の変換効率は34%とする。二酸化ウラン中のウランの重量割 合は88%とする。また、一般家庭の使用電力は平均で400Wであると仮定する。 〈解答3.4〉 ペレット1個の重量は  $0.5[cm] \times 0.5[cm] \times 3.1415 \times 1[cm] \times 10[g/cm^{3}] = 7.854 [g]$ であり、その中でウランの重量は 7.854×0.88=6.911 [g] である。したがって、<sup>235</sup>Uの重量は 6.911×0.04=0.2765 [g] である。(例題3.2)より、235 Ulgが全て核分裂したときの発生エネルギー量は8.306 ×10<sup>10</sup>[J]であるため、ペレット1個に含まれる235Uが全て核分裂したとすると、  $0.2765 \times 8.306 \times 10^{10} = 2.297 \times 10^{10}$  [1] のエネルギーが発生する。電気エネルギーの変換効率を考慮すると、結局、ペレッ トー個で  $2.297 \times 10^{10} \times 0.34 = 7.809 \times 10^{9}$ の電気エネルギーが得られる。一般家庭の電気量を平均で400Wとしているため、  $7.809 \times 10^{9}$  [J] /400 [W] =  $7.809 \times 10^{9}$  [W · s] /400 [W] =  $1.952 \times 10^{7}$  [s] であり、月数に換算すると、約7.5ヶ月となる。

なお、実際には、燃料内の<sup>235</sup>Uは全て核分裂するわけではなく、使用済み燃料として取り出される際にも約1%程度の<sup>235</sup>Uが残っているのが普通である。しかしながら、前述したように、燃料の使用に伴って<sup>238</sup>Uから<sup>239</sup>Puが発生し、核分裂に寄与すること、また、割合は少ないものの、<sup>238</sup>Uも核分裂に寄与することから、上記の評価は詳細な計算の結果(約8ヶ月)と大きく異ならない。

# 3.6 核分裂生成物

核分裂によって生じた核分裂片を核分裂生成物(Fission product:FP)と呼ぶ。核分裂性核種の割れ方は確率的に決まり、結果としてさまざまな核分裂生成物が発生する。 この発生割合のことを核分裂収率(fission yield)と呼ぶ。核分裂収率は、二つの核分裂 片ができることから、2に規格化されている<sup>(注3.11)</sup>。核分裂生成物の原子量(≃質量数) で整理して、発生頻度を示すと、図3.7のように二山状になる。これは、核分裂片ができる だけ安定な核種に落ち着こうとするからで、原子核が安定な不活性元素の一種であるXe (原子量は137程度)やKr(原子量は85程度)ができやすいからである<sup>(注3.12)</sup>。

この核分裂生成物が一体どういう核種であるかを正確に知ることは、原子炉の設 計において以下の四点から重要である。

まず、核分裂生成物の一部は、中性子をよく吸収する性質を持っており、原子炉内 の連鎖反応の維持に大きな影響を与える。したがって、原子炉の核的な特性を把握 する上で核分裂生成物についての情報は必要不可欠である。この点については第9 章で詳しく述べる。

第二に、核分裂片のあるものは遅発中性子の先行核であり、遅発中性子を放出す る。すでに述べたように、遅発中性子の放出割合は安全上の理由から重要な物理量 である。

第三に、核分裂生成物の多くは放射性であり、強力なβ線とy線が放出される。こ のうち、β線は燃料内で100%熱エネルギーに変換され、y線の一部も燃料や構造材 の電子と反応することで発熱に寄与する。これを崩壊熱(decay heat)と呼ぶ。崩壊 熱は、原子の崩壊という物理的な現象によるものであり、人工的に制御することはで きない。従って、原子炉を緊急停止させれば、核分裂反応による発熱はほぼ即時に 停止するが(厳密に言えば、遅発中性子による影響で若干の発熱は残る)、停止後に 発生する崩壊熱を即座に零にする手段はない。

すなわち、「原子炉は急に止まれない」のであり、原子炉の安全性では、原子炉停止後の崩壊熱をいかに除去するかが重要な課題のひとつになっている<sup>(注3.13)</sup>。崩壊

注3.11:ごくわずかであるが、核分裂片が3個 できる「3体核分裂」も存在する。

注3.12:ちなみに、<sup>35</sup>2Uが真っ二つに割れると すれば、その原子量は118程度になり、この付 近にはスズ(原子量は119程度)、銀(原子量 は108程度)などの有用な資源が並んでいる ので、回収利用したらと考える読者がいるか もしれない。しかし、現実は二山の谷間に相 当し、ほとんど収率はない。入射中性子のエ ネルギーを高くすると、「割れ方」のばらつき が大きくなり、谷間が高くなる傾向があるが、 収率に換算すると残念ながらほとんど改善は 見込めない。ちなみに、計算によれば核分裂 片の中に銀が含まれるのは確かであるが、微 量である上に放射性同位元素であり、苦労し て回収しても宝飾品などへの転用は難しいと 予想される。

注3.13:1979年に起きたスリーマイル島原子 力発電所事故においては、緊急停止信号に よって無事に原子炉が停止した後、機器の不 具合と運転員の誤った操作によって、崩壊熱 を十分に除去できなくなり、結果的に炉心の 三分の一程度を溶融する結果になった。こ れは非常用炉心冷却系統(Emergency Core Cooling System, ECCS)の重要性が再確認 された事故でもあった。





熱を正確に予測するには、核分裂生成物として何が発生するかが正確にわかる必要 があることは自明の理であろう。

最後に、XeやKrのように、いくつかの核分裂生成物は核分裂性ガス(fission gas) の形で燃料中に放出され、燃料棒内部の圧力を上昇させる。特に、燃焼度(3.7節) が高い高速炉用の燃料には、このガスの発生による燃料棒中の圧力上昇を抑えるた めに、ガスプレナム(gas plenum)と呼ばれるガス溜めの空間を設けている。燃料棒 内部の圧力が高くなりすぎると燃料の破損につながるため、燃料の使用中に燃料内 部の圧力がどの程度上昇するかを正確に評価することは重要である。

また、放射性の元素がガスの形で放出されることは、事故時に放出されやすいと いうことを意味しており、原子炉がシステムとして「多重の障壁」を採用している理由 の一つになっているといえる。

原子炉事故の際に放出される放射性物質による被ばく量にも核分裂生成物が大きな影響を与える。たとえば、事故時に想定される放射性物質のうち、被ばくリスク 全体に占める割合が一番多いのが甲状腺に蓄積しやすい性質を持つ放射性ヨウ素 であり、その発生量は核分裂収率から計算することができる。

# 3.7 燃焼と燃焼度

原子炉内を運転すると、燃料内に含まれる核分裂性核種の核分裂、親核種からの 変換、核分裂生成物の発生、中性子の吸収による核種組成の変化などの様々な現象 が生じる。これらの現象を原子炉物理では燃焼と呼んでいる。もちろん、原子炉内部 では、ウランなどの燃料が酸素と結合して化学的に燃えているわけではないが、核分 裂により熱を発生するプロセスを「燃焼」になぞらえているのである。

燃料がどの程度燃焼したかを示す指標として燃焼度(burnup)を用いる。燃焼度 として一般的によく用いられるものが燃料の初期重量あたりの発熱量であり、単位と しては、MWd/t、GWd/tなどが使用される。1t(トン)の初期重金属重量を持つ燃料 から1MWdの熱が発生した場合、1MWd/tとなる。ここで重金属とは、ウランやプルト ニウムなどの核分裂を起こす物質を示している。

同様に、1tの初期重金属重量を持つ燃料が1GWd (=1000MWd)の発熱をした場 合、燃焼度は1GWd/tとなる。ここで注意する必要があるのは、燃焼度が「燃料の初 期重金属重量当たり」で定義されていることである。核分裂に伴い、燃料の重量は わずかながら減少する。従って、混乱を避けるために、使用前の燃料に含まれる重金 属1tあたりどれぐらい発熱したかを燃焼度の指標としている。

また、別の指標として、初期に装荷された重金属原子核のうち、どのぐらいの割合の数が核分裂したかを用いる場合もある。これは、FIMA (Fissions per Initial Metal Atom)単位 (unit)と呼ばれ、たとえば、初期重金属原子核のうち、10%が核分裂した場合に10%FIMAとなる。

一般的に、MWd/tは動力炉で、FIMAは試験研究炉などで用いられる場合が多い。

〈例題3.5〉
ある原子炉には、ウランが燃焼前の重量(初期重量)で100t装荷されている。この
原子炉の定格熱出力を3400MWとする。この原子炉を100日間定格出力で運転し
た場合、炉心内の燃料の燃焼度[MWd/t]はどの程度増加するか? 〈 <b>解答3.5</b> 〉
3,400MWの出力で100日 (d) 運転するため、発熱量は3,400 [MW] ×100 [d]
=340,000 [MWd] である。初期重金属量が100tであることから、燃焼度の増分は
340,000 [MWd] /100 [t] =3,400 [MWd/t] である。
〈例題3.6〉
以下の燃焼度をそれぞれ [MWd/t] 単位で計算せよ。
(a) 1gの初期ウラン重量を持つ燃料が1Wの熱を1日間発生
(b) 1kgの初期ウラン重量を持つ燃料が1kWの熱を1日間発生
(c) 1tの初期ウラン重量を持つ燃料が1MWの熱を1日間発生
〈解答3.6〉
(a) 1 [W] $\times$ 1 [d] /1 [g] =1 [MW] $\times$ 1 [d] /1 [t] =1 [MWd/t]
(b) $1 [kW] \times 1 [d] / 1 [kg] = 1 [MW] \times 1 [d] / 1 [t] = 1 [MWd/t]$
(c) $1 [MW] \times 1 [d] / 1 [t] = 1 [MWd/t]$
〈例題3.7〉
例題3.4のペレットの燃焼度を [MWd/t] 単位で計算せよ。
〈解答3.7〉
ペレットの発熱量は
$2.297 \times 10^{10} [J] = 2.297 \times 10^{10} [W \cdot s] = 2.297 \times 10^{4} [MW \cdot s]$
=2.297×10 <sup>4</sup> [MW·s] × $\frac{1}{24 \times 3,600}$ [d/s] =2.659×10 <sup>-1</sup> [MWd]
ペレットの重量は、7.854 [g] =7.854×10 <sup>-6</sup> [t] であることから、燃焼度は
$2.659 \times 10^{-1} / 7.854 \times 10^{-6} = 3.385 \times 10^{4} [MWd/t]$
である。
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

# 3.8 核分裂性核種と増殖性能

 $\eta$ 値(中性子再生率: eta value)は、その核種が中性子を一個吸収した時に放出される核分裂中性子の期待値を表したもので、微視的吸収断面積 $\sigma_a$ と微視的核分裂断面積 $\sigma_f$ 、および一核分裂あたりの放出中性子数 $\nu$ を用いて以下の式で定義される。

 $\eta = \nu \sigma_f / \sigma_a$  (3.1)

原子炉における中性子の生産と消費について、しばしば「中性子経済」と呼ぶこと が多いことからもわかるように、中性子の増倍を考えるときには、銀行預金と比較す ると理解しやすい。

η値とは、預けた資金 $\sigma_a$ が、満期後(わかりやすいように1年とする)に $v\sigma_f$ になる ということに相当し、金利(年利)をrとすれば $\eta$ =1+rと書ける。 $\eta$ 値が高い核物質は、 高利回りの銀行預金と等価であり、短時間に効率よく中性子を増倍できることを意 味している。ちなみに、原子炉の場合には、銀行預金の場合とは異なり、満期に受け 取った中性子の1個を核分裂の継続のために投資し続けねばならない。このとき、金 利によって増えた分が余剰として残る。

高速増殖炉は、この余剰分を炉心やブランケット<sup>(注3.14)</sup>の<sup>238</sup>Uに吸収させることで <sup>239</sup>Puを生産しているが、仮にロスのない理想的な状態であれば、高速増殖炉の増殖 率はη-1になる。しかし、実際には制御棒や構造材、核分裂生成物に吸収されたり、 原子炉から外へ漏れ出したりするため増殖率はη-1より必ず小さくなる。高速増殖炉 では、増殖率を1以上にしなければならないので(そうでなければ「増殖」炉にはな らない)、η>2を満たす核分裂性核種を使わなければならない。

図3.8に見るように、10<sup>5</sup>eV以上の高速中性子に対するη値が最も大きいのは<sup>239</sup>Puと

注3.14:高速増殖炉においては、炉心の外周 部に「プランケット」という部分が設置され ている(図10.22参照)。プランケットに320を 主体とする燃料集合体を配置し、炉心から漏 れてくる中性子を320に吸収させることで、 320から320中の生産量を増やすことを目的 としている。炉心を「覆っている」ものなので、 "blanket"と呼ばれている。詳しくは第10章 で学ぶ。 <sup>241</sup>94Puである。このため、高速増殖炉では、これらの核分裂性核種が燃料として用いられ、燃料の増殖を可能としている。

一方、0.025eVの熱中性子に対しては<sup>233</sup>Uのη値が最も大きく、熱中性子炉において増殖の可能性を持つことがわかる。高速炉は、高速中性子による材料損傷が大きいなどの特性があることから、古くから「熱中性子で何とか増殖できないか」が検討されてきた。もし、この技術が可能になれば、扱いやすい水を冷却に用いることが可能となり、さらに現在、商業運転中の軽水炉で燃料を増殖することができる。

ひとつの方向性は、<sup>235</sup>Uや<sup>239</sup>Puを燃料として使いながら、徹底的に原子炉でのロスを切り詰める方法である。残念ながら、軽水炉では、水素原子による吸収が無視できないので、これによるロスをなくすために、黒鉛や重水を減速材(moderator)とした原子炉が次々に開発されていった。しかし、黒鉛も重水も中性子を熱中性子にまで減速(slowing down)させる能力が水素に比べて低いため、減速材が占有するスペースが大きくなり、建設コストが高くなる問題点があるため、主流にはなっていない。

もうひとつの方向性は、熱中性子に対するη値が高い<sup>233</sup>Uを活用する方法である。 実際、1950年代後半には、アメリカのシッピングポートにおいて、<sup>233</sup>Uを用いた「軽水 増殖炉」が実際に設計・設置・運転され、熱中性子を用いて燃料の増倍が可能であ ることが実証された。

しかし、<sup>232</sup>Thが<sup>233</sup>Uに変換されるまでにひとつ関門がある。中間生成物である<sup>233</sup>Pa が中性子を吸収することで、燃料として役に立たない<sup>234</sup>Uへ変化してしまう場合がある のである。これを避け、増殖性能を向上させるためには、生成された<sup>233</sup>Paを炉心から取 り出して、中性子のないところで<sup>233</sup>Uに崩壊させればよい。

これを可能にするために考えられた概念が「溶融塩炉」である。この炉では、燃料を「溶融塩」という液体の形(LiF-BeF2-ThF4-UF4)にして循環させ、炉心で中性子を照射して<sup>233</sup>Paを生産すると共に、それを回収する連続処理が行われる。しかし、溶融塩燃料は化学的な腐食が激しく、原子炉容器として適当な材料がないことから現時点では実用化には至っていない。

# 3.9 増倍率と反応度

前節では、 $\eta$ 値を使って核分裂性核種が持つ増殖能力を考えた。これをさらに深 めることにしよう。原子炉には、核分裂性核種以外にも多くの物質があり、中性子を 吸収する。すなわち、親物質である<sup>298</sup>Uと制御棒のホウ素・銀・インジウム・カドミウ ム・ハフニウムなどによる強力な吸収がある他、被ふく管 (cladding) に用いられるジ ルコニウム、構造材に含まれる鉄、ニッケル、クロム、冷却材の水も微量ではあるが中 性子を吸収することを通じて中性子経済を悪化させる。これらの効果を考慮するに は、すべての核種の効果を考慮に入れた上で、(3.1) 式と同様の考え方を使えばよい。 すなわち、核種*i*の数密度 $N_i$ 、吸収断面積 $\sigma_{ai}$ 、核分裂断面積 $\sigma_{fi}$ 、核分裂あたりの中



原子炉物理

性子発生数viを使って

$$k_{\infty} = \frac{\sum_{i} \nu_{i} \sigma_{f,i} N_{i}}{\sum_{i} \sigma_{a,i} N_{i}} = \frac{\nu \Sigma_{f}}{\Sigma_{a}}$$
(3.2)

を計算すれば、原子炉に含まれるすべての核種を考慮した時の中性子のバランスが計算できる(第5章において詳しく説明する)。k<sub>∞</sub>は中性子1個が吸収されたときに「次の世代」として生み出す中性子の数、すなわち、中性子数の増倍率(multiplication factor)を示している。k<sub>∞</sub>が1を超えれば、核分裂の度に中性子の数は増加していき、余裕をもって原子炉の運転を維持することができる。

この式には、まだ原子炉から漏れ出す中性子のロスが考慮されていないので、無限体系に対する増倍率という意味で、これを無限増倍率(infinite multiplication factor)と呼ぶ。η値は、核分裂性核種の増殖性能の目安として使ったが、増倍率は中性子の増倍効果の目安として使われる。

なお、実際の原子炉は有限の大きさなので、さらに原子炉から外へ漏れ出す中性 子のロスが存在する。中性子の漏洩まで含めた中性子数の増倍率の式は、実効増倍 率(effective multiplication factor)と呼ばれ、原子炉が臨界(critical)状態か否か を判断する際に使われる最も重要な指標である。すなわち、

 $k_{eff}>1: 原子炉は臨界を超えており、原子炉内の中性子数は時間とともに増加する。$  $<math>k_{eff}=1: 原子炉はちょうど臨界であり、原子炉内の中性子数は時間的に変化しない。$  $<math>k_{eff}<1: 原子炉は臨界に達しておらず、原子炉内の中性子数は時間とともに減少する。$ 

と判断される。なお、第5章において、実効増倍率を求める方法について詳しく述べる。 一方、同じような増倍率を表す尺度として、反応度 (reactivity) がある。その定義は、

 $\rho = (k_{eff} - 1)/k_{eff} \quad \dots \qquad (3.3)$ 

で与えられる。この式は、銀行預金で言えば、最初に1の預金をして満期にk<sub>eff</sub>の残高 を受け取った際に、利息k<sub>eff</sub>-1を残高k<sub>eff</sub>で割ったものを意味している。通常、銀行預 金の金利は、利息を最初の預金で割って求められるので、少し定義が違うものの、物 理的な意味については、「中性子に対する核分裂あたりの金利」と考えて差し支えな い。金利がゼロの時がちょうど臨界に相当する。同様に、上の増倍率を用いた指標 は、反応度を用いた以下の指標にそのまま置き換えることができる。

ρ>0:超臨界ρ=0:臨界

ρ<0:未臨界

反応度は、原子炉の中性子バランスを計算する時に便利である。たとえば、核燃料 だけではp=0.03で超臨界になる場合、一本あたりp=-0.01の制御棒を3本入れた時に、

ρ=0.03−3×0.01=0

となって、ちょうど臨界が保たれる。このように、反応度を使うことで簡単な加減算の みで中性子バランスが計算できる。<sup>(注3.15、16)</sup>

金属ウランの核特性について考える。<sup>235</sup>Uと<sup>238</sup>Uのエネルギー平均の微視的吸 収断面積を1000barnおよび5barn、微視的核分裂断面積を500 (barn) および0 (barn) とする。また、<sup>235</sup>U, <sup>238</sup>Uの原子数密度をそれぞれx, 2×10<sup>+28</sup> [1/m<sup>3</sup>] とする。 (a) x=1.0×10<sup>+27</sup> [1/m<sup>3</sup>] とするときの金属ウランの巨視的吸収断面積、巨視的核 分裂断面積を計算せよ。

(b) (a) の結果から無限増倍率を計算せよ。ただし、<sup>235</sup>Uの核分裂あたりの中性 子放出数 v を 2.5 とする。

(c)<sup>235</sup>Uの原子数密度xを調整して金属ウランの無限増倍率が1.0となるようにした。 この場合、xの値はいくらになるか。 注3.15:反応度はいわゆる次元がない無次元 数であるが、Δk/kと表記されることがある。

```
注3.16:反応度は、元々、増倍前後の中性子の個数比であることから無次元量であるが、
アメリカでは遅発中性子割合βを基準として、
ρ/βを「ドル」、その100分の1の補助単位を「セント」と呼び習わしている。反応度が1ドルを
超えると、原子炉が暴走する危険があるという目安に使えるので便利な指標として、日本
などでもよく使われている。なお、「ドル」「セント」単位で反応度を表記する場合には、遅
発中性子割合βの値が必要になることに注意。
この単位がアメリカの通貨で呼ばれることに
反抗したのか、ヨーロッパ、特にフランスでは
pcm (per cent mille、仏語で10万分の一の意)
を専ら使っている。たとえば、p=0.03の場合
には、p=3000×10<sup>-5</sup>=3000pcmと換算できる。
```

# 〈解答3.8〉

(a) 巨視的吸収断面積 $\Sigma_a$ 、巨視的核分裂断面積 $\Sigma_f$ は以下のように求められる。 1barn=10<sup>-28</sup> [m<sup>2</sup>] であるので、  $\Sigma_a = 1000 \times 10^{-28} \times 1 \times 10^{27} + 5 \times 10^{-28} \times 2 \times 10^{28} = 1.1 \times 10^2$  [1/m]  $\Sigma_f = 500 \times 10^{-28} \times 1 \times 10^{27} = 5 \times 10^1$  [1/m] (b) (3.2) 式から、無限増倍率は  $k_{\infty} = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a} = \frac{2.5 \times 5 \times 10^1}{1.1 \times 10^2} = 1.1364$ (c) <sup>235</sup>Uの原子数密度をxとした場合の無限増倍率の式より  $k_{\infty} = \frac{2.5 \times 500 \times 10^{-28} x}{1000 \times 10^{-28} x + 5 \times 10^{-28} \times 2 \times 10^{28}} = 1.0$ これより、

 $x=4.0\times10^{26}$  [1/m<sup>3</sup>]

# 

# 3.10 まとめ

第3章では、原子力エネルギーを発生させる最も基礎的なメカニズムである核分裂 について述べた。以降の章においても、核分裂性核種、核分裂中性子(即発中性子、 遅発中性子)、核分裂エネルギー、核分裂生成物などが基礎となる。したがって、本 章の内容を十分に理解しておくことが望まれる。

# 《演習問題》

- [1] ある原子炉の運転中の中性子束は1×10<sup>17</sup>[m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>]であり、体積は1×10<sup>2</sup>[m<sup>3</sup>]で ある。巨視的核分裂断面積を5.0[1/m]とするとき、炉心の発生熱量をMW単位 で求めよ。なお、一回の核分裂あたりの発生熱量は、3×10<sup>-11</sup>[J]とせよ。
- [2] 薄膜状の金属ウランがある。密度は20t/m<sup>3</sup>であり、<sup>235</sup>Uのみからなっていると 仮定する。このとき、以下の問いに答えよ。
- (1)薄膜中の<sup>235</sup>Uの原子数密度を求めよ。ただし、<sup>235</sup>Uの原子量を235,アボガドロ数 を6×10<sup>23</sup>とせよ。
- ②<sup>235</sup>Uの微視的核分裂断面積を500barnとする。このとき、薄膜金属ウランの巨視 的核分裂断面積を求めよ。
- ③薄膜状の金属ウランの重さを1mgとする。この薄膜金属ウランを10<sup>17</sup>[m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>]の 中性子束中においた場合、発熱量をW単位で求めよ。ただし、一回の核分裂あ たりの発生熱量は、3×10<sup>-11</sup>[J]とせよ。なお、薄膜金属ウラン中での中性子束の 落ち込みは考慮しない。
- [3] PWRの燃料ペレットについて、以下の問いに答えよ。
- この燃料ペレットの初期<sup>235</sup>U濃縮度を4wt%、密度を10.0[t/m<sup>3</sup>]とする。このとき、 <sup>235</sup>U、<sup>238</sup>Uの原子数密度を求めよ。なお、U/UO<sub>2</sub>の重量比を0.88、<sup>235</sup>U、<sup>238</sup>Uの 原子量をそれぞれ235、238、アボガドロ数を6×10<sup>23</sup>とせよ。
- (2)上記のペレットが燃焼し、取り出し時には<sup>235</sup>U濃縮度が1wt%となった。ペレットー個あたりの<sup>235</sup>Uによる総発熱量を[J]の単位で求めよ。なお、<sup>235</sup>Uは一回の核分裂あたり200MeVのエネルギーを発生し、1eV=1.6×10<sup>-19</sup>[J]とする。また、ペレットの寸法は直径0.9cm、高さ1.0cmの円柱型である。
- (3) 上記のペレットの取り出し時の燃焼度をMWd/t単位で求めよ。
- [4] 軽水炉用の燃料ペレット(UO<sub>2</sub>)を考える。この燃料ペレットは、半径0.5cm、 高さ1cmの円筒形で、密度は10.0[t/m<sup>3</sup>]であり、U/UO<sub>2</sub>の重量比は0.88である。 以下の問いに答えよ。なお、Uの平均原子量は(<sup>235</sup>Uの濃縮度にかかわらず) 238、アボガドロ数は6×10<sup>23</sup>とせよ。
- <sup>235</sup>U濃縮度を原子数割合で5%とするとき(U全体に対する<sup>235</sup>Uの原子数割合を 5%とするとき)、<sup>235</sup>Uおよび<sup>238</sup>Uの原子数密度を求めよ。
- (2) <sup>235</sup>Uと<sup>238</sup>Uのエネルギー平均の微視的吸収断面積をそれぞれ1000barnおよび 5barn、微視的核分裂断面積を500barnおよび0barnとする場合、燃料ペレット の巨視的吸収断面積および巨視的核分裂断面積を求めよ。ただし、酸素の吸 収断面積は無視せよ。
- (3) (2)の結果を用い、この燃料ペレットの無限増倍率を求めよ。ただし、<sup>235</sup>Uの核 分裂あたりの中性子放出数vを2.5とする。
- (4) この燃料ペレットが原子炉内に装荷された。装荷位置の平均中性子束は10<sup>17</sup>[m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>] であった。装荷時の燃料ペレットー個の発熱量[W]を求めよ。ただし、一回の 核分裂あたりの発生熱量は、3×10<sup>-11</sup>[J]とせよ。なお、ペレット内での中性子束 の落ち込みは考慮しない。
- [5] 高速炉用の金属燃料ペレット(U-Pu-Zr合金)を考える。この燃料ペレットは、 半径0.3cm、高さ1cmの円筒形で、密度は15.0[t/m<sup>3</sup>]であり、組成はUが70wt%、 Puが20wt%、Zrが10wt%である。また、簡単のためにUが<sup>238</sup>Uのみから、Puが <sup>239</sup>Puのみからなっているとする。以下の問いに答えよ。また、Uの平均原子量は 238、Puの平均原子量は239、アボガドロ数は6×10<sup>23</sup>とせよ。
- (1) UおよびPuの原子数密度を求めよ。
- (2) <sup>238</sup>Uおよび<sup>239</sup>Puのエネルギー平均の微視的吸収断面積をそれぞれ1.2barnおよび4barn、微視的核分裂断面積をそれぞれ0barnおよび3barnとする場合、燃

料ペレットの巨視的吸収断面積および巨視的核分裂断面積を求めよ。ただし、 Zrの巨視的吸収断面積は零とせよ。

- (3) (2)の結果を用い、この燃料ペレットの無限増倍率を求めよ。ただし、ただし、 <sup>239</sup>Puの核分裂あたりの中性子放出数vを3.0とする。
- (4) この燃料ペレットが原子炉内に装荷された。装荷位置の平均中性子束は10<sup>18</sup>[m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>]であった。装荷時の燃料ペレットー個の発熱量[W]を求めよ。ただし、一回の 核分裂あたりの発生熱量は、3×10<sup>-11</sup>[J]とせよ。なお、ペレット内での中性子束 の落ち込みは考慮しない。
- [6] 核分裂に関する次の説明で、 a ~ c に入る言葉として正しい組み合わ せは1~5のうちどれか。

「1回の核分裂あたりに発生する平均の中性子数をv(個)とする。ウラン235の 場合、熱中性子のエネルギーが0.025eVのときのvは」a 個程度である。一方、 ウラン238を含む核燃料について、1個の中性子の吸収あたりに発生する平均の 中性子数をn(個)とする。nは核燃料の増殖を考える上で重要であるが、それは ウラン238が中性子を1個吸収して新しい燃料物質を作る転換比が」b に比 例するからである。

核燃料の中性子捕獲断面積 ( $\sigma_p$ ) と核分裂断面積 ( $\sigma_f$ ) の比を $\alpha$ (= $\sigma_p/\sigma_f$ )とすると、これらの関係は c で表される。」

- a b c
- (1) 2.43  $\eta = \eta \eta / \alpha$
- (2) 2.43  $\eta^{-1}$   $\eta = \nu/(1+\alpha)$
- (3) 2.43  $\eta + 1$   $\eta = \nu / \alpha$
- (4) 2.88  $\eta$ -1  $\eta = \nu/\alpha$
- (5) 2.88  $\eta + 1$   $\eta = \nu/(1+\alpha)$

(出典:技術士原子力·放射線部門平成19年度第一次試験)

[7] ウランを燃料とする軽水炉を考える。この燃料の発熱量が600W・cm<sup>-3</sup>の場合、
 単位体積当たりの核分裂率Rに最も近いものは次のうちどれか。ただし、1核分裂当たりの発生エネルギーは188MeVとし、1eVは1.6×10<sup>-19</sup>Jである。
 ①6×10<sup>11</sup>cm<sup>-3</sup>·S<sup>-1</sup>
 ②2×10<sup>13</sup>cm<sup>-3</sup>·S<sup>-1</sup>
 ③7×10<sup>13</sup>cm<sup>-3</sup>·S<sup>-1</sup>

(出典:技術士原子力·放射線部門平成17年度第一次試験)

[8] 次の表は、3つの核燃料物質 (<sup>235</sup>U、<sup>239</sup>Pu、<sup>233</sup>U)の熱中性子に対する核特性

 $(q_{f}, \sigma_{a}, \eta = v \frac{o_{f}}{\sigma_{a}}$ など)をまとめたものである。これを参考にして次の記述のうち

	<sup>235</sup> U	<sup>239</sup> Pu	233U
$\sigma_{f}(\text{barn})$	577	741	525
$\sigma_a(\text{barn})$	678	1015	573
$\alpha(=\frac{\sigma_c}{\sigma_f})$	0.175	0.370	0.093
ν	2.44	2.90	2.50
η	2.08	2.12	2.29

誤っているものを選べ。

①1回の核分裂当り放出される中性子数が一番大きい核燃料物質は<sup>239</sup>Puである。
 ②中性子吸収当りに放出される中性子数が一番大きい核燃料物質は<sup>233</sup>Uである。
 ③熱中性子増殖炉の可能性が一番高い核燃料物質は<sup>233</sup>Uである。

④吸収断面積に対する核分裂断面積の比が一番大きい核燃料物質は<sup>239</sup>Puである。 ⑤中性子捕獲断面積が一番小さい核燃料物質は<sup>233</sup>Uである。

(出典:技術士原子力·放射線部門平成16年度第一次試験)

# 第4章

# 中性子の拡散

- 1.はじめに
- 2. 中性子拡散方程式の発見的導出
- 3. 拡散方程式の解
- 4.多群拡散方程式
- 5.数值解法
- 6.まとめ

〔この章のポイント〕

濃いガスが薄いガス中に拡散していく現象に類似している中性子の 振る舞いを用いて、ボルツマンの中性子輸送方程式を単純化する。拡 散現象に基づいた近似を用いていることから、このようにして導かれた 方程式を中性子拡散方程式と呼ぶ。いくつかの単純な条件において拡 散方程式を解析的に解き、中性子束の空間分布の計算を実際に行う。 一方、実際の原子炉の中には、様々なエネルギーを持った中性子が存 在する。このような多様なエネルギーを持つ中性子をグループに分けて 取り扱うのが多群拡散方程式である。一般的な条件で多群中性子拡 散方程式の解を解析的に求めることは難しいため、コンピュータを用 いたシミュレーションにより数値的に中性子の振る舞いを計算する。

# 第4章 中性子の拡散(拡散理論)

# 4.1 はじめに

原子炉物理の大きな目的の一つは、原子炉内の発熱分布や燃料の臨界量などの 炉心性能を精度よく予測することである。第3章までに学んできたように、発熱量分 布など原子炉の巨視的 (マクロ) な振る舞い (図4.1) は、結局のところ、原子炉内に おける原子核と中性子という極めて微視的 (ミクロ) な反応の積み重ねで決まる。

第2章で学んだように、物質と中性子の相互作用の大小は、①中性子束、②原子炉 内の物質に含まれている元素の原子数密度および③中性子に対する原子核の反応断 面積によって決まる。

一般の原子炉の設計においては、炉心に配置する燃料などの物質組成(各元素の 原子数密度)は既知(あるいは、入力値)であり、また、炉心内に存在する様々な元 素の中性子反応断面積についても実験データから得られた値を使用することができ るため、やはり既知である。

以上のことから、原子炉炉心の振る舞いを正確に把握するためには、原子炉内の 中性子束の空間分布とエネルギー分布を正確に計算する必要がある。

この章では、原子炉内での中性子束の空間分布の計算方法の基礎について述べる。なお、中性子束のエネルギー分布の取り扱いについては、第6章で説明する。

原子炉内において、中性子は核分裂によって発生し、散乱を繰り返しながら原子炉 内を動き回り、最終的には原子炉の外に漏れ出るか、物質に吸収されてその一生を終 える。

より詳細に見ると、ある特定の位置にあり、ある特定のエネルギーを持ってある特 定の方向に飛行していた中性子は、しばらく時間が経過すると、散乱などの影響に よって別の場所に別のエネルギーかつ別の飛行方向を持って現れる。これは、ビリ ヤードにおいて、手玉が的玉に衝突しながら運動する際、位置、速度および進行方向 が時々刻々変化することをイメージすればわかりやすい。

このような現象(ある中性子が当初の位置・エネルギー・方向から、別の位置・エネ ルギー・方向に変化)は輸送現象と呼ばれ、これを研究の対象として取り扱う学問分 野が輸送理論(transport theory)と呼ばれるものである。実は、中性子の輸送現象 は原理的には比較的簡単であり、中性子の輸送現象を厳密に記述する方程式はボル ツマンの輸送方程式(Boltzmann transport equation)として既に知られている。

っまり、原子炉内における中性子の振る舞いは、ボルツマンの輸送方程式によって 厳密に予測することが原理的には可能である。従って、ボルツマンの輸送方程式を近 似することなく、そのまま正確に解くことができれば、原子炉の性能を的確に予測で きることとなる。もしも、ボルツマンの輸送方程式を正確かつ簡易に解くことが可能 であれば、原子炉物理学は、もう少し簡単なものになっていたに違いない。

しかし、原子炉物理で扱うボルツマンの輸送方程式は、中性子の位置(3変数)、 エネルギー(1変数)、方向(2変数)および時間(1変数)の合計7変数が密接に関連



ルドヴィッヒ・ボルツマン 原子炉物理

図4.1 PWR炉心における発熱量分布の一例(炉心を二次元体系で近似した計算例で、 炉心全体の1/4、第一象限のみを表示している)

# 第4章 中性子の拡散

した形の方程式であり、原子炉炉心のような大型で複雑な体系に対して短時間で正確な解を求めることは困難である<sup>(注4.1)</sup>。実際、ボルツマンの輸送方程式をより正確に解く方法については、1940年代の原子炉物理学の創生期から大きな研究テーマの一つであり、現在もなお、様々な研究が精力的になされている状況である。

以上のことから、一般の原子炉の解析においては、ボルツマンの輸送方程式に近 似を加えることにより、解きやすい形にした方程式を使用することが多い。このよう に近似を加えることで解きやすい形にした輸送理論の一つが拡散理論(diffusion theory)である。

第4章、第5章においては、この拡散理論に基づいて中性子束の空間分布を求め ること、また、得られた中性子束の空間分布を元に増倍率などの原子炉の特性を計 算することが主な目標である。なお、拡散理論は近似を加えることにより、解きやすく なっているものの、4.2.3節で説明するように、場合によってはその適用性に限界があ ることに注意する必要がある。

拡散理論は、非常におおざっぱに言うと、中性子の飛行方向を近似的に取り扱う ものである。輸送理論では個々の中性子の飛行方向を厳密に考慮するが、拡散理 論では、原子炉内の中性子の集団をガスのようなものとしてイメージし、中性子の密 度が高いところから、低いところに流れるとして方程式(中性子拡散方程式)を導き、 中性子が集団としてどのように移動するか(分布するか)について計算を行う。

なお、拡散理論は、原子炉物理のみで用いられているものではなく、熱伝導方程 式など他の工学分野においても広く用いられている。

第4章で学ぶ中性子拡散方程式 (neutron diffusion equation:中性子拡散理論) を用いてできることは以下の通りである。

(1) 原子炉内の中性子束分布の予測

- (2) 原子炉内の反応率分布の予測(熱出力、材料の中性子照射量などの予測)
- (3) 原子炉の臨界量の予測
- (4) 原子炉の実効増倍率の予測

第4章では(1)を主として取り扱い、(2)~(4)については、第5章で取り扱う。

# 4.2 中性子拡散方程式の発見的導出

ボルツマンの輸送方程式から中性子拡散方程式を「厳密に」 導出するためには、ボ ルツマンの輸送方程式自体の説明、中性子束の角度分布に関する取り扱い(量子力学 で用いられる球面調和関数による展開)などの数学的にやや煩雑な処理が必要となり、 本書の範囲を超える。そこで、中性子拡散方程式の「厳密」な導出については、参考文 献<sup>1)</sup>に譲ることとして、ここでは、中性子拡散方程式を「発見的に」 導出することとする。

# 4.2.1 連続の式

ある物質中に任意の体積Vを考える。体積V内の中性子の数は、以下の理由により 時々刻々変化する(図4.2)。

・Vへの流入



図4.2 連続の式の概念

注4.1: 直感的には「中性子の飛行方向も3方 向では」と考えられるかもしれない。しかし、 飛行方向は「方位角」と「仰角」の2つで表す ことができる。このため飛行方向は3変数にな らない。 ・Vからの流出

・V内での吸収

・V内での発生

従って、体積V内での中性子数の変化は、(4.1)式で与えられる。

〔変化率〕=〔発生率〕+〔流入率〕-〔吸収率〕-〔流出率〕 ……… (4.1)

(4.1) 式の項を入れ替えると

〔変化率〕=〔発生率〕-〔吸収率〕-(〔流出率〕-〔流入率〕) … (4.2)

流出率から流入率を差し引いたものは正味の流出率(漏えい率)と呼ばれる。従って、 (4.2)式は、最終的に(4.3)式に変形することができる。

[変化率] = [発生率] - [吸収率] - [正味の流出率(漏えい率)] (4.3)

(4.3) 式を連続の式 (countinuity equation) と呼ぶ。以降、(4.3) 式の各項を数式 で表すこととする。

まず体積V内の中性子の総数の変化率 [1/sec] は、中性子密度nを体積V内で積分し、得られた体積V内の中性子の総数を時間で偏微分することにより得られる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} n(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r} = \int_{V} \frac{\partial n(\mathbf{r}, t)}{\partial t} d\mathbf{r} \qquad (4.4)$$

ここで、

n(r,t):位置r、時間 t における中性子密度 [1/m<sup>3</sup>]

V:Vの体積 [m<sup>3</sup>]

中性子の発生率 [1/s] は、

$$\int_{V} S(\mathbf{r},t) d\mathbf{r} \cdots (4.5)$$

ここで、

S(r,t):位置r、時間 t における中性子源 (neutron source) 密度 [m<sup>-3</sup>·s<sup>-1</sup>]

第2章より、単位体積・単位時間あたりの中性子の吸収率  $[m^{-3} \cdot s^{-1}]$ は、巨視的吸収断面積 $\Sigma_a$  [1/m]と中性子束 $\phi$   $[m^{-2} \cdot s^{-1}]$ の積によって計算される。従って、体積V内の中性子の吸収率 [1/s]は、

$$\int_{V} \Sigma_{a}(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r},\mathbf{t})d\mathbf{r} \quad \dots \qquad (4.6)$$

ここで、

 $\Sigma_a(\mathbf{r})$ :巨視的吸収断面積 [1/m]  $\phi(\mathbf{r},t)$ :中性子束  $[\mathbf{m}^{-2} \cdot \mathbf{s}^{-1}]$ 

(4.4) ~ (4.6) については、以上のように直感的に導出することができるが、流出率については、やや面倒である。

まず、Jを中性子流 (neutron current、Vの表面における正味の中性子の流れを表 すベクトルで、ベクトルの大きさの単位は [m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>]、中性子の流れの方向を向いてい



図4.3 表面から流出する中性子数の計算

る)、nを表面から外向きの法線ベクトルとする(図4.3)。

nは、中性子密度を表すnとは異なっていることに注意する必要がある。なお、中性 子流については、中性子束と混同しやすいため、物理的なイメージを後ほど詳しく説 明する。

体積Vの表面における単位面積を単位時間あたりに通過する(流出する)正味の中 性子の数は、J·nで与えられる(J·nはJとnの内積)。<sup>(注4.2)</sup> これより、体積Vの表面Aから流出する中性子の数[1/sec]は

 $\int_{A} \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} dA \qquad (4.7)$ 

で与えられる。ここで、流出率が正であれば、中性子が正味で流出(すなわち、流出>流入)、負であれば、中性子が正味で流入(すなわち、流出<流入)していることとなる。 (4.4)~(4.7)式を(4.3)式に代入すると、(4.8)式を得る。

$$\int_{V} \frac{\partial n(\mathbf{r},t)}{\partial t} d\mathbf{r} = \int_{V} S(\mathbf{r},t) d\mathbf{r} - \int_{V} \Sigma_{a}(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r},t) d\mathbf{r} - \int_{A} \mathbf{J}(\mathbf{r},t) \cdot \mathbf{n} dA \quad \dots \qquad (4.8)$$

拡散方程式を差分法などで数値的に解く場合には、(4.8)式を直接用いる場合が多い。しかし、(4.8)式の形では解析的に解を求めることができないため、ベクトル解析で用いられている(ガウスの)発散定理を用いて(4.8)式に含まれている表面積分を体積積分に変換する。発散定理は(4.9)式で与えられる(Appendix III、IV参照)。

(4.9) 式を用いると、(4.8) 式は以下のようになる。

(4.10) 式は任意の体積Vについて成り立つので、

 $\frac{\partial n(\mathbf{r},t)}{\partial t} = S(\mathbf{r},t) - \Sigma_a(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r},t) - \nabla \mathbf{J}(\mathbf{r},t)$ (4.11)

を得ることができる。(4.11)式が連続の式の一般形である。また、中性子の数が定常、 つまり時間に依存しない場合には、(4.11)式は以下のようになる(定常近似)<sup>(注4.3)</sup>。

 $\nabla \cdot \mathbf{J} + \Sigma_a(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) = S(\mathbf{r}) \cdots (4.12)$ 

なお、(4.11)式の導出にあたっては、近似を全く行っていないことに留意する必要 がある。実際には、第2章で見たように、微視的断面積には中性子のエネルギーに対 する依存性があるため、巨視的断面積も中性子のエネルギーに依存する。しかし、こ こではまだ考慮に入れていない。すなわち、(4.11)式は(中性子のエネルギー依存性 を除けば)厳密な式である。

また、(4.12)式についても、中性子密度(中性子束)が時間に依存しないという 「定常近似」以外の近似は一切用いられていない。第4章の中心的な話題である 「拡散近似」はこの後で導入される。

以降では、定常近似を仮定して話を進める。すなわち、(4.12)をベースに議論を進めていく。

## 4.2.2 中性子束と中性子流

拡散近似を導入する前に、(4.7)式で導入した中性子流と第2章で取り扱った中性 子束の関係をもう一度整理しておこう。これら二つの概念はよく似ていることから混 乱をまねくことがあるため、これら二つの違いについて再確認する。

中性子流 Jとは、単位面積を単位時間あたりに通過し、特定の方向に向かう正味の中性子の数で、ベクトル量である。単位は [m<sup>-2</sup>・s<sup>-1</sup>] となる。

一方、中性子束φとは、①単位面積を単位時間あたりに通過する中性子の総数、

注4.2:たとえば、中性子の流れJが表面Aに 直交していれば、表面Aから単位時間に流れ 出す中性子の数は、Jの大きさに表面Aの面積 を乗じたものとなる。一方、Jが表面Aに平行 であれば中性子が表面Aを横切ることはなく、 表面Aから流出する中性子の数は零となる。 すなわち、Jが表面Aに対して平行に近くなる ほど、表面Aから単位時間に流出する中性子 数は少なくなる。これは、地面に当たる太陽の 光は、太陽が真上にあるときに最も強く、夕 方には弱くなる理屈と同じである。この効果 はJとnの内積の形で考慮することが可能であ る。

注4.3:(4.12)式のように変形することで、拡 散方程式の導出を進めている訳であるが、 (4.8)式に比べて(4.11)式もしくは(4.12)式 の意味が直感的に分かりにくくなっているよ うに思える。もともと連続の式は、「ある体積 V」を考え、その中の中性子のバランスについ て考察を行うことで導出している。これに対 して、(4.12)式は、「非常に小さな体積」を 想定しており、もともとの導出時の「イメージ」 がうまく適用できないことが一つの要因とな っていると思われる。また、(4.9)式の発散 定理についても、そのイメージをわかりやすく 伝えることは意外に難しく、(4.11)式もしくは (4.12)式の物理的なイメージを分かりにくく している。

# 第4章 中性子の拡散

注4.4:南北に走るとある道路の交通量調査 を行ったとする。この調査では、北から南に向 かう車の台数を調べるのが目的であった。朝、 1分当たりの車の通過台数を数えると、北から 南に向かう車は50台、逆に南から北に向かう 車は5台であった。すなわち、北から南に向か う「正味の」車の台数は、1分間当たり45台で あった。次に、昼、同じように車の通過台数を 数えると、北から南に向かう車は1分間に20台、 南から北に向かう車は1分間に20台であった。 すなわち、北から南に向かう「正味の」車の台 数は0台であった。最後に、夜、同じように車 の通過台数を数えると、北から南に向かう車 は1分間に5台、南から北に向かう車は1分間 に50台であった。すなわち、北から南に向かう 「正味の」車の台数は-45台であった。

ここで、正味の車の台数(朝45台、昼0台、 夜-45台)が中性子流に相当する。では、「中 性子束に相当する」車の台数はどうなるだろ うか?中性子束は、動いている方向を考えな いので、「中性子束に相当する」車の台数は 朝、昼、夜それぞれ50+5=55台,20+20=40台、 5+50=55台となる。 もしくは②単位体積・単位時間あたりの中性子の総飛行距離、という定義であり、 スカラー量である。なお、後述するが、これら二つの定義のうち②の定義の方がよ り適切である。単位は [m<sup>-2</sup>・s<sup>-1</sup>] である<sup>(注4.4)</sup>。

単位が同じであるため、混乱を招きがちであるが、中性子流はベクトル量であるか ら方向があり、一方、中性子束はスカラー量であるから方向がないと覚えておこう。

中性子流と中性子束の関係をより具体的にイメージするため、いくつかの例を示す。なお、中性子流と中性子束の物理的意味については、例題の後にさらに考察を加える。

◇ 〈 例題4.1〉 中性子束と中性子流 (1)

中性子密度q [1/m<sup>3</sup>]、速度v [m/s]の中性子ビームが薄い膜に垂直に入射している (図4.4)。中性子束および薄膜の法線方向(右向きを正とする)の中性子流の大き さはいくらか?なお、薄膜による中性子の散乱や吸収は無視する。

#### 〈解答4.1〉

中性子束の定義の一つは、単位時間当たりに単位面積を通り抜ける中性子の数で ある。薄膜の単位面積1m<sup>2</sup>を1秒間に通過する中性子の数は、qvであることから、中 性子束はqv [m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>]となる。なお、中性子束の②の定義である「単位体積・単位時 間における中性子の総飛行距離」を用いても、同じ結果が得られる。つまり、中性 子ビームの単位体積内に存在する中性子の個数はqであり、これらの中性子が1秒 間に進む距離はvであることから、単位体積内・単位時間あたりの中性子の総飛行 距離はqvとなる。

また、中性子ビームは薄膜の法線の正の向きに進んでいるため、法線方向の中性子流の大きさはqv [m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>] となる。中性子流のベクトルの方向は薄膜の法線方向である。

# 〈例題4.2〉中性子束と中性子流(2)

中性子密度q [1/m<sup>3</sup>]、速度v [m/s]の中性子ビームが薄い膜の両面から垂直に入 射している(図4.5)。中性子束および薄膜の法線方向(右向きを正とする)の中性 子流の大きさはいくらか?なお、薄膜による中性子の散乱や吸収は無視する。

#### 〈解答4.2〉

例1と同じ考え方により、左から入射する中性子ビームに起因する中性子束はqv、同様に右から入射する中性子ビームに起因する中性子束もqvとなる。(中性子束には方向の概念が無いことに注意)。その結果、薄膜上での中性子束は2qv [m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>]となる。 一方、左から入射する中性子ビームに起因する中性子流はqv、右から入射する中性 子ビームに起因する中性子流は-qvとなる。右から左に向かって入射する中性子ビー ムの符号がマイナスになっているのは、右向きを正としているからである。結局のと ころ、中性子流は、qv-qv=0となり、薄膜上での中性子流は0となる。すなわち、薄 膜上での「正味の中性子の移動」は無いことになる。これは、薄膜の両側から同じ 強度の中性子ビームが入射していることを考えると自明である。









図4.7 中性子束と中性子流の関係(例題4)

# 〈例題4.3〉中性子束と中性子流(3)

中性子密度q [1/m<sup>3</sup>]、速度v [m/s]の中性子ビームが薄い膜に45°の角度で入射している(図4.6)。中性子束および薄膜の法線方向(右向きを正とする)の中性子流の大きさはいくらか?なお、薄膜による中性子の散乱や吸収は無視する。

## 〈解答4.3〉

例1より、中性子ビームが薄膜に垂直に入射する場合の中性子流の大きさはqvである。今回は、薄膜に対して45°の角度を持って入射していることから、ビームの進行方向と薄膜の法線方向の内積を考慮することにより、薄膜上の中性子流の大きさは、qvcos(45°)=qv/√2となる。一方、中性子束も同じ値になるように思われるが、これは誤りである。正しくは、中性子ビームの単位体積内に存在する中性子の個数はqであり、これらの中性子が一秒間に進む距離はvであることから、単位体積内・単位時間あたりの中性子の総飛行距離はqvとなる。すなわち、中性子束はqvとなる。

#### 〈例題4.4〉中性子束と中性子流(4)

中性子密度q [1/m<sup>3</sup>]、速度v [m/s]の中性子ビームが薄い膜に平行に入射している (図4.7)。中性子束および薄膜の法線方向(右向きを正とする)の中性子流の大き さはいくらか?なお、薄膜による中性子の散乱や吸収は無視する。

#### 〈解答4.4〉

まず、中性子流から計算する。中性子ビームの方向は薄膜と平行であることから、 中性子ビームは薄膜を横切らない。従って、中性子流は0である。これについては問 題なく算出できるであろう。では、中性子束はどうであろうか?〈例題4.1〉、〈例題 4.2〉と同じ考え方を適用すると、薄膜を横切る中性子の数が0であるため、中性子 束も0となるように思われるが、これは誤りである。正しくは、〈例題4.3〉と同じ理由 から中性子束はqvとなる。

〈例題1〉~〈例題4〉より、中性子束は「中性子の移動(流れ)の量」というよりは 中性子の密度に近いものであり、中性子流は「中性子の移動量」に関する物理的なイ メージを表していることが分かる。

そもそも、「束(flux)」には、①単位面積を単位時間に通過するベクトル量、②① のベクトルをある面で角度方向に積分したスカラー量の二つの定義がある。①の定 義は熱輸送や流体力学などの分野で使用されており、熱流束(heat flux)や質量流束

(mass flux)などがこれにあたる。一方、②の定義は電磁気学で使われており、磁束 (magnetic flux)などがこれに相当する。

原子炉物理で出てくる中性子流は①の「束(flux)」であり、中性子束は②の「束(flux)」なのである。一般の工学の分野では、①の定義になじみがある場合が多い と思われるものの、原子炉物理では中性子「束」が②の定義を使っていることがし ばしば混乱の元になっていると思われる。 繰り返しになるが、中性子の移動に関する物理量は中性子流で表されるのであり、 中性子束は中性子の移動を直接表す物理量ではない。むしろ、「中性子の密度」に 近い物理量である。実際、中性子束の定義は「中性子密度」に「中性子速度」を乗じ たものであり、中性子密度と比例関係にある。この意味から、中性子束は「反応の起 こりやすさの観点から中性子密度を表す便宜的な量」という理解が最も直感的と言 えるかもしれない。

#### 4.2.3 Fickの法則

4.2.1節では、定常状態における連続の式(4.12)式を導出した。(4.12)式を解 くことにより、炉心内の中性子の振る舞いが計算できることになる。そこで、実際に (4.12)式を解こうとすると、以下の問題にぶつかる。

「(4.12)式において、巨視的吸収断面積 $\Sigma_a$ および中性子源 s は既知 (入力値) であり、未知数は $\phi$ とJである。未知数が二つあるのに、式はひとつしかない。すなわち、(4.12)式は解けない。」

4.2.2節では、中性子束と中性子流の関係を見てきた。従って、4.2.2節と同じように して中性子流と中性子束の関係を求めればよいと考える人もあるかもしれない。しか し、ちょっと待って欲しい。4.2.2節で中性子束と中性子流の関係を求めることがで きたのは、中性子の飛行方向と各飛行方向への中性子の数が詳細に分かっていた からである。そして、この「中性子の飛行方向と各飛行方向への中性子の数」こそが、 我々が最終的に求めたいものである。つまり、「式がひとつしかない」という問題は解 決していないのである。

この問題を解決するため、中性子束と中性子流の関係を与える新たな法則を導入 する。これがフィック(Fick)の法則(Fick's law)と呼ばれるものである。

Fickの法則は中性子束と中性子流の関係を与える近似式であり、もともと、化学的な 拡散の現象を説明するものである。ある溶液において、溶質は濃度の濃い部分から薄 い部分に拡散していく。Fickの法則では、溶質の移動速度(流速)は濃度の変化量(勾 配)に比例するという(直感的に正しそうな)近似を適用する。Fickの法則は、溶液中の 拡散のみならず、ガスの拡散、熱の拡散などにも適用可能である。Fickの法則では、中 性子の集団はあたかもガスの様に振る舞うと仮定され、拡散現象に基づいて濃度の高 い(中性子密度の高い)部分から濃度の低い(中性子密度の低い)部分に向かって炉 心内を移動(拡散)するという取り扱いになる。拡散理論(もしくは拡散近似)という名 前は、拡散現象を対象とするFickの法則を利用しているという事実によっている。

さて、原子炉内の中性子が溶液中の溶質(もしくはガス)と同じように振舞うという 近似(拡散近似)は、一般的に良好な精度を示すことが経験的に分かっている。Fick の法則を1次元体系に適用すると、以下のように書くことができる。(図4.8)

$$J_x = -D\frac{d\phi}{dx} \qquad (4.13)$$

ここで

D: 拡散係数 [m] (diffusion coefficient)

である。



図4.8 中性子束と中性子流の関係(Fickの法則)

(4.13)式の物理的な意味を少し考察する。図4.8において、左側(x<0)の領域の 中性子束は、右側(x>0)の領域のそれに比べて大きい。従って、中性子の散乱回数は、 右側の領域に比べ、左側の領域においてより多いはずである。中性子は散乱によって 飛行方向がランダムに変化すると考えると、x=0を超えて左側から右側に移動する中性 子の数は、右側から左側に移動する中性子の数に比べて多いはずである。従って、x=0 の平面を通じて移動する正味の中性子の数は、正の向き(すなわちxが正の方向)とな る。(4.13)式は、上記の物理的な考察に対応するもので、中性子束の傾きの方向に中性 子が流れていることを示している。(4.13)式右辺のマイナス符号は、中性子束の傾きが 負の場合、正味の中性子の流れが正の向きになると言う意味を持っている。<sup>(注4.5)</sup>

さて、Fickの法則をより一般的に書くと、

 $\mathbf{J} = -D \operatorname{grad} \phi = -D \nabla \phi \quad \dots \quad (4.14)$ 

となる。なお、拡散係数は、ボルツマンの輸送方程式から拡散方程式を近似的に導出することにより、以下の形で表されることが分かっている。<sup>1)2)(注4.6)</sup>

$D = \frac{1}{1}$	1	(4.15)
$D = \frac{1}{3\Sigma_{tr}}$	$-\frac{1}{3(\Sigma_t - \Sigma_{s1})}$	 (4.15)

ここで、

Σtr:巨視的輸送断面積 [1/m]

 $\Sigma_t$ :巨視的全断面積 [1/m]

Σ<sub>s1</sub>:一次の巨視的非等方散乱断面積 [1/m]

これまでFickの法則について議論してきたが、Fickの法則で用いられている近似を もう一度まとめると以下のようになる。

・中性子流が中性子束の傾きに比例する

・比例係数(拡散係数)が(4.15)式で与えられる

どちらも直感的には妥当な仮定である。実際、これまでの炉心解析の経験による と、商業用軽水炉のような大型で中性子の漏れが少ない体系に対して、拡散近似は 驚くほど高い精度で適用できることが分かっている。そのため、商業用軽水炉にお いては、主として拡散理論を用いた炉心解析手法によって炉心特性の評価を行って いるが、炉心特性の設計値と測定値は良く一致することが確認されている。

原子炉内における中性子束と中性子流の関係の一例を図4.9に示す。図4.9は、PWR の集合体が4体隣接した体系における低エネルギー(熱)領域の中性子束分布(左)と 中性子流(右)である。中性子流を表す図においては、矢印の向きが流れの方向を、矢 印の大きさが中性子流の大きさを表している。図4.9のAの部分には、Puを含むMOX燃 料<sup>(注4.7)</sup>が1体配置されており、残りの3体はUO<sub>2</sub>燃料である。Puは低エネルギーの中性 子をよく吸収するため、MOX燃料の部分で中性子束は低い値となっている。そのため、 中性子は周辺のUO,燃料から中性子束の低いMOX燃料に移動する(流れ込む)形と



図4.9 PWRにおける集合体隣接体系における中性子束と中性子流の関係

注4.5: 正味の中性子流の定義として、座標軸 のプラスの方向に中性子が(正味)移動して いる場合を正としているため、(4.13)式の右 辺にマイナス符号が付いている。このマイナス 符号は時として混乱の元になるが、「中性子 は密度の高いところから低いところに移動し たがる」という事実と、中性子流の向きはどち らを正としているか、に常に注意する必要が ある。

注4.6: (4.15) 式自体は比較的簡単であるが、 導出は比較的煩雑であるため、詳細は参考 文献1) に譲る。おおざっぱには、拡散係数は 以下のように導出される。まず、ボルツマンの 輸送方程式に現れる中性子束(角度中性子 東 $\psi$ )の角度依存性を以下のようにルジャンド ル多項式 $P_l(\cos\theta)$ で展開する(Appendix VII 参照)。

# $\psi(\cos\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} \phi_l P_l(\cos\theta)$

ルジャンドル多項式で展開した場合、第一 項(ルジャンドル多項式の0次で展開されるた め、P<sub>0</sub>成分と呼ばれる)の展開係数φ<sub>0</sub>が中性 子束、第二項(P<sub>1</sub>成分と呼ばれる)の展開係 数φ<sub>1</sub>が中性子流に対応することが知られてい る。次にこの展開係数の第三項以上(P<sub>2</sub>成分 以上の高次の展開係数)を無視し、展開係 数の第二項(すなわち、中性子束φ<sub>0</sub>および中 性子流φ<sub>1</sub>)までに対する輸送方程式(P<sub>1</sub>輸送 方程式)を導く。このP<sub>1</sub>輸送方程式から中性 子流φ<sub>1</sub>と中性子束φ<sub>0</sub>の関係を導くことにより、 (4.15)式を導出することができる。

注4.7: PuO<sub>2</sub>およびUO<sub>2</sub>からなる燃料のことで あり、混合酸化物(Mixed Oxide, MOX)燃料 と呼ばれる。日本では、MOX燃料をPWRや BWRなどの軽水炉で使用することをプルサー マルと呼んでいる。これは、プルトニウムをサ ーマルリアクター(熱中性子炉)で使用するこ とから来ている。 なっている。これが、UO2燃料からMOX燃料への中性子流として現れている(中性子流の矢印がUO2燃料からMOX燃料の方向に向いている)。ちなみに、図4.9の中性子流(右)は、中性子束からFickの法則を用いて計算したものである。

ただし、拡散近似が精度良く成り立たない場合もある。たとえば、真空領域では 断面積が零なので、(4.15)式に基づいて拡散係数を計算することができない。この ような場合には、輸送理論に基づく結果を用いて、特別な方法で拡散係数を評価す る必要がある。また、4.2.2節で述べた例題1もFickの法則が成り立たない一例であ る。例題1では、薄膜の左と右における中性子束は同じ値であり、(4.14)式を用いる と、正味の中性子流は零となるはずである。しかし、例題1では、中性子流の値は中 性子束の値と等しくなっている。これは、例題1においては中性子の散乱が全く存在 せず、中性子の角度方向が極めて偏っている(左→右の一方向のみ)ことに起因して いる。Fickの法則は、ガスの拡散のように、散乱が多く、粒子の飛行方向の偏りが小 さい場合には高い精度を与えるが、例1のように中性子の飛行方向に大きな偏りが見 られる場合には、精度が悪化することに注意する必要がある。

これまで議論してきたように、Fickの法則はあくまでも近似であり、以下に示す場合には、精度良く成り立たないことに注意する必要がある。

・中性子の強吸収体の近く

- ・中性子源の近く
- ・原子炉の表面付近

・中性子の散乱が著しく非等方である場合

・中性子の飛行方向が著しく非等方である場合

これらのケースについては、拡散理論でなく、中性子の飛行方向をより正確に考慮 する輸送理論を使用する必要がある。

#### 4.2.4 拡散方程式

本節では、(4.12) 式で与えられる連続の式と、Fickの法則の(4.14) 式を利用して 拡散方程式 (diffusion equation) を導出する。連続の式である (4.12) 式

 $\nabla \cdot \mathbf{J} + \Sigma_a \phi = S$ 

にFickの法則の (4.14) 式

 $\mathbf{J} = -D \operatorname{grad} \phi = -D \nabla \phi$ 

を適用すると、以下の拡散方程式を得ることができる。

なお、拡散係数Dが位置に依存しない場合、(4.16)式は(4.17)式のように簡略化 される。原子炉の解析においては、(4.17)式を用いることが多いが、あくまでも拡散 係数が空間的に一定であるという仮定が入っていることに注意する必要がある。

 $-D\nabla^2 \phi + \Sigma_a \phi = S \cdots (4.17)$ 

(4.16)式,(4.17)式において、拡散係数D、巨視的吸収断面積 $\Sigma_a$ 、中性子源Sは一般 に既知(入力値)であり、未知変数は中性子束 $\phi$ である。つまり、拡散方程式は、二階 の偏微分方程式になることが分かる。

より具体的なイメージを掴むため、いくつかのケースについて、(4.17)式を書き下す こととする。1次元体系(平板状)の場合、(4.17)式は以下のようになる。

$$-D\frac{d^2\phi}{dx^2} + \Sigma_a \phi = S \quad ....$$
(4.18)

これより、一次元平板体系の場合には、拡散方程式は二階の常微分方程式となることが分かる。また、二次元X-Y体系の場合は

$$-\left(D\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}\right) + \sum_a \phi = S \quad (4.19)$$

注4.8: 原子炉の解析で現れる座標系におい て、ラブラス演算子は以下のように表される。 (Appendix Ⅲ)

直交座標系:  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 円柱座標系:  $\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 球座標系:  $\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta}$   $+ \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$ なお、実機炉心の解析において用いるのは、 ほとんどが直交座標系である。 となる。(注4.8)

なお、(4.17)式は、核分裂による中性子源を直接取り扱う形式とはなっていないこ とに注意する必要がある。すなわち、(4.17)式で直接取り扱えるのは、「核分裂を起 こさない体系に中性子源が存在する」状態であり、たとえば核分裂を起こさない非 増倍体系に中性子を打ち込む、Am-Beなどの中性子源をおく、等の状況に対応する。

核分裂を含む拡散方程式の取り扱いについては、別途留意すべき事項があるため、 第5章で述べる。

# 4.3 拡散方程式の解

# 4.3.1 拡散方程式を解くには

4.2節において、(4.16)式もしくは(4.17)式(Dが空間的に一定な場合)で与えられる拡散方程式を導出した。体系内の中性子束の分布を求めるためには、拡散方程式を解く必要がある。後述するが、実際の原子炉のように複雑な体系において拡散方程式の解を求めるためには、数値計算に頼らざるを得ない。しかしながら、中性子源が存在する体系内において、中性子束がどのような分布をするか、実感を持って理解するためには、いくつかの簡単な体系について(4.17)式を解いてみることが肝要である。そのため、本節では、いくつかの単純な体系において拡散方程式を解くことを試みる。

前述のように拡散方程式は二階の偏微分方程式であるため、これを解くためには 境界条件(boundary condition)が必要となる。そこで、まず中性子拡散方程式に用 いられる代表的な境界条件について解説し、引き続いて拡散方程式の解析解を導 出することを試みる。

#### 4.3.2 境界条件

4.2.4節で見たように、拡散方程式は二階の微分方程式である。従って、解を求め るためには、境界条件が二つ必要となる。本節では、拡散方程式を解く際に用いら れる一般的な境界条件を紹介する。境界条件は、体系の最外周部で用いられる外 部境界条件と体系の内部で異なった媒質(領域)が接している場合に用いられる内 部境界条件がある。外部境界条件は解析条件に応じていくつかの種類がある。

(1) 外部境界条件

#### (a) 中性子束零境界条件

体系の外周部で中性子束が0となる条件であり、(4.20)式で表される。

ただし、実際の体系において、都合良く体系表面の中性子束が零になることは希で あろう。その意味では、本境界条件は仮想的(人為的)なものであると言えるだろう。 このように書くと、本境界条件は役に立たないとの印象を与えるかもしれないが、実 際は、後述する外挿境界条件と併せて用いることで、簡易な解析において有益なも のとなる。また、本境界条件は拡散方程式を解析的に解く際に取り扱いやすいとい う特徴があるため、(拡散方程式を解析的に解くための)練習問題などで良く用いら れる。

#### (b) 完全反射境界条件

体系の外周部で中性子束の傾きが零となる境界条件であり、(4.21)式で与えられる。

(4.14)式を考慮すると、完全反射境界条件は境界における中性子流が零となる 条件であるとも言える。「反射境界」条件と呼ばれるのは、中性子がこの境界に達し たときに、あたかも「鏡で反射したかのごとく境界から戻ってくる」状況を想定してい るためである。このような想定は、完全反射境界をはさんで、計算体系が完全に対称 である場合に成り立つ。従って、この条件は、体系の対称性を利用することにより、計 算の対象とする領域を限定するために有効である(図4.10)。



図4.10 完全反射境界条件

完全反射境界条件は、原子炉内の燃料棒(燃料セル)や燃料集合体の解析、さら に炉心計算など、様々な場面で用いられる重要な境界条件である。また、拡散方程式 を解析的に解く際にも考慮しやすい特徴を持つ。

(c) 真空境界条件

体系から漏洩した中性子が戻ってこないという境界条件であり、(4.22) 式で与え られる。原子炉の表面などの境界条件として使用されることがある。

nを体系表面の法線ベクトルとすると、この境界条件は

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \phi = -\frac{\phi}{d^{ex}} \tag{4.22}$$

と表される。ここで、d<sup>ex</sup>は外挿距離(extrapolation length)とよばれる量である(図 4.11)。図4.11からわかるように、体系表面における中性子束の傾きを「直線的に外 挿」し、体系の表面を起点として中性子束の値が零となるまでの距離が外挿距離とな る。一次元体系の場合、(4.22)式は

$$\frac{d\phi}{dx} = -\frac{\phi}{d^{ex}} \qquad (4.23)$$

となる。

真空境界条件の場合、外挿距離dexは(4.24)式で近似的に与えられる<sup>2)</sup>。

$$d^{ex} \cong 0.71 \frac{1}{\Sigma_{tr}} \qquad (4.24)$$

前述したように、真空領域においては、巨視的断面積が零となり、拡散係数が定 義できないため、拡散理論が成り立たない。そのため、d<sup>ex</sup>は、(4.22)式を境界条件 として用いた拡散計算の結果が、厳密な輸送理論の結果を近似的に再現するように 調整される場合も多い。

実は、真空境界条件は、外挿境界条件と呼ばれるもののうち、特殊なケースであり、 (4.22)式は一般には外挿境界条件と呼ばれる。そして、外挿距離d<sup>ex</sup>が(4.24)式で



与えられる特殊な値をとる場合、真空境界条件として機能する。

外挿境界条件は、dexの値を適切に設定することにより、真空以外の媒質、たとえ ば中性子の強吸収体である制御棒などに対しても使用されることがある。

(2) 内部境界条件

これは、異なった物質が接している場合の境界条件であり、実際の炉心解析に は必ず現れる重要な境界条件である(図4.12)。内部境界条件は、(4.25)式および (4.26)式のセットで定義される。添え字のA、Bは領域を表している。

 $-D_A \nabla \phi_A \cdot \mathbf{n} = -D_B \nabla \phi_B \cdot \mathbf{n} \quad (4.25)$ 

 $\phi_A = \phi_B \quad \dots \quad (4.26)$ 

(4.25)式は、物質境界において正味の中性子流が連続であることを示している。 すなわち、領域Aの境界において領域Aから領域Bへ移動する正味の中性子数は、領 域Bの境界において領域Aから移動してくる正味の中性子数に等しくなることを示し ている。つまり境界において、中性子が吸収されたり発生したりしていないという当た り前のことを示している。一方、(4.26)式は物質境界で中性子束が連続であるという 境界条件を示している<sup>(注4.9)</sup>。

(4.25) 式は一見、抽象的に見えるが、たとえば一次元体系では以下のようになる。

$$-D_A \frac{d\phi_A}{dx}\Big|_{x=a} = -D_B \frac{d\phi_B}{dx}\Big|_{x=a} \qquad (4.27)$$

ここで、x=aは、物質が接している位置を示している。図4.12においては、領域Aと 領域Bの境界で中性子束の傾きが異なっている。これは、領域A、Bにおける拡散係 数D<sub>A</sub>、D<sub>B</sub>が異なっていることから、(4.27)式を満足するために、領域境界における中 性子束の微分値(すなわち傾き)が不連続になることに起因している。一方、中性子束 の値自体は、領域境界においても連続である。

## 4.3.3 拡散方程式の解析解

前節までに拡散方程式の導出および境界条件について議論を行った。本節では、 いくつかの代表的な体系について拡散方程式を解析的に解き、中性子の振る舞いを 理解する一助にしたいと考える。なお、前述のように、本節で取り扱うのは、体系内に 存在する中性子源が既知の場合のみである。核分裂が存在する場合の拡散方程式 については、第5章で取り扱う。

# (1) 無限均質体系(均一中性子源)

最も簡単なケースとして、無限で均一な媒質中に均一な中性子源がある場合を考える。媒質の巨視的吸収断面積を $\Sigma_a$  [1/m]、中性子源強度をS [m<sup>-3</sup>·s<sup>-1</sup>] とする。この場合、明らかに中性子束は場所に依存しないため、(4.17) 式において- $D\nabla^2\phi=0$ となる。従って、拡散方程式は



注4.9: (4.25) 式、(4.26) 式は、物理的に極 めて妥当と考えられる境界条件である。その ため、原子炉の炉心解析においては、これら の境界条件が(当たり前の前提条件として) 長い間使われてきた。しかし、1980年代初め に、(4.26) 式をそのまま適用することが適切 ではない場合がある、という従来の「常識」 を覆す研究結果が報告された。原子炉全体 を取り扱う炉心核特性解析においては、燃 料集合体の内部に存在するペレット、被覆 管、冷却材といった構造をそのまま取り扱うこ とは通常行わない。このような詳細な解析は、 現在の計算機を用いても非常に困難だからで ある。そのため、燃料集合体内部を平均化す る「均質化」という処理を行う。この均質化処 理を行った場合、(4.26) 式をそのまま使用す ると計算誤差が発生することが指摘されたの である。現在の炉心解析においては、(4.26) 式をそのまま使用せず、以下のように「境界で 中性子束が不連続である」ことを計算条件と している。

 $f_A \phi_A = f_B \phi_B$ 

ここで、*f<sub>A</sub>、f<sub>B</sub>*は「不連続因子」と呼ばれる もので、集合体内部の構造を平均化しても計 算誤差が最小限ですむように決められるパラ メータである。このように、既に確立し、誤り がないと思われる「理論」を疑うことは、学問 の進歩に極めて大きな寄与をするケースがあ る。なお、原子炉の内部の構造を平均化しな い場合、(4.26) 式を用いることは妥当である。  $\Sigma_a \phi = S$  ......(4.28)

となる。これより、中性子束は以下のように求まる。

$$\phi = \frac{S}{\Sigma_a} \quad [m^{-2} \cdot s^{-1}] \quad \dots \qquad (4.29)$$

この場合、中性子源は中性子源強度Sと巨視的吸収断面積Σ<sub>a</sub>のみに依存する形と なる。中性子束は中性子源強度に関しては線形であり、中性子源強度が2倍になれば 中性子束も2倍、3倍になれば3倍という結果になる。これは、直感的にも妥当であろう。 一方、吸収断面積については、反比例の形となる。ちなみに、吸収断面積が零の場合 には、中性子束の値は不定になる。これは物理的には当たり前のことである。すなわ ち、中性子の吸収がないところに中性子が発生し続けると、中性子の個数は定常状 態に達することはなく、増え続ける。すなわち、(4.17)式を導いた前提条件の一つで ある「時間に関して定常」という前提が崩れることとなる。そのため、このような状態 に対しては「定常状態」を前提とした (4.17)式では正しい答えが得られず、時間依存 の拡散方程式を解く必要がある。

(2) 有限平板体系

厚さ2a [m]の平板内に強度S [m<sup>-3</sup>·s<sup>-1</sup>]の中性子源が一様に分布している体系を 想定する (図4.13)。体系の巨視的吸収断面積を $\Sigma_a$  [1/m]とし、体系の境界における 中性子束は零とする。

取り扱う体系が一次元平板であるため、拡散方程式および境界条件は以下の形となる。なお、体系の中心の座標をx=0とする。

$-D\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + \Sigma_a\phi(x) = S$	 (4.30)

 $\phi(a) = 0$  ...... (4.32)

解きやすくするため、(4.30)式の両辺を-Dで割り、以下のように変形する。

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} - \frac{1}{L^2}\phi(x) = -\frac{S}{D}$$
(4.33)

ここで、Lは拡散距離(diffusion length)と呼ばれる量で、(4.34)式で定義される。単位は [m]である。巨視的吸収断面積が小さいほど、また、拡散係数が大きいほど拡散距離は 長くなる。<sup>(注4.10)</sup>



注4.10:無限媒質中に点状の中性子源が存在 する場合を考える。中性子源から放出された 中性子が吸収される点までの平均の直線距 離rは、拡散理論によると、r=√6Lであること が示される。つまり、中性子が放出されてから 吸収されるまでの平均の直線距離は、拡散距 離の約2.5倍である。(4.14)式より、拡散係 数が大きいほど正味の中性子流が大きくなる、 すなわち、中性子が移動しやすくなる。また、 巨視的吸収断面積が小さいほど、中性子が吸 収されにくくなるため、より遠くまで移動でき ることとなる。拡散距離は、このような物理的 な現象を反映したものとなっている。
(4.33)式は、一般的な二階の常微分方程式であり、微分方程式の解法について初等的な知識があれば、解析的に解くことが可能である(Appendix V参照)。まず、 (4.33)式の斉次形の一般解は、

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} - \frac{1}{L^2}\phi(x) = 0$$
 (4.35)

を解くことにより、

$$\phi(x) = c_1 e^{x/L} + c_2 e^{-x/L} \quad \dots \quad (4.36)$$

となる。ここで、c1およびc2は未定定数である。また、(4.33)式の特解は、

$$\phi(x) = \frac{L^2 S}{D} \dots \tag{4.37}$$

である。(4.36) 式、(4.37) 式より、(4.33) 式の一般解は、

$$\phi(x) = c_1 e^{x/L} + c_2 e^{-x/L} + \frac{L^2 S}{D} \quad (4.38)$$

となる。境界条件を考慮すると、

$$\phi(a) = c_1 e^{a/L} + c_2 e^{-a/L} + \frac{L^2 S}{D} = 0 \quad (4.39)$$

$$\phi(-a) = c_1 e^{-a/L} + c_2 e^{a/L} + \frac{L^2 S}{D} = 0 \quad \dots \qquad (4.40)$$

これより、c1およびc2は以下のように求まる。

$$c_1 = c_2 = -\frac{1}{e^{a/L} + e^{-a/L}} \frac{L^2 S}{D} \quad \dots \tag{4.41}$$

(4.41) 式を (4.38) 式に代入すると、

$$\phi(x) = \frac{L^2 S}{D} \left( 1 - \frac{e^{x/L} + e^{-x/L}}{e^{a/L} + e^{-a/L}} \right) = \frac{L^2 S}{D} \left( 1 - \frac{\left(e^{x/L} + e^{-x/L}\right)/2}{\left(e^{a/L} + e^{-a/L}\right)/2} \right) = \frac{L^2 S}{D} \left( 1 - \frac{\cosh(x/L)}{\cosh(a/L)} \right)$$

となる (Appendix VI参照)。

.....

(4.42) 式において、S, D, aは既知の量(入力値)であるため、任意の炉心位置xにおける中性子束を求めることができる。

なお、体系の厚さ2aが非常に大きく、かつ $x \ll a$ である場合、 $\frac{e^{x/L} + e^{-x/L}}{e^{a/L} + e^{-a/L}} \approx 0$ となることから、(4.42)式は以下のように近似することができる。

$$\phi(x) = \frac{L^2 S}{D} \left( 1 - \frac{e^{x/L} + e^{-x/L}}{e^{a/L} + e^{-a/L}} \right) \cong \frac{L^2 S}{D} = \frac{S}{\Sigma_a} \quad \dots \tag{4.43}$$

(4.43)式は、(4.29)式と同じであり、無限均質体系における結果と一致することが 分かる。すなわち、体系が十分厚い場合、体系の中心付近 (x 《 a) の中性子束は無限均 質体系のものと一致するという結果となる。これは、物理的な考察からも妥当である。

厚さ*a*[m]の平板内に強度*S*[m<sup>-3</sup>·s<sup>-1</sup>]の中性子源が一様に分布している体系を想定 する。体系の巨視的吸収断面積をΣ<sub>*a*</sub>[1/m]とし、体系の左側境界において完全反射 境界条件、右側境界において零中性子束境界条件とする。この体系内の中性子束 分布を求めよ。 〈解答4.5〉

体系の左端を原点に取ると、体系内の拡散方程式および境界条件は以下のように なる。

$$-D\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + \Sigma_a\phi(x) = S \qquad (4.44)$$

$$-D\frac{d\phi}{dx}\Big|_{x=0} = 0 \qquad (4.45)$$

 $\phi(a)=0$  ...... (4.46)

(4.30) 式~(4.32) 式と同様に(4.44) 式~(4.46) 式を解くと、

$$\phi(x) = \frac{L^2 S}{D} \left( 1 - \frac{\cosh(x/L)}{\cosh(a/L)} \right) \quad \dots \tag{4.47}$$

となる。すなわち、(4.42) 式と同一の中性子束分布となる。これは、図4.13で与えら れた体系が(境界条件も含めて)原点に関して対称であることによる。すなわち、本 例題は、(4.30)式~(4.32)式を(等価な)別の境界条件に置き換えて解いたことに なる。

(3) 半無限平板体系

厚さが無限の平板に中性子が垂直に入射している場合を考える(図4.14)。体系 境界における入射中性子流の大きさをJとし、体系内に中性子源は存在しないものと する。また、体系の拡散係数をD[m]、巨視的吸収断面積を $\Sigma_a$ [1/m]、拡散距離を  $L = \sqrt{D/\Sigma_a}$ [m]とする。

この場合、解くべき拡散方程式および境界条件は (4.48) 式、(4.49) 式および (4.50) 式となる。なお、中性子の入射位置をx=0とする。

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} - \frac{1}{L^2}\phi(x) = 0$$
(4.48)
$$-D\frac{d\phi}{dx}\Big|_{x=0} = J$$
(4.49)

 $\lim_{x \to \infty} \phi(x) = 0 \quad \dots \qquad (4.50)$ 

(4.49)式は、入射位置(x=0)における中性子流の大きさが Jであること、(4.50)式 は体系内に中性子源が存在しないことから体系の無限遠方では中性子束が零になる こと、を示している。



図4.14 半無限平板に入射する中性子流

(4.48) 式の解は、以下の形で与えられる。

 $\phi(x) = c_1 e^{x/L} + c_2 e^{-x/L} \quad \dots \quad (4.51)$ 

(4.51)式の右辺第一項は、体系の無限遠方で中性子束が零になると言う条件、すなわち(4.50)式を満たさないため、結局、

 $\phi(x) = c_2 e^{-x/L} \quad \dots \quad (4.52)$ 

となる。x=0における境界条件を考慮するために(4.52)式を(4.49)式に代入すると、 c,を決定することができ、最終的に平板内の中性子束分布は以下のようになる。

 $\phi(x) = \frac{LJ}{D}e^{-x/L} \tag{4.53}$ 

(4.53) 式は、体系内に入射した中性子は指数関数的に減衰することを示している。 この際、緩和距離(中性子束が1/eに減衰するまでの距離)は、拡散距離のLに等しく なることが分かる。

(4) 無限均質体系(点中性子源)

無限で均一な媒質中に点状の中性子源がある場合を考える。媒質の巨視的吸収断 面積をΣ<sub>a</sub> [1/m]、中性子源強度をS [1/s] とする。このような点状の中性子源は、たと えば加速器を用いて高エネルギー陽子を(細いビームダクトを通じて)体系の中に入 射し、タングステンや鉛などのターゲットにあて、核破砕反応により中性子を発生させ るケースに見られるものである。

中性子は点状の中性子源を中心としてその周りに対称に広がっていくため、中性子 源を原点とした球座標系で取り扱うと都合がよい。一次元の球座標系における拡散 方程式は注4.8より、

 $-D\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}r^2\frac{d\phi(r)}{dr} + \Sigma_a\phi(r) = 0 \qquad (4.54)$ 

となる。また、境界条件としては、以下のものを使用することができる。

 $\lim_{r \to \infty} \phi(r) = 0 \tag{4.55}$ 

境界条件がもう一つ必要となるが、これについては後述する。 (4.54)式は、以下のように変形することができる。

(4.56) 式を解くために、以下の変数変換を行う。

 $w = r\phi(r)$  (4.57)

(4.57) 式を用いると (4.56) 式は以下のように変形できる。

$d^2w$	$\frac{1}{2}w = 0$	(4 50)
$dr^2$	$-\frac{1}{L^2}w = 0$	(4.58)

(4.58) 式の一般解は、

 $w = c_1 e^{r/L} + c_2 e^{-r/L}$  (4.59)

となる。すなわち、(4.57)式より、

 $\phi(r) = c_1 \frac{e^{r/L}}{r} + c_2 \frac{e^{-r/L}}{r} \quad \dots \tag{4.60}$ 

である。境界条件の(4.55)式を考慮すると、結局、

 $\phi(r) = c_2 \frac{e^{-r/L}}{r}$  (4.61)

注4.11: (4.63) 式をよく見ると、奇妙に思える 点がある。これは、r→0で中性子束が無限大 になることである。実際の体系において無限 大の中性子束はあり得ない。このような解が 求まるのは、点状の中性子源を設定したこと による。点状の中性子源とは、体積が零でか つ有限の数の中性子を放出しているものであ る。従って、単位体積あたりの中性子源強度 は(定義通りに計算すると)無限大になる。そ のため、点中性子源位置における中性子速の 解析解は無限大となる。偏在している中性子 源の近くでは拡散理論が精度良く成り立たな いことを思い出すと、点中性子源近傍の中性 子束の解について信頼性は低いと言えるだろ う。



凶4.13 — 限以仲介

原子炉物理

となる。では、c2をどのように決めればよいだろうか?これは、中性子の発生数に関する以下の考察から導かれる。

点状の中性子源を囲む半径rの小さな球を考える。中性子源で発生した中性子は全て拡散しつつ移動することを考えると、この球を通り抜ける中性子の数は、S個[1/s]であるはずである。(そうでなければ、発生した中性子がどこかに消えていることとなる。なお、非常に小さな球なので、球内における中性子の吸収は無視する。)このことより、

$$\lim_{r \to 0} 4\pi r^2 J(r) = \lim_{r \to 0} 4\pi r^2 \left( -D \frac{d}{dr} \phi(r) \right) = S \quad \dots \quad (4.62)$$

が成り立つ。J(r)[m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>]は、正味の中性子流(の大きさ)であり、単位面積を単位時間に通り抜ける中性子数であることを思い出すと、正味の中性子流に小さな球の面積をかけることにより、球を通り抜ける中性子の総数が求まるはずである。

(4.62) 式に (4.61) 式を代入することによりc2が求まり、結局、体系内の中性子束は、

$$\phi(r) = \frac{S}{4\pi D} \frac{e^{-r/L}}{r}$$
 (4.63)

で与えられる。(3)の半無限平板体系と比較すると、分子のe<sup>-r/L</sup>は同じであるが、さらに、距離に反比例して中性子束が減衰する形となっている。半無限平板体系と比較して減衰が大きいのは、点中性子源から中性子が体系内に「広がっていく」効果が付加されるためである。<sup>(注4.11)</sup>

〈例題4.6〉中性子吸収率と中性子のバランス

(4) で議論した条件(無限均質体系に点状中性子源が存在)において、無限媒質 中における中性子吸収率[1/s]を求めよ。

### 〈解答4.6〉

単位体積あたりの吸収率は巨視的吸収断面積×中性子束であるため、これを空間 積分することにより、媒質中の全中性子吸収率が求まる。

 $L = \sqrt{D/\Sigma_a}$  であることから、

$$\Sigma_a \frac{L^2 S}{D} = S \tag{4.65}$$

となる。すなわち、単位時間当たりSの中性子が吸収される。この体系は定常状態であるため、(4.65)式は単位時間当たりに発生する中性子数と吸収される中性子数が等しいことを示している。

### (5) 二領域体系(反射体付き体系)

最後に、厚さa,b[m]の異なった二つの媒質 (A,B) が隣接している二領域体系を考える (図4.15)。体系の左側では、完全反射境界条件を、右側では零中性子束境界条件を用いるとする。領域Aの拡散係数、巨視的吸収断面積、中性子源強度をそれぞれ  $D_A[m], \Sigma_{a,A}[1/m], S[m^{-3}\cdot s^{-1}]、領域Bにおいてはそれぞれ<math>D_B[m], \Sigma_{a,B}[1/m], 0[m^{-3}\cdot s^{-1}]とする。$ 

この問題に対して、拡散方程式は以下の形となる。ここで、 $\phi_A(x)$ 、 $\phi_B(x)$ はそれぞれ 領域A,Bの中性子束である。

$$-D_A \frac{d^2 \phi_A(x)}{dx^2} + \Sigma_{a,A} \phi_A(x) = S \qquad (4.66)$$

$$-D_{B}\frac{d^{2}\phi_{B}(x)}{dx^{2}} + \Sigma_{a,B}\phi_{B}(x) = 0 \qquad (4.67)$$

- 72 -

また、境界条件は体系の左端を原点とすると以下の形で与えられる。

$$-D_{A} \frac{d\phi_{A}(x)}{dx}\Big|_{x=0} = 0 \quad ..... (4.68)$$

$$\phi_B(a+b)=0$$
 (4.69)

 $\phi_A(a) = \phi_B(a)$  ..... (4.70)

$$-D_A \frac{d\phi_A(x)}{dx}\Big|_{x=a} = -D_B \frac{d\phi_B(x)}{dx}\Big|_{x=a} \qquad (4.71)$$

(4.68) 式は、x=0における完全反射境界条件であり、中性子束の微分値を0としている。(4.69) 式は体系外側(右側)における境界条件で、中性子束の値が0である。 また、(4.70) 式、(4.71) 式は内部境界条件を与えるもので、それぞれ、領域A、Bの境界で中性子束および中性子流が連続であるという条件となっている。

### 〈例題4.7〉 二領域体系の中性子束

2.21

(4.66) 式~(4.71) 式の拡散方程式および境界条件で与えられる二領域体系の中 性子束分布を求めよ。

〈解答4.7〉

扱いやすい形にするため (4.66) 式、(4.67) 式の両辺をそれぞれ- $D_A$ 、- $D_B$ で割り、 以下の形に変形する。

$$\frac{d^2\phi_A(x)}{dx^2} - \frac{1}{L_A^2}\phi_A(x) = -\frac{S}{D_A}$$
(4.72)

$$\frac{d^2\phi_B(x)}{dx^2} - \frac{1}{L_B^2}\phi_B(x) = 0 \quad \dots \quad (4.73)$$

ここで、 $L_A=\sqrt{D_A/\Sigma_{a,A}}$ 、 $L_B=\sqrt{D_B/\Sigma_{a,B}}$ である。

(4.72) 式は、(4.33) 式と同じ形であるため、(4.72) 式の解は (4.38) 式と同じ形 となる。これより、

$$\phi_A(x) = c_1 \cosh\left(\frac{x}{L_A}\right) + c_2 \sinh\left(\frac{x}{L_A}\right) + \frac{L_A^2 S}{D_A} \quad \dots \qquad (4.74)$$

である。(注4.12)

(4.73) 式の解は (4.72) 式と同様に、

$$\phi_B(x) = c_3 \cosh\left(\frac{x}{L_B}\right) + c_4 \sinh\left(\frac{x}{L_B}\right) \quad (4.75)$$

である。(4.74)式と(4.75)式には四つの未定定数(*c*<sub>1</sub>~*c*<sub>4</sub>)が含まれているが、 (4.74)式と(4.75)式を(4.68)式~(4.71)式の四つの境界条件に代入することで 決定することができる。結果は以下のとおりである。<sup>(注4.13)</sup>

$$\phi_A(x) = \frac{L_A^2 S}{D_A} \left( 1 - \alpha \, \frac{\cosh(x/L_A)}{\cosh(a/L_A)} \right) \, \dots \tag{4.76}$$

$$\phi_B(x) = \beta \sinh\left(\frac{(a+b)-x}{L_B}\right) \quad \dots \qquad (4.77)$$

注4.12: (4.38) 式は指数関数  $(e^x, e^{-x})$ を用いて いるが、同様に双曲線関数 $(\sinh(x), \cosh(x))$ によっても表すことができる。なぜならば、  $\sinh(x)=(e^{x}-e^{-x})/2, \cosh(x)=(e^{x}+e^{-x})/2$ であり、 これより、 $e^x=\sinh(x)+\cosh(x), e^{-x}=-\sinh(x)+$  $\cosh(x)と表すことができるからである。$ 

注4.13: (4.74) 式を(468) 式に代入して
$$c_i=0$$
  
を導く。これより、  
 $\phi_A(x) = c_1 \cosh\left(\frac{x}{L_A}\right) + \frac{L_A{}^2S}{D_A}$   
また、(4.75)式を(4.69)式に代入して  
 $c_3 = -c_4 \tanh\left(\frac{a+b}{L_B}\right)$ を得る。これより、  
 $\phi_B(x) = c_4 \left(-\tanh\left(\frac{a+b}{L_B}\right)\cosh\left(\frac{x}{L_B}\right) + \sinh\left(\frac{x}{L_B}\right)\right)$   
さらに、  
 $\phi_B(x) = \frac{c_4}{\cosh\left(\frac{a+b}{L_B}\right)} \left(-\sinh\left(\frac{a+b}{L_B}\right)\cosh\left(\frac{x}{L_B}\right) + \cosh\left(\frac{x}{L_B}\right)\right)$ 

双曲線関数の加法定理を使用すると  $\phi_B(x) = \frac{c_4}{\cosh\left(\frac{a+b}{L_B}\right)} \sinh\left(\frac{a+b-x}{L_B}\right)$ 最後に、(4.70)式、(4.71)式を用いることで、

c、cを決定する。

ここで、

$$\alpha = \frac{\left(D_B/L_B\right)}{\left(D_A/L_A\right) \tanh(a/L_A) \tanh(b/L_B) + \left(D_B/L_B\right)} \quad \dots \qquad (4.78)$$

(6) 反射体効果に関する検討

さて、実は、(5)で取り扱った問題は、(2)で取り扱った平板領域をAとし、領域A の外側に新たな領域Bを付加したものである。領域Bを付加することで、領域A内の 中性子束はどのように変化したであろうか?この点について検討を行うため、(2)およ び(5)の領域A内の平均中性子束を比較する。

(2)の体系内における中性子束の平均値は(4.42)式を用いて以下のように与えられる。

$$\overline{\phi} = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{a} \phi(x) dx = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{a} \frac{L^2 S}{D} \left( 1 - \frac{\cosh(x/L)}{\cosh(a/L)} \right) dx = \frac{L^2 S}{D} \left( 1 - \frac{L}{a} \frac{\sinh(a/L)}{\cosh(a/L)} \right)$$
(4.80)

一方、(5)の領域A内の平均中性子束は(4.76)式および(4.78)式より以下のよう に与えられる。

$$\overline{\phi}_{A} = \frac{1}{a} \int_{0}^{a} \phi_{A}(x) dx = \frac{1}{a} \int_{0}^{a} \frac{L_{A}^{2}S}{D_{A}} \left\{ 1 - \alpha \frac{\cosh(x/L_{A})}{\cosh(a/L_{A})} \right\} dx = \frac{L_{A}^{2}S}{D_{A}} \left( 1 - \alpha \frac{L_{A}}{a} \frac{\sinh(a/L_{A})}{\cosh(a/L_{A})} \right)$$

$$(4.81)$$

b=0すなわち反射体(領域B)が存在しないとき、(4.78)式よりα=1であり、(4.80) 式および(4.81)式は一致する。一方、領域Bの厚さbが大きくなるにつれ、αは1より小 さくなり、(4.81)式の方が中性子束の平均値が高くなることがわかる。

これは、領域Bが、領域Aから漏れだしてくる中性子束を部分的に「反射し」、領域 Aに戻しているためである。すなわち、領域Bをつけることで、領域Aからの中性子の 漏れが少なくなることによっている。このような働きをする領域を反射体 (reflector) 領域と呼んでいる。

原子炉の設計においては、原子炉内で発生する中性子を有効利用することが一つ のキーポイントとなる。そのためには、体系内で発生した中性子をできるだけ外部に 漏えいさせない方策が重要となる。これを実現するための重要な方法が反射体であり、 炉心の外に漏れだしてきた中性子を効率よく「反射」し、原子炉に戻す働きをになう。

では、反射体はどのような性質を持っていることが好ましいのであろうか?領域 Bがある程度の厚さを持つ場合( $\tanh(b/L_B)\approx 1$ )、 $\alpha$ をできるだけ小さくするためには、  $D_B/L_B \epsilon D_A/L_A$ に比べて小さくすればよい。 $D_A/L_A = \sqrt{D_A \Sigma_{a,A}}$ 、 $D_B/L_B = \sqrt{D_B \Sigma_{a,B}}$ で あることを考えると、領域Bの拡散係数と吸収断面積がそれぞれ領域Aのものに比べ て小さければよいことが分かる。

領域Bの拡散係数が小さいと言うことは、中性子が領域Bに入り込みにくい、という ことであり、吸収断面積が小さいと言うことは、領域Bに入り込んだ中性子があまり吸 収されないことを示している。すなわち、反射体は中性子をできるだけその内部に入 れず、さらに中に入った中性子を吸収せずに(散乱によって)できるだけ元の領域に戻 すように働けば効率が高くなることを示している。

このことから、商業用軽水炉ではステンレススチールや軽水、研究用の小型原子 炉では黒鉛や重水、さらに宇宙用の原子炉ではベリリウムなどが反射体として用いら れている。反射体については、第5章においてより詳細に議論する。

### (7) 多領域体系

(5)では、二領域体系において、拡散方程式の解析解の導出を試みた。その結果、 二領域という単純な体系においてさえ、解析解は複雑なものになることが分かった。 一方、実際の原子炉は多次元・多領域(さらに後述するようにエネルギー多群)であ り、二領域体系に比べてはるかに複雑である。すなわち、実際の原子炉解析において、 炉心内の中性子束の解析解を直接求めることは事実上不可能である。これが、実際 の炉心解析において数値解析が用いられる理由である。なお、このように書くと、拡 散方程式の解析解を導出することは無意味であるように思われるかもしれない。しか し、解析解により、単純な原子炉内における中性子束分布を概略評価可能であるこ と、現在、原子炉の炉心解析で幅広く用いられている解析手法(近代ノード法)にお いては、メッシュ内の中性子束分布を拡散方程式の解析解により表現している場合 が多いこと、などの理由から、拡散方程式の解析解の重要性は依然として失われて いない。

# 4.4 多群拡散方程式

4.3節までは、中性子拡散方程式の導出およびその解について検討してきた。この 過程で、中性子拡散方程式は、中性子の移動を厳密に記述するボルツマンの輸送方 程式に対して中性子の飛行方向を近似することで得られることを述べた。

実は、ここまでの検討において、単純化のために考慮してこなかったもう一つの因 子がある。それは、中性子のエネルギー依存性である。第2章で述べたように、中性 子と物質の相互作用は、中性子のエネルギーに対して非常に複雑な振る舞いを見せ る。そのため、原子炉内の中性子の挙動を計算する際には、中性子のエネルギーを 考慮に入れる必要がある。本節では、中性子のエネルギー依存性を拡散理論で考慮 する方法について検討する。

中性子のエネルギー依存性を考慮するためのもっとも直接的な方法は、中性子束 のエネルギー依存性を拡散方程式において直接考慮することである。この場合、拡 散方程式は以下のように書くことができる。

$$-\nabla D(\mathbf{r}, E) \nabla \phi(\mathbf{r}, E) + \Sigma_t(\mathbf{r}, E) \phi(\mathbf{r}, E) = \int_0^\infty \Sigma_S(\mathbf{r}, E' \to E) \phi(\mathbf{r}, E') dE' + S(\mathbf{r}, E) \quad (4.82)$$

ここで、

D (**r**, *E*):位置**r**、エネルギー *E*における拡散係数 [**m**]  $\phi$  (**r**, *E*):位置**r**、エネルギー *E*における中性子束 [**m**<sup>-2</sup>·**s**<sup>-1</sup>]  $\Sigma_t$  (**r**, *E*):位置**r**、エネルギー *E*における全断面積 [1/**m**]  $\Sigma_s$  (**r**, *E*):位置**r**、エネルギー *E*'から*E*への散乱断面積 [1/m/eV] *s* (**r**, *E*):位置**r**、エネルギー*E*における中性子源 [**m**<sup>-3</sup>·**s**<sup>-1</sup>]

である。(4.82) 式は、これまで対象としてきた (4.16) 式と異なっているように見える かもしれない。しかし、(4.16) 式の両辺に中性子の散乱項 ( $\Sigma_s \phi$ )を加え、第2章で 示したように巨視的吸収断面積と巨視的散乱断面積の和が巨視的全断面積である ( $\Sigma_a + \Sigma_s = \Sigma_t$ ) ことを思い出そう。

 $-\nabla D \nabla \phi + \Sigma_{e} \phi = \Sigma_{e} \phi + S \cdots \qquad (4.83)$ 

(4.16) 式は (4.82) 式の形に書くことができることが分かる。すなわち、(4.82) 式と (4.16) 式が同じ形であることを確認できる。

さて、4.3節では、エネルギー依存性がない拡散方程式に対して、中性子束の空間 的な分布に関する解を求めた。では、同様に、(4.82)式の解析解を求めることができ るだろうか?ここで、もっとも単純なケースとして、中性子束の空間依存性がない場合 を考える。この場合、(4.82)式は以下のように書くことができる。

 $\Sigma_t(E)\phi(E) = \int_0^\infty \Sigma_s(E' \to E)\phi(E')dE' + S(E) \qquad (4.84)$ 

詳細については、第6章で述べるが、(4.84)式が解析的に解けるためには、散乱

### 第4章 中性子の拡散

注4.14:第6章では、(4.84)式に対していくつ かの仮定を適用することで、中性子束のエネ ルギー依存性について議論する。

ルギー依存性について議論する。

注4.15: 商業用軽水炉の炉心解析では、通常 1群~数群程度のエネルギー群数が用いられ る。高速炉の炉心解析では、十数群程度のエ ネルギー群数が一般的である。

注4.16:多群断面積の定義である (4.88) 式~ (4.91) 式をよく見ると、実は「自己矛盾」をは らんでいることがわかる。すなわち、多群断面 積を求めるためには、中性子束のエネルギー 分布が必要となるのである。多群拡散方程式 を解いて求められるのは、中性子束の空間分 布とエネルギー分布のはずであった。すなわ ち、エネルギー分布が求まらないと多群断面 積が求まらない。しかし、多群断面積が求ま らないとエネルギー分布が求まらない。「鶏 が先か、卵が先か」のような話である。この 「自己撞着」が原子炉物理を複雑なものに している。実際、原子炉物理の研究の多くは、 上記の「自己撞着」をいかにスマートに取り扱 うかをテーマとしている。この点について本教 科書では深くふれないが、基本的には、「中 性子束のエネルギー分布を詳細に求める際に は、無限媒質や燃料セルなどの簡単な形状を 仮定し、空間分布を詳細に求める際にはエネ ルギー分布を簡略化して(多群近似で)取り扱 う」という戦略をとっている。この戦略は、既 存の原子炉に対しては驚くほど成功を収めて きたが、未だに完全な解決法は見つかってい ないと言ってもよいだろう。革新型の原子炉な ど、従来にないタイプの原子炉については、上 記の点について十分な検討が必要であり、今 後の研究課題の一つであるとも言える。

断面積のエネルギー依存性が極めて単純な形で与えられなければならない。しかし ながら第2章で述べたように、散乱断面積を含め、断面積は中性子のエネルギーに 対して複雑な挙動を示す。従って、残念ながら一般的なケースについて、(4.84)式を 解析的に解くことは困難である<sup>(注4.14)</sup>。

そこで、原子炉の解析においては、中性子のエネルギーをいくつかのグループに分ける**多群近似** (multigroup approximation) を用いることが一般的である。すなわち、 (4.82) 式を代表的なエネルギーグループ (エネルギー群) に分けて取り扱うことで エネルギー依存性を考慮する。

ただし、単純にグループ分けを行うことで断面積のエネルギー依存性を扱おうと すると、精度良い計算のためには、原子炉内における中性子のエネルギー範囲(約 20MeV~10<sup>-5</sup>eV)を数万のエネルギー群に分割する必要がある。このような計算は 計算時間の観点から困難である。実際、軽水炉の炉心解析では、エネルギー群とし て2~3群程度が使用されている。

多群近似では、このような大胆な近似(中性子のエネルギー範囲を2~3群に分割) を可能にするために、以下のように断面積の平均操作が行われる。

(4.82) 式の両辺をエネルギーg群 ( $E_g \leq E \leq E_{g-1}$ )の間で積分する。

$$-\int_{E_g}^{E_g-1} \nabla \cdot D(\mathbf{r}, E) \nabla \phi(\mathbf{r}, E) dE + \int_{E_g}^{E_g-1} \Sigma_t(\mathbf{r}, E) \phi(\mathbf{r}, E) dE$$

$$= \int_{E_g}^{E_g-1} \int_0^\infty \Sigma_s(\mathbf{r}, E' \Rightarrow E) \phi(\mathbf{r}, E') dE' dE + \int_{E_g}^{E_g-1} S(\mathbf{r}, E) dE$$
(4.85)

(4.85) 式は、g群の中性子束を

$$\phi_g(\mathbf{r}) = \int_{E_g}^{E_{g^{-1}}} \phi(\mathbf{r}, E) dE \qquad (4.86)$$

とすると、以下のように書くことができる。

$$-\nabla \cdot D_g(\mathbf{r}) \nabla \phi_g(\mathbf{r}) + \Sigma_{t,g}(\mathbf{r}) \phi_g(\mathbf{r}) = \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \to g}(\mathbf{r}) \phi_{g'}(\mathbf{r}) + S_g(\mathbf{r}) \quad \dots \quad (4.87)$$

ここで、

$$\Sigma_{t,g}(\mathbf{r}) = \left( \int_{E_g}^{E_{g-1}} \Sigma_t(\mathbf{r}, E) \phi(\mathbf{r}, E) dE \right) / \phi_g(\mathbf{r}) \qquad (4.88)$$

$$\Sigma_{\mathbf{S},g' \to g}(\mathbf{r}) = \left(\int_{E_g}^{E_{g'-1}} \int_{E_{g'}}^{E_{g'-1}} \Sigma_{\mathbf{s},0}(\mathbf{r}, E' \to E) \phi(\mathbf{r}, E') dE' dE\right) / \phi_{g'}(\mathbf{r}) \quad \dots \dots \dots \quad (4.89)$$

$$S_g(\mathbf{r}) = \int_{E_g}^{E_{g-1}} S(\mathbf{r}, E) dE \cdots (4.90)$$

$$D_g(\mathbf{r}) = \left(\int_{E_g}^{E_{g^{-1}}} D(\mathbf{r}, E) \nabla \phi(\mathbf{r}, E) dE\right) / \left(\nabla \phi_g(\mathbf{r})\right) \quad \dots \qquad (4.91)$$

である。たとえば (4.86) 式と (4.88) 式より、

$$\Sigma_{t,g}(\mathbf{r})\phi_g(\mathbf{r}) = \left( \left( \int_{E_g}^{E_{g^{-1}}} \Sigma_t(\mathbf{r}, E)\phi(\mathbf{r}, E) dE \right) / \phi_g(\mathbf{r}) \right) \phi_g(\mathbf{r}) = \int_{E_g}^{E_{g^{-1}}} dE \Sigma_t(\mathbf{r}, E)\phi(\mathbf{r}, E)$$
(4.92)

となる。他の項についても同様に考えられることから、(4.88) ~ (4.91) 式で与えられる 多群断面積を用いることにより、(4.87) 式と(4.85) 式は等価なものになることが分かる。

(4.87) 式は多群拡散方程式と呼ばれ、さらに核分裂を考慮したものが原子炉の 炉心解析に用いられる。炉心解析では、(4.88) ~ (4.91) 式に現れる多群断面積を 入力値と考え、(4.87) 式を解くこととなる<sup>(注4.15、16)</sup>。

# 4.5 数值解法

原子炉の炉心解析においては、多群拡散方程式を解く必要があるため、4.3節で述べた解析解を直接用いることは困難であり、数値解法に頼らざるを得ない。実際、実機原子炉の設計においては、数値解法を繰り返し用いることで炉心の核設計を行っている。

多群拡散方程式を数値的に解くためには、計算体系を小さな領域(メッシュ)に分割し、空間に関する微分項を差分に置き換える方法が一般的である。商業用軽水炉の様に大型の体系内の中性子束分布を効率よく求めるためには、様々な数値計算モデル、アルゴリズムを用いる必要がある。これらの詳細については、本教科書の範囲を遙かに超えるため、詳細については述べないが、原子炉物理学の中心的な研究分野の一つになっている。<sup>(注4.17)</sup>

# 4.6 まとめ

4章では連続の式からFickの法則の助けを借りて中性子の拡散方程式を導出した。また、体系境界における境界条件について議論し、平板などいくつかの体系について実際に解析解を求めた。これにより、中性子源が与えられた場合、単純な体系における中性子拡散方程式の解析解を求めることが可能になった。さらに、中性子のエネルギー依存性を考慮するための多群近似について議論を行った。

実は、4章で扱った拡散方程式は、原子炉の解析、という観点から見ると、一つ大きな点が抜けている。繰り返し述べてきたことではあるが、4章の拡散方程式は、全て固定中性子源を仮定したものであった。そこで5章では、原子炉の解析に適用できるよう、拡散方程式を核分裂による中性子源を含む形に拡張する。

注4.17:たとえば、大型の加圧水型軽水炉を 考える。炉心内には燃料棒が5万本以上ある ため、これらの燃料棒一本ごとに空間メッシ ユを割りあてるとすると、原子炉の一つの水 平断面を取り扱うだけでメッシュ点が5万点 以上必要になる。実際は、反射体まで含める と、7万点弱のメッシュ点が必要となる。さら に、三次元的な解析を行うため、原子炉の軸 方向に30点のメッシュをとると仮定すると、7万 ×30=210万点のメッシュ点が必要となる。す なわち、210万のメッシュ点における中性子束 に対する連立方程式を解く必要が生じる。こ のような計算は、現代の計算機を用いれば実 行可能ではある。しかし原子炉の炉心解析は 拡散方程式を一回解けばよい、というもので はなく、限られた時間内に計算条件を変えな がら数百回~数千回も拡散方程式を解く必要 がある。また、炉心解析を高速に行えるほど、 様々な炉心の設計案を検討できるため、安全 性・経済性に優れた炉心を設計することが可 能となる。従って、多群拡散(輸送)方程式をい かに精度良く、効率的に解くかは原子炉物理 にとって永遠の課題であり、現在もなお、精 力的に研究が進められている。

### 《演習問題》

- [1] 〈例題4.5〉で扱った体系について、次の問いに答えよ。
- ①例題4.5の体系における中性子流の空間分布を計算せよ。
- ②右側境界において、単位面積(1m<sup>2</sup>)、単位時間(1s)あたりに体系から漏えいする 中性子の数を求めよ。
- ③発生した中性子が体系から漏えいする確率を求めよ。
- ④体系内で発生した中性子数が、体系から漏えいする中性子の数と体系内で吸収 される中性子の数の和に等しいことを証明せよ。
- [2] 無限均質体系中に、点状の等方中性子源が2つあり、a[m]だけ離れている。中 性子源の強度をS[1/s]、媒質の拡散係数をD[m]、巨視的吸収断面積をΣ<sub>a</sub>[1/m] とするとき、二つの中性子源の中点における中性子束と中性子流を求めよ。
- [3] 無限均質体系中に、点状の等方中性子源が4つあり、一辺a[m]からなる正方形 をなしている。中性子源の強度をS[1/s]、媒質の拡散係数をD[m]、巨視的吸収 断面積をΣ<sub>a</sub>[1/m]とするとき、①正方形の一辺の中点における中性子束と中性子 流、②正方形の重心における中性子束と中性子流を求めよ。
- [4] 4.3.3節の(3)で扱った半無限体系において、単位時間当たりに入射する中性子の数と、体系内で吸収される中性子の数が一致することを示せ。
- [5] 無限均質体系中に強度S[m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>]の無限の広がりを持つ面中性子源がある。中 性子は面中性子源に対して垂直方向に放出される。体系の拡散係数をD[m]、巨 視的吸収断面積をΣ<sub>a</sub>[1/m]とする。
- ①体系内の中性子束分布および中性子流分布を求めよ。
- ②単位時間内に体系内で発生する中性子数が体系内で吸収される中性子数に等 しいことを示せ。
- [6] 厚さ2aの平板体系の中心に強度S[m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>]の面中性子源がある。中性子は面中 性子源に対して垂直方向に放出される。平板体系の拡散係数をD[m]、巨視的 吸収断面積をΣ<sub>a</sub>[1/m]とする。体系の端においては真空境界条件を仮定する。
- ①平板内の中性子束分布および中性子流分布を求めよ。なお、真空境界条件としては、(4.23)式を用いよ。
- ②単位時間内に体系内で発生する中性子数が、体系から漏えいする中性子数と体 系内で吸収される中性子数に等しいことを示せ。
- [7] 中性子源が既知の場合におけるエネルギー2群の拡散方程式を考える。
- ①2群の拡散方程式を書き下せ。なお、巨視的断面積などの記号については、 (4.87)式に準ずること。
- ②無限均質体系を考えたとき、各群の中性子束の値を求めよ。
- ③厚さ2aの平板体系を考える。零中性子束境界条件を仮定するとき、各群の中性 子束分布を求めよ。ただし、
  - ・平板内は均質(巨視的断面積や中性子源強度は平板内で一様)
  - ・中性子源は1群のみに存在する。
  - ・2群から1群への上方散乱は考慮しない
  - ものとする。

# 第5章

# 原子炉の臨界

1.はじめに

- 2. 中性子源が既知の場合と未知(核分裂中性子源)の場合の比較
- 3.核分裂中性子源を含む拡散方程式
- 4.実効増倍率の計算とバックリング
- 5. 中性子束の規格化
- 6. 原子炉の臨界方程式
- 7.2群拡散方程式と四因子公式・六因子公式
- 8.臨界方程式の応用
- 9. 原子炉の実効増倍率と反射体

10.まとめ

〔この章のポイント〕

原子炉内では、中性子は核分裂から生まれる。核分裂の量は中性子 束によって決まるが、この中性子束は未知数である。つまり、原子炉の 解析においては、中性子源は未知数として扱わねばならない。第4章で は、中性子源が与えられた状態で拡散方程式を解いたが、第4章の知 識のみでは核分裂中性子を含む状態を直接取り扱うことはできない。 これを解決するため、[中性子の発生/中性子の消滅]で定義される実 効増倍率というパラメータを新たに導入する。実効増倍率は、原子炉か らの中性子の漏れの量と関係するが、この中性子の漏れの量を取り扱 うために、バックリングというパラメータも新たに導入する。バックリング を用いることで、原子炉を臨界にするための条件を表す臨界方程式を 導くことができる。また、原子炉内における中性子のバランスを物理的 に分かりやすく説明する四因子公式・六因子公式についても学ぶ。

# 第5章 原子炉の臨界

### 5.1 はじめに

第4章では、拡散方程式を解析的に解くことにより、体系内の中性子束分布を計 算する方法を学んだ。しかし、第4章では空間分布や強度が既知の中性子源が体系 に存在する場合のみを対象としていた。

言うまでもなく、実際の原子炉においては、中性子は核分裂により発生する。すな わち、運転中の原子炉内における中性子源は、主として核分裂によるものである。そ して、核分裂は中性子により引き起こされる。拡散方程式を解いて求めようとしてい るものが中性子束であることを考えると、原子炉の解析では、中性子源は既知ではな く、未知として取り扱わなければならないことが分かる。本章では、核分裂中性子源 を含めて拡散方程式を解く方法について議論する。

ちょっと考えると、第4章で述べた中性子源が既知の場合と、核分裂中性子源を取り扱う場合には大きな違いはないように思えるかもしれない。しかし、この2つは、全く異なったタイプの問題であることに注意を払っておく必要がある。本教科書において、わざわざ章を分けて取り扱っているのはこのためである。

以下では、まず、第4章で学んだ知識を用いて核分裂中性子源の取り扱いを試み る。そして、第4章の知識のみではなぜうまく取り扱えないかについて考察したのち、 核分裂中性子源を取り扱う理論的枠組みについて議論する。

# 5.2 中性子源が既知の場合と未知 (核分裂中性子源) の場合の比較

以下では、2つの簡単な例を通じて、第4章で取り扱った中性子源問題(中性子源 の位置や強度が既知)と本章で取り扱う核分裂中性子源問題(中性子源の位置や強 度が中性子束に依存するため未知)の違いについて考察する。

#### 5.2.1 無限均質体系の例

始めに、もっとも単純なケースとして無限に大きく、均質な炉心を持つ原子炉を考える。巨視的吸収断面積を $\Sigma_a$  [1/m]、巨視的核分裂断面積を $\Sigma_f$  [1/m]、1回あたりの核分裂で放出される平均中性子数をvとする。この場合、中性子束は空間に依存しないため、(4.16)式は以下のように与えられる。

 $\Sigma_a \phi = S \quad \dots \qquad (5.1)$ 

核分裂から発生する中性子は、以下の形で与えられる。

 $\nu \Sigma_f \phi$  ..... (5.2)

原子炉内では、核分裂以外にも、起動用の中性子源や(y,n)反応などで発生する 中性子が存在するが、原子炉が極めて低い出力でない限り、これらの影響は無視す ることができる。そこで、中性子源としては、核分裂によるもののみを考える。この場 合、(5.1)式は以下のようになる。

$\Sigma_a \phi = \nu \Sigma_f \phi \cdots$	(5.3)
(5.3) 式を変形すると、	
$(\Sigma_a - \nu \Sigma_f) \phi = 0$	(5.4)
(5.4) 式を満足するためには、	
φ=0	(5.5)
もしくは、	
$\Sigma_a = \nu \Sigma_f$	(5.6)

でなければならないことが分かる。(5.5)式はいわゆる「意味のない」解であり、中性 子束として零でない値を求める場合は、(5.6)式の条件を満たす必要がある。言い換 えると、(5.6)式の条件を満たす場合のみ、中性子束は零でない値をとり得る。ただ し、この場合でも、中性子束の値は任意である(一意には決まらない)。 一般に原子炉の設計とは、原子炉内の物質配置などを決める作業である。すなわち、巨視的吸収断面積や巨視的核分裂断面積などは、設計者が決めることができる パラメータのはずである。にもかかわらず、上記の議論では、(5.6)式のような条件を 満足することを求められている。これは達成可能なのだろうか?

# 5.2.2 一次元平板体系の例

図5.1に示す一次元平板状の原子炉を考える。拡散係数をD[m]、巨視的吸収断面積を $\Sigma_a[1/m]$ 、巨視的核分裂断面積を $\Sigma_f[1/m]$ 、一回あたりの核分裂で放出される平均中性子数をvとする。一次元平板体系なので、拡散方程式は、以下の形で与えられる。

$$-D\frac{d^2\phi}{dx^2} + \Sigma_a \phi = \nu \Sigma_f \phi \qquad (5.7)$$

ここで、拡散係数Dは空間依存性がない、つまり一定値であると仮定した。境界条件は、原子炉の表面(体系端)で中性子束が零とする。

(5.7) 式を以下のように変形する。

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + B^2\phi = 0 \tag{5.8}$$

ここで、

$$B^{2} = \frac{1}{D} \left( \nu \Sigma_{f} - \Sigma_{a} \right) \dots \tag{5.9}$$

である。(5.8)式の一般解は以下のように与えられる。

 $\phi(x) = c_1 \cos(Bx) + c_2 \sin(Bx)$  .....(5.10)

原子炉はx=0に対して対称であるため、c2=0であり、(5.10)式は、

 $\phi(x) = c_1 \cos(Bx)$  (5.11)

となる。また、境界条件は、

$\phi(-\frac{a}{2}) =$	$=\phi(\frac{a}{2})=0$		(5.12)
------------------------	------------------------	--	--------

であることから、

$$c_1 \cos(-\frac{Ba}{2}) = c_1 \cos(\frac{Ba}{2}) = 0$$
 ..... (5.13)

つまり、

 $B = \frac{\pi}{a} \tag{5.14}$ 

となる。(注5.1)

さて、Bは、(5.9)式で定義されていたことを思い出そう。(5.9)式の右辺は拡散係数、巨 視的核分裂断面積、巨視的吸収断面積などで定義されており、原子炉の組成や温度に 対して一意に与えられる。つまり、入力値である。一方、(5.14)式の右辺は原子炉の寸法が 与えられれば、これまた一意に決まる形となっている。一般に原子炉の設計とは、原子炉 の組成や寸法を決める作業のはずである。とすると、(5.9)式と(5.14)式は、一般には整 合しないこととなる。言い換えると、解がないことになる。何が悪かったのだろうか?

# 5.3 核分裂中性子源を含む拡散方程式

実は、拡散方程式に単純に核分裂中性子源を導入することはできず、(5.15)式は 一般的には成り立たない。

 $-D\nabla^2 \phi + \Sigma_a \phi = \nu \Sigma_f \phi \qquad (5.15)$ 



図5.1 平板状原子炉の体系

注5.1: 厳密に言うと、 $B = n \frac{\pi}{a}$ 、nは任意の奇数であるが、ここでの議論に直接関連しないので、 $B = \frac{\pi}{a}$ のみに着目している。

(5.15) 式が成り立つのは、中性子の漏れ、吸収と核分裂による中性子の発生が厳密に等しいときだけである。すなわち、「原子炉が完全に臨界状態」という特殊な場合についてのみ、成り立つこととなる。逆に言うと、「臨界状態」から少しでもはずれた状態の原子炉について、(5.15) 式を直接適用することはできない。これは、(4.16) 式あるいは (4.17) 式が定常状態を仮定していることによる。直感的に明らかなように、臨界状態でない原子炉内 (中性子源はないものとする) においては、中性子束は定常とはならず、時間とともに変化 (増加もしくは減少) する。このため、本来は時間依存の拡散方程式を適用する必要がある。時間依存の拡散方程式は、(4.11) 式および(4.14) 式より、以下のように書くことができる。

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{v} \frac{\partial (vn)}{\partial t} = \frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} = D\nabla^2 \phi - \Sigma_a \phi + v \Sigma_f \phi$$
(5.16)

第4章で学んだように、(5.16)式の右辺は中性子の数のバランスを考慮するもので あることから、中性子の数のバランスが取れていない場合、中性子数が時間的に変 化することを示す。したがって、(5.16)式の左辺は、中性子数の時間変化を表すもの となっている。

第7章で議論するように、時間依存の拡散方程式を解くことは、特に空間依存性 を考慮する場合にはかなりの手間を要する。そこで、通常の原子炉の解析では、時間 依存の拡散方程式を直接解かなくてもすむように、新たな定数kを導入し、核分裂中 性子源を1/k倍する。<sup>(注5.2)</sup>

$$-D\nabla^2 \phi + \Sigma_a \phi = \frac{1}{k} \nu \Sigma_f \phi \qquad (5.17)$$

(5.17)式において、kの値を適切に決めれば、どのような原子炉の組成(巨視的断面積)および寸法に対しても常に等式が成り立つようにできる。実際の炉心解析においては、(5.17)式が成り立つようにkの値を決めることとなる。このkの値は以下のように振る舞う。

•	核分裂中性子源が吸収	・漏れより少ないとき	 :k<1

つまりkの値は、原子炉の状態と密接に関連することがわかる。では、定数kの物理 的意味をもう少し考察してみよう。

(5.17) 式を変形すると、以下の式を得る。

$$k = \frac{\nu \Sigma_f \phi}{\Sigma_a \phi - D \nabla^2 \phi} \quad \dots \tag{5.18}$$

(5.18) 式の分子は発生中性子数、分母は吸収中性子数+漏洩中性子数である。すなわち、kは、原子炉内で中性子がどの程度増倍するかを示すパラメータの一つであり、実効増倍率(effective multiplication factor)と呼ばれる。実効増倍率は原子炉物理において最も重要なパラメータの一つである。

ちなみに、中性子の漏れが存在しない体系では、D∇<sup>2</sup>φ=0であり、実効増倍率は 以下のようになる。

$$k_{\infty} = \frac{\nu \Sigma_f \phi}{\Sigma_a \phi} = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a}$$
(5.19)

3.9節でも述べたように、 $k_{\infty}$ は無限増倍率 (infinite multiplication factor)と呼ばれている。 (注5.3)

# 〈例題5.1〉 無限増倍率の計算

均質で無限に大きい原子炉を考える。この原子炉の炉心は、 $^{235}$ U、 $^{1}$ H、 $^{16}$ Oからなる溶液であると仮定する。 $^{235}$ U、 $^{1}$ Hの微視的吸収断面積をそれぞれ1000 (barn)、

注5.2:ここでは簡単に書いたが、実際の原 子炉において、「核分裂中性子源を1/k倍す る」ような便利な操作は不可能である。つまり、 (5.17)式は、ある種の「便法」を用いた結果 得られる式であり、k=1でない原子炉に対して は、「仮想的」もしくは「正確でない」といえる。 ただし、一般の原子炉の設計では、臨界に近 い状態を扱うため、大きな問題にはならない。 なお、使用済み燃料を貯蔵するプールの臨界 解析や、未臨界状態の原子炉に外部から陽 子を打ち込み、発生した中性子で運転を行う 「加速器駆動未臨界炉」など、臨界からの距 たりが大きい特殊な体系の場合、(5.17)式自 体の精度が問題になることもあることに注意 する必要がある。

注5.3:一般に、漏れを考慮した増倍率は実 効増倍率、漏れを考慮しない増倍率は無限 増倍率と呼ばれる。従って、無限増倍率と実 効増倍率の差異により、炉心からの中性子の 漏れ量を見積もることができる。 0.1 (barn)、微視的核分裂断面積を500 (barn)、0 (barn)とする。なお、<sup>16</sup>Oの吸収は簡単のために無視する。また、<sup>235</sup>U、<sup>1</sup>Hの原子数密度をそれぞれ5×10<sup>+25</sup>[1/m<sup>3</sup>]、6×10<sup>+28</sup>[1/m<sup>3</sup>]とする。

この原子炉の炉心の巨視的吸収断面積、巨視的核分裂断面積を求めよ。また、求めた巨視的断面積を使用して無限増倍率を計算せよ。ただし、<sup>235</sup>Uの核分裂あたりの中性子放出数vを2.5とする。

### 〈解答5.1〉

巨視的吸収断面積 $\Sigma_a$ および巨視的核分裂断面積 $\Sigma_f$ は<sup>235</sup>Uおよび<sup>1</sup>Hの微視的断面 積および原子数密度から以下のように求められる。

 $\Sigma_a = 1000 \times 10^{-28} \times 5 \times 10^{25} + 0.1 \times 10^{-28} \times 6 \times 10^{28} = 5.6[1/m]$ 

 $\Sigma_{f}=500 \times 10^{-28} \times 5 \times 10^{25}=2.5[1/m]$ 無限増倍率は (5.19) 式により、

$$k_{\infty} = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a} = \frac{2.5 \times 2.5}{5.6} \approx 1.116$$

# 5.4 実効増倍率の計算とバックリング

前節では、核分裂中性子源を含む拡散方程式に新たなパラメータkを導入し、その 物理的意味を考察した。本節では、パラメータk、すなわち実効増倍率の計算をいく つかの単純な体系について行うこととする。

まず、解くべき拡散方程式は

 $-D\nabla^2 \phi + \Sigma_a \phi = \frac{1}{k} \nu \Sigma_f \phi \tag{5.20}$ 

(5.20) 式は以下のように簡略化することができる。

 $\nabla^2 \phi + B^2 \phi = 0$  (5.21)

ここで、

$$B^{2} = \frac{1}{D} \left( \frac{1}{k} \nu \Sigma_{f} - \Sigma_{a} \right) \quad \dots \tag{5.22}$$

原子炉内の中性子束分布は (5.21) 式を満足することから、(5.21) 式を原子炉方 程式 (reactor equation) と呼ぶ。(5.22) 式をkについて解くと、

$$k = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + DB^2}.$$
 (5.23)

(5.23) 式において、 $v\Sigma_f$ 、 $\Sigma_a$ 、Dは一般的に原子炉の組成によって一意に決まる(入力)値である。そこで、実効増倍率kを求めるためには、何らかの方法を用いて $B^2$ を計算する必要がある。そこで、(5.21)式に注目する。すなわち、 $B^2$ が(5.21)式を満足する必要があることを利用するのである。以下では、具体的にいくつかの体系で $B^2$ を計算した後、求めた $B^2$ から実効増倍率を計算する方法について検討する。

## 5.4.1 平板体系

まず、図5.1に示す厚さaの平板体系から考察する。これは、5.2節の考察ではうまく 取り扱えなかった例である。この体系における原子炉方程式、つまり(5.21)式は

 $\frac{d^2\phi}{dx^2} + B^2\phi = 0 \qquad (5.24)$ 

(5.24) 式の一般解は

 $\phi(x) = c_1 \cos(Bx) + c_2 \sin(Bx) \cdots (5.25)$ 

中性子束はx=0に関して対称であるため、

 $\phi(x) = c_1 \cos(Bx) \cdots (5.26)$ 

境界条件は、

$$\phi(-\frac{a}{2}) = \phi(\frac{a}{2}) = 0$$
 (5.27)

(5.26) 式を適用すると、

$$c_1 \cos(-\frac{Ba}{2}) = c_1 \cos(\frac{Ba}{2}) = 0$$
 (5.28)

これより、

$$B = B_n = \frac{n\pi}{a} \tag{5.29}$$

ここで、nは任意の奇数である。ここで $B_n$ を固有値 (eigenvalue)、 $\cos(B_nx)$ を固有 関数 (eigenfunction) と呼ぶ。(5.29) 式は、(5.20) 式を満足する解 (中性子束およ び実効増倍率) が数学的には無数に存在することを示している。しかし、後述の理由 により、臨界状態の原子炉においては、これらのうち、ただ一つの解 (n=1) のみを対 象とすればよい。これより、実効増倍率kは、

$$k = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + D\left(\frac{\pi}{a}\right)^2} \quad \dots \tag{5.30}$$

中性子束分布は

$$\phi(x) = c_1 \cos(\frac{\pi}{a} x) \quad (5.31)$$

となる。原子炉の厚さaが大きくなると、(5.30)式の値は無限増倍率を与える(5.19) 式に近づく。これは、原子炉が大きいほど表面からの漏れ量が少なくなるため妥当 な結果であるといえる。

さて、(5.29)式で得られた固有値 $B_n$ と固有関数 $\cos(B_n x)$ について、物理的な考察 を加えてみよう。

(5.29) 式を(5.26) 式に代入して得られる中性子束(固有関数)の一部を図5.2に 示す。

 $B_1$ に対する中性子束分布を基本モード (fundamental mode)、それ以外の $B_3$ ,  $B_5$  …に対する中性子束分布を高次モード (higher mode) と呼んでいる。この概念は、

弦の振動を考えるとイメージしやすい。つまり、図5.2の固有関数を弦の振動と考えるのである。この場合、B<sub>n</sub>は弦の振動数に対応したものとなる。

では、弦を振動させることを考えよう。弦のある場所をつまみ、引いて放す。これに より弦は振動する。弦の振動は様々な形があるが、しばらく放置しておくと、どうなる だろうか?もっとも周波数の低い基本モードが最後まで残り、高調波の高次モードは



図5.2 平板体系の中性子束分布(固有関数)

速く減衰するだろう、ということは直感的に想像できると思う。中性子束の場合も同 じである。定常状態にある原子炉においては、減衰しやすい高次モードは存在せず、 基本モードのみが残っている。

また、上記の議論は、以下のようにも解釈できる。基本モードおよび高次モードの 中性子束に対する「実効増倍率」は、

$$k_n = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + D \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2} \quad \dots \tag{5.32}$$

である。n=1,3,5…であることを考えると、

$$k = k_1 > k_3 > k_5 \cdots$$
 (5.33)

である。ここである原子炉を考える。仮に、この原子炉においては、高次モード(たと えばn=3) が定常状態になっていると仮定する。基本モードの実効増倍率 k<sub>1</sub> は高次 モードの実効増倍率 k<sub>3</sub> より大きいため、基本モードの中性子束は定常状態にならな い。すなわち、原子炉は臨界を越えるため、定常状態にならない。

以上のことから、臨界状態の原子炉は、実効増倍率が最も大きい基本モードが定 常状態になっていることは明らかである。高次モードの「実効増倍率」は基本モード より小さいため未臨界となり、高次モードは時間とともに減衰する。

以上のことから、(5.20) 式を満足する解は無数にあるが、定常状態で物理的に意味のある解は一つ(基本モード)のみであることが明らかになった。そこで、以下では基本モードのみに焦点を絞って話を進めることとする<sup>(注5.4)</sup>。

さて、話を原子炉の中性子束分布に戻そう。弦のアナロジーを用いた考察により、 定常状態の原子炉内には中性子束の基本モードのみが存在することが明らかになっ た。結局のところ、中性子束の形は巨視的断面積によらず、(5.31)式で与えられ、原 子炉の形状のみで決まっていることがわかる。これが核分裂中性子源を考慮した臨 界問題の特徴である。

ちなみに、中性子源が一定の場合の中性子束は(4.42)式を用いると、以下のよう な形で与えられる。(平板の厚さがaの場合)

$$\phi(x) = \frac{L^2 S}{D} \left( 1 - \frac{e^{x/L} + e^{-x/L}}{e^{a/2L} + e^{-a/2L}} \right)$$
(5.34)

(5.34)式は、原子炉の形状のみならず、巨視的断面積に依存した形になっており、 (5.31)式とは全く異なっていることがわかる。

さて、(5.29)で定義されるBについてもう少し物理的な意味を議論しておこう。 (5.24)式(原子炉方程式)を変形すると、

 $B^2 = -\frac{1}{\phi} \frac{d^2\phi}{dx^2} \tag{5.35}$ 

(5.35) 式より、 $B^2$ は、中性子束分布の二次微分に比例して大きくなることがわかる。すなわち、 $B^2$ は、原子炉内の中性子束分布がどれだけ「湾曲 (buckle)」しているかを示す指標となる。これより、 $B^2$ は、バックリング (buckling)と呼ばれる。単位は  $[1/m^2]$ である。たとえば平板原子炉の基本モードの場合、

 $B_1^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2$  ..... (5.36)

となる。バックリングは、抽象的な概念ではあるが<sup>(注5.5)</sup>、中性子の漏れ量と密接に 関連した量であることから、実機の炉心解析においてもしばしば現れる重要な量で ある。ここで、バックリングと中性子の漏れ量の関係を明らかにしておく。

(5.21)式の両辺に拡散係数Dを乗じると、以下の形に変形することができる。

 $-D\nabla^2 \phi = DB^2 \phi \quad \dots \tag{5.37}$ 

注5.4:なお、高次モードは全く意味がない、 ということでない点を強調しておきたい。ここ では、中性子源が存在せず、なおかつ定常の 問題を扱っている。このような場合、基本モー ドのみが重要である。しかし、中性子源が存 在したり、非定常であったりする問題に対して は、高次モードが実際に炉心の中に現れ、炉 心の振る舞いに対して極めて重要な役割を果 たす。たとえば、BWRにおいては、炉心内を 流れる冷却材の熱水力的な挙動と炉心の核 的な挙動が互いに影響を及ぼしあう(フィー ドバック効果、第8章)。一般にこのフィード バック効果はBWRの炉心を安定な状態に導 き、外乱が与えられた際の炉心の固有の安全 性における重要なメカニズムになる。しかし、 炉心内の燃料の設計、燃料の配置方法、冷却 材の流量によってはこのフィードバック効果が 炉心をむしろ不安定にする場合がある。この 不安定性の評価には非定常の効果を取り込 む必要があり、この際に高次モードの解析が 重要となる。

注5.5:(5.22) 式で表されるB<sup>2</sup>は巨視的断 面積など(原子炉内の)材料で決まる。一方、 (5.36) 式で表されるB<sup>2</sup>は炉心の幾何形状か ら決まる。このことから、(5.22)式で与えられ るB<sup>2</sup>を材料パックリング、(5.36) 式の様に幾 何形状で表されるB<sup>2</sup>を幾何パックリングと呼 ぶことがある。しかし、「材料パックリング」 は概念的に抽象度が高いこと、また現在の炉 心設計では用いられていないことから、本教 科書では「幾何パックリング」を念頭に置い た説明になっている。 (5.37)式の左辺は中性子の漏れ量を表しているため、体系からの中性子の漏れ 量は、拡散係数DとバックリングB<sup>2</sup>および中性子束¢にそれぞれ比例することがわか る。(5.37)式は、たとえばBWR炉心解析で幅広く用いられている修正一群の拡散 方程式を導く場合、PWR炉心解析で二次元計算を行う場合の軸方向への漏れ量の 評価、など様々な場面で活用されている。

以上の議論により、原子炉内の中性子束分布の形状および炉心の実効増倍率を 計算することができた。しかし、(5.31)式に示すように、中性子束分布に関して未定 定数がまだ残っている状態である。この未定定数の取り扱いについては、5.5節で述 べる。

### 5.4.2 無限円柱体系

5.4.1節では、平板体系における中性子束・実効増倍率およびバックリング (B<sup>2</sup>) を 計算した。ここでは、半径Rの無限円柱体系においてこれらの値を計算する。なお、 体系の境界で中性子束を零とする境界条件を用いる。

無限円柱体系における原子炉方程式は以下の通りである。

 $\nabla^2 \phi + B^2 \phi = 0 \tag{5.38}$ 

ここで、無限円柱体系においては、第4章の注4.8より、

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{d}{dr} \qquad (5.39)$$

であるため、

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}r\frac{d\phi}{dr} + B^2\phi = 0 \qquad (5.40)$$

となる。(5.40) 式の一般解は

 $\phi(r) = c_1 J_0(Br) + c_2 Y_0(Br)$  .....(5.41)

である。ここで、J<sub>0</sub>、Y<sub>0</sub>はそれぞれ第一種、第二種のベッセル関数(Apendix 哑参照) である。Y<sub>0</sub>(0)は-∞であることから、中性子束は有限の値を取るという条件に相反す ることとなり、解として不適切である。従って、c<sub>2</sub>=0となり、結局(5.41)式は

$$\phi(r) = c_1 J_0(Br) \tag{5.42}$$

となる。境界条件を考慮すると、

 $\phi(R) = c_1 J_0(BR) = 0$  (5.43)

これより、





図5.3 第一種ベッセル関数の零点(Appendix Wi参照)

ここで、xnはベッセル関数の零点であり(5.45)式を満たす(図5.3)。

平板体系と同じように、(5.43)式を満たすバックリングBは数学的には無限に存在 するが、前述の議論の通り、基本モードのみを考慮すればよいため、

$$\phi(r) = c_1 J_0(B_1 r) \approx c_1 J_0(\frac{2.405}{R} r) \dots (5.46)$$

である。なお、ここで、x1=2.405と近似した。 また、炉心の実効増倍率は、(5.23)式より、

$$k = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + DB^2} = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + D\left(\frac{2.405}{R}\right)^2}$$
(5.47)

である。原子炉の半径Rが大きくなると、原子炉からの中性子の漏れ量が減少するため、(5.47)式の値は無限増倍率に近づく。これは、平板体系の場合と同じである。

### 5.4.3 有限円柱体系

次に、実際の原子炉に近い体系として、有限円柱体系(半径R、高さH)について考察する。なお、体系の境界で中性子束を零とする境界条件を用いる。この体系に対する原子炉方程式は、第4章の注4.8より、

$\nabla^2$	_ 1	9	9	$\partial^2$	(= 10)
v	- r	<u></u> <i>∂r</i>	dr	$+ \frac{1}{\partial z^2}$	 (5.48)

であることから、

$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial\phi}{\partial r} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} + B^2\phi = 0$	(5.49)
(5.49) 式の解を求めるために、解を (5.50) 式の形におく。	
$\phi(r,z)=\phi_r(r)\phi_z(z)$	(5.50)
(5.50) 式を (5.49) 式に代入し、若干変形すると	

 $\frac{1}{\phi_r} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \phi_r}{\partial r} + \frac{1}{\phi_z} \frac{\partial^2 \phi_z}{\partial z^2} = -B^2 \quad \dots \tag{5.51}$ 

(5.51) 式の左辺第一項はrのみの関数、第二項はzのみの関数である。ここで、 (5.51) 式の左辺第一項の値がrに依存すると仮定する。左辺第二項はzのみの関数、 右辺は定数であることを考えると、左辺第一項の値がrに依存する場合、(5.51) 式を 任意のrについて成り立たせることができない。すなわち、(5.51) 式の左辺第一項は 定数でなければならない。また、同様の考察により、第二項についても定数でなけれ ばならないことが分かる。以上のことから、(5.51) 式の左辺第一項および第二項は それぞれ定数であり、以下のようにrおよびz方向に分離することが可能となる。なお、  $B_r^2 + B_r^2 = B^2$ である。

 $\frac{1}{r}\frac{d}{dr}r\frac{d\phi_r}{dr} + B_r^2\phi_r = 0$ (5.52)

 $\frac{d^2\phi_z}{dz^2} + B_z^2\phi_z = 0$ (5.53)

ちなみに、式の形からわかるように、(5.52)式は無限円柱に対する原子炉方程式、 (5.53)式は無限平板に対する原子炉方程式と同一の形である。従って、 φ,は (5.46) 式、 φ<sub>z</sub>は (5.31)式で与えられる。これより、有限円柱形状の原子炉における中性子束 分布は、

$$\phi(r,z) = \phi_r(r)\phi_z(z) = c_1 J_0(\frac{2.405}{R}r)\cos(\frac{\pi}{H}z)$$
 (5.54)

$$B^{2} = B_{r}^{2} + B_{z}^{2} = \left(\frac{2.405}{R}\right)^{2} + \left(\frac{\pi}{H}\right)^{2}$$
(5.55)

となる。

(5.55)式は、径方向および軸方向のバックリングを足しあわせた形となっている。 言い換えると、径方向および軸方向の中性子の漏れは独立に計算することが可能で あり、足しあわせたものが原子炉全体からの中性子の漏れ量となる<sup>(注5.6)</sup>。

また、炉心の実効増倍率は、(5.23)式より、

$$k = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + D \left[ \left( \frac{2.405}{R} \right)^2 + \left( \frac{\pi}{H} \right)^2 \right]} \quad \dots \tag{5.56}$$

である。(5.56)式において、軸方向長さ(H)が非常に大きい場合には、(5.56)式は (5.47)式に一致する。

## 5.4.4 直方体体系

最後に、三次元体系を取り扱う。これまでと同様、体系の境界で中性子束を零とす る境界条件を用いる。直方体体系(寸法X,Y,Z)に対する原子炉方程式は、

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \dots \tag{5.57}$$

であることから、

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + B^2 \phi = 0 \qquad (5.58)$$

となる。(5.58) 式を解くために、有限円柱体系の場合と同様、解を(5.59) の形におく。

$$\phi(x,y,z) = \phi_x(x)\phi_y(y)\phi_z(z) \quad (5.59)$$

(5.59) 式を (5.58) 式に代入し、  $\phi_x(x)\phi_y(y)\phi_z(z)$ で割ると、

有限円柱体系と同じ議論により、(5.60)式の左辺の各項は、定数でなければならない。これより、

$$\frac{d^2\phi_x(x)}{dx^2} + B_x^2\phi_x(x) = 0 \quad ....$$
(5.61)

$$\frac{d^2\phi_y(y)}{dy^2} + B_y^2\phi_y(y) = 0 \quad ....$$
(5.62)

$$\frac{d^2\phi_z(z)}{dz^2} + B_z^2\phi_z(z) = 0$$
 (5.63)

(5.61) 式~(5.63) 式は一次元平板体系と同じ原子炉方程式である。従って、得られる中性子束は、

$$\phi(x,y,z) = \phi_x(x)\phi_y(y)\phi_z(z) = c_1\cos(\frac{\pi}{X}x)\cos(\frac{\pi}{Y}y)\cos(\frac{\pi}{Z}z) \quad \dots \quad (5.64)$$

であり、バックリングは、

注5.6:ここで述べた変数分離を適用できるの は、厳密には原子炉の端で中性子束零境界 条件を適用した場合のみである。このような 計算条件を適用できる原子炉は反射体がつ いていないものであることから、「裸の原子 炉」と呼ばれることもある。通常の原子炉に は反射体がついており、変数分離は厳密には 適用できないが、実用上、径方向と軸方向の 漏れを分離して取り扱っても問題ない。

となる。(5.64) 式、(5.65) 式は、平板体系における解を三方向に重ね合わせたもの となっている。原子炉の実効増倍率は、(5.23) 式より、

$$k = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + D \left[ \left( \frac{\pi}{X} \right)^2 + \left( \frac{\pi}{Y} \right)^2 + \left( \frac{\pi}{Z} \right)^2 \right]} \quad (5.66)$$

である。(5.66)式において、奥行きYおよび高さZが非常に大きい場合、一次元平板 体系の(5.30)式と一致する結果となる。

#### 

例題5.1で述べた原子炉が立方体形状であったとする。この原子炉がちょうど臨界 になるための一辺の大きさを求めよ。なお、拡散係数を0.05[m]、外挿距離を0とす る(原子炉表面で中性子束が0になるとする)。

〈解答5.2〉

(5.23) 式より

$$k = \frac{v\Sigma_f}{\Sigma_a + DB^2} = \frac{2.5 \times 2.5}{5.6 + 0.05 \times B^2} = 1.0$$

従って、この原子炉をちょうど臨界にするためのバックリングは

 $B^2 = 13[1/m^2]$ 

立方体の原子炉のバックリングは原子炉の一辺をXとすると、(5.65)式より、

$$B^2 = 3\left(\frac{\pi}{X}\right)^2$$

従って、一辺の大きさはX=1.51[m]となる。

なお、実際には、外挿距離は0ではないため、原子炉が臨界になる寸法は1.51[m] より小さくなる。

5.4.5 種々の体系における中性子束分布・バックリング・実効増倍率

いくつかの体系において炉心内の中性子束、バックリングおよび実効増倍率を求めてきた。これまでの結果を含め、代表的な体系における結果を表5.1にまとめる。なお、表中のc<sub>1</sub>は未定定数であり、その決定方法については5.5節に示す。

# 5.5 中性子束の規格化

5.4節では、種々の形状の均質な原子炉について、炉心内の中性子束分布や実効 増倍率などを求めた。5.4節の計算では、中性子束の相対的な形は決めることはで きるが、その大きさについては決めることができなかった。そのため、表5.1における 中性子束分布においても定数c<sub>1</sub>が含まれている。すなわち、(5.21)式を満足する解 は、大きさ(絶対値)に関係しないということを示している。やや奇妙に思われるか もしれないが、先ほどの弦のアナロジーで考えるとわかりやすい。弦は大きくも小さ くも振動させることができる。このとき、大きく振動させても、小さく振動させても、 相対的な弦の振動の形は変わらない。そして、その振幅に相当するものが定数c<sub>1</sub>に 対応する。

原子炉の場合、数学的には、どのような中性子束の大きさでも定常状態を作り出す ことができる。つまり、原理的にはどのような出力レベルにおいても、定常状態を作り 出せることとなる。もっとも、実際の原子炉においては、熱的な制限値があるため、あ まりにも高い出力にするわけにはいかないことは自明である。

炉心形状	寸法	バックリング	中性子束分布	実効増倍率
一次元平板	X	$\left(\frac{\pi}{X}\right)^2$	$c_1 \cos(\frac{\pi}{X}x)$	$\frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + D\left(\frac{\pi}{X}\right)^2}$
二次元長方形	Х, У	$\left(\frac{\pi}{X}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{Y}\right)^2$	$c_1 \cos(\frac{\pi}{X}x)\cos(\frac{\pi}{Y}y)$	$\frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + D\left[\left(\frac{\pi}{X}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{Y}\right)^2\right]}$
三次元直方体	X, Y, Z	$\left(\frac{\pi}{X}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{Z}\right)^2$	$c_1 \cos(\frac{\pi}{X}x)\cos(\frac{\pi}{Y}y)\cos(\frac{\pi}{Z}z)$	$\frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + D\left[\left(\frac{\pi}{X}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{Z}\right)^2\right]}$
無限円柱体系	R	$\left(\frac{2.405}{R}\right)^2$	$c_1 J_0(\frac{2.405}{R}r)$	$\frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + D\left(\frac{2.405}{R}\right)^2}$
有限円柱体系	R, H	$\left(\frac{2.405}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H}\right)^2$	$c_1 J_0(\frac{2.405}{R}r)\cos(\frac{\pi}{H}z)$	$\frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + D\left[\left(\frac{2.405}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H}\right)^2\right]}$
一次元球体系	R	$\left(\frac{\pi}{R}\right)^2$	$c_1 \frac{1}{r} \sin(\frac{\pi}{R}r)$	$\frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + D\left(\frac{\pi}{R}\right)^2}$

表5.1 種々の原子炉形状におけるバックリング、中性子束分布および実効増倍率

以上の議論から、中性子束分布に含まれる定数c<sub>1</sub>は、原子炉の出力によって決められることがわかる。より具体的に、たとえば三次元直方体形状(寸法:X,Y,Z)の均質な原子炉の場合、体系表面で零中性子束境界条件を適用し、原子炉の出力をPとすると、c<sub>1</sub>は以下の式によって決められる。

$$P = E_R \sum_{f} \int_{-Z/2}^{Z/2} \int_{-Y/2}^{Y/2} \int_{-X/2}^{X/2} c_1 \cos(\frac{\pi}{X}x) \cos(\frac{\pi}{Y}y) \cos(\frac{\pi}{Z}z) dx dy dz \quad \dots \tag{5.67}$$

ここで、

P: 原子炉の出力 [W] $E_R: 核分裂あたりの放出エネルギー量 [J/fission] <math>\Sigma_f:$  巨視的核分裂断面積 [1/m]

である。(5.67)式より、

$$c_1 = \frac{P\pi^3}{8E_R \Sigma_f XYZ}.$$
(5.68)

となり、結局、中性子束は

で与えられることとなる。

上記の手続きは実機の炉心解析においても行われる。炉心内の中性子束分布およ び実効増倍率については、拡散方程式を数値的に解いて求める。この段階で求めら れる中性子束分布は、炉心内の核分裂中性子源をある値(多くの場合は核分裂中性 子源を原子炉全体で体積積分した値が1になるよう)に規格化したものであり、絶対 値は実際の中性子束と全く異なっている。次に得られた中性子束の絶対値を実際の ものと一致させるため、原子炉の熱出力が入力値と一致するように中性子束を規格 化する。このようにして得られた中性子束を絶対中性子束と呼ぶ。実機の炉心解析 においては、解析で得られた中性子束に基づいて燃焼計算や発熱分布の計算を行う ため、絶対中性子束への規格化は非常に重要なステップである。

# 5.6 原子炉の臨界方程式

5.4節では、様々な形状の炉心についてバックリング (B<sup>2</sup>) を計算した。バックリングは 原子炉の形状によって決まる。従って、原子炉の形状 (バックリング) と組成 (巨視的断 面積) が決まれば、以下の (5.23) 式によって実効増倍率を計算することができる。

$$k = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + DB^2}$$

原子炉が臨界になるための条件はk=1、つまり、

$$1 = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + DB^2} \dots \tag{5.70}$$

である。(5.70)式は臨界方程式 (critical equation)と呼ばれ、原子炉が臨界になる ための条件を示している。(5.70)式から、原子炉を臨界に調整するためには、以下の 二つの方法があることがわかる。

- 組成(すなわち巨視的断面積)が決まっている(与えられている)場合、寸法 (バックリング)を調整する。
- (2) 寸法 (バックリング) が決まっている場合、組成(巨視的断面積)を調整する。

(5.70) 式の臨界方程式の物理的意味を少し考察してみよう。臨界方程式は、以下のように変形することができる。

$$\frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + DB^2} = \frac{\Sigma_a \cdot \nu \Sigma_f / \Sigma_a}{\Sigma_a + DB^2} = \frac{\Sigma_a}{\Sigma_a + DB^2} k_{\infty} = 1 \dots (5.71)$$

ここで、k<sub>∞</sub>は (5.19) 式で与えられる無限増倍率である。(5.71) 式に含まれる項の うち、(5.72) 式は、中性子が漏えいせずに炉心の中で吸収される確率を表している。

$\Sigma_a \sum \Sigma_a \phi$	
$\frac{1}{\Sigma_a + DB^2} = \frac{1}{\Sigma_a \phi + DB^2 \phi}$	()
_ 炉心内での吸収	 (5.72)

炉心内での吸収+炉外への漏えい

(5.72)式を考慮すると、(5.71)式の臨界方程式は、原子炉が臨界になるための条件が、

〔無限 (漏れがない) 体系での増倍率 (無限増倍率)〕

×〔中性子が漏れない確率(炉内で吸収される確率)〕=1 ……… (5.73)

であることを示している。すなわち、原子炉が臨界になるかどうかは、原子炉の組成に より決まる無限増倍率と、主として原子炉の形状で決まる中性子が漏れない確率が関 連しており、実効増倍率を大きくするためには、無限増倍率を大きくするか、中性子が漏 れない確率を大きくする必要があることが分かる。原子炉が臨界になるときの寸法を 臨界寸法(critical dimension)、燃料の質量を臨界質量(critical mass)という。

# 〈例題5.3〉 臨界寸法の計算

例題5.1で扱った原子炉が半径1.0[m]の円柱形状であるとする。この原子炉の実効増 倍率が1になる場合の高さを求めよ。なお、外挿距離は0、拡散係数は0.05[m]とする。

- 91 -

〈解答5.3〉

例題5.2より、この原子炉を臨界にするときのバックリングは B<sup>2</sup>=13[1/m<sup>2</sup>]

である。表5.1より、有限高さの円柱体系のバックリングは

$$B^2 = \left(\frac{2.405}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H}\right)^2$$

原子炉の半径がR=1.0[m]であるため、

*H*=1.17[m]

で臨界となる。

なお、実際には、外挿距離は0ではないため、原子炉が臨界になる炉心高さは 1.17[m]より小さくなる。

〈例題5.4〉中性子吸収材による臨界調整

例題5.3において、原子炉の高さにかかわらず、炉心の実効増倍率を1未満にするためには、<sup>10</sup>Bをどの程度加えればよいか。ただし、<sup>10</sup>Bの微視的吸収断面積を500(barn)とし、拡散係数は<sup>10</sup>Bの添加によって変化しないものとする。

〈解答5.4〉

原子炉の高さが無限であるときのバックリングは表5.1から

$$B^2 = \left(\frac{2.405}{R}\right)^2 = \left(\frac{2.405}{1.0}\right)^2 = 5.784[1/m^2]$$

であり、巨視的吸収断面積は、<sup>10</sup>Bの原子数密度をxとすると、例題5.1と同様の考え 方より

 $\Sigma_a = 1000 \times 10^{-28} \times 5 \times 10^{25} + 0.1 \times 10^{-28} \times 6 \times 10^{28} + 500 \times 10^{-28} \times x$ 

$$=5.6+5\times10^{-26}\times x$$
 [1/m]

となる。一方、 $^{10}$ Bは核分裂性物質ではないため、核分裂断面積は変化しない。これより、

$$k_{eff} = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + DB^2} = \frac{2.5 \times 2.5}{5.6 + 5 \times 10^{-26} \times x + 0.05 \times 5.784} = 1$$

したがって、

x=7.216×10<sup>24</sup> [個/m<sup>3</sup>]

より多い<sup>10</sup>Bを入れると、高さにかかわらず原子炉の実効増倍率を常に1未満、すなわち未臨界にできる。なお、例題5.3と同様の理由により、実際にはここで求めたより多くの<sup>10</sup>Bが必要となる。

### 5.7 2群拡散方程式と四因子公式・六因子公式

前節までの議論においては、中性子エネルギーの群数を1群と仮定して来た。本節 では、前節までの議論をより一般的にするため、中性子エネルギーの群数を2群とし て議論を行う。2群というエネルギー群数は原子炉内における中性子のエネルギー分 布の複雑さを考えると、一見少ないように思えるかもしれない。しかし、2群での取り 扱いを行うことで、(1)高速群で中性子が発生し、(2)水素などとの衝突により減速 され、(3)熱群において核分裂反応に寄与する、という熱中性子炉の基礎的な物理 的メカニズムをより忠実に考慮することが可能となる。実際、世界中で広く用いられて いる軽水炉においては、炉心解析は一般的にエネルギー2群(高速群および熱群)で 行われており、十分な実績を有している。

以下では、エネルギー2群の中性子拡散方程式から出発し、熱群における核分裂

が支配的な熱中性子炉における中性子バランスを説明する四因子公式および六因子 公式を導き出す。この過程で、熱中性子炉における中性子バランスについてイメージ を掴んでもらえば幸いである。

中性子エネルギー2群の拡散方程式は以下のように与えられる。

$$-D_{1}\nabla^{2}\phi_{1} + \left(\Sigma_{a,1} + \Sigma_{S,1 \to 2}\right)\phi_{1} = \Sigma_{S,2 \to 1}\phi_{2} + \frac{\chi_{1}}{k}\left(\nu\Sigma_{f,1}\phi_{1} + \nu\Sigma_{f,2}\phi_{2}\right) \dots (5.74)$$

$$-D_{2}\nabla^{2}\phi_{2} + \left(\Sigma_{a,2} + \Sigma_{S,2 \rightarrow 1}\right)\phi_{2} = \Sigma_{S,1 \rightarrow 2}\phi_{1} + \frac{\chi_{2}}{k}\left(\nu\Sigma_{f,1}\phi_{1} + \nu\Sigma_{f,2}\phi_{2}\right) \dots (5.75)$$

ここで、

 $D_1, D_2: 1$ 群および2群の拡散係数 [m]  $\Sigma_{a,1}, \Sigma_{a,2}: 1$ 群および2群の巨視的吸収断面積 [1/m]  $\Sigma_{s,1 \to 2}, \Sigma_{s,2 \to 1}: 1$ 群から2群、2群から1群への巨視的散乱断面積 [1/m]  $\chi_1, \chi_2: 1$ 群および2群の核分裂スペクトル ( $\chi_1 + \chi_2 = 1$ )  $\phi_1, \phi_2: 1$ 群および2群の中性子束 [m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>]

である。

(5.74) 式、(5.75) 式の各項の物理的な意味は以下の通りである。

$$\begin{split} &-D_1 \nabla^2 \phi_{1,} - D_2 \nabla^2 \phi_2 : 1 \\ \# \\ + \Sigma_{s,1 \rightarrow 2} \end{pmatrix} \phi_1 : 1 \\ \# \\ on the theorem \\ & (\Sigma_{a,1} + \Sigma_{s,1 \rightarrow 2}) \phi_1 : 1 \\ \# \\ on the theorem \\ & (\Sigma_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\Sigma_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\Sigma_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\Sigma_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \# \\ & (\nabla_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}) \phi_2 : 2 \\ \oplus \\ & (\nabla_{a,2 \rightarrow 1})$$

である。

(5.74) 式、(5.75) 式の中性子漏えい量をバックリングによって表す。  $-D_1 \nabla^2 \phi_1 = D_1 B^2 \phi_1$  (5.76)

 $-D_2 \nabla^2 \phi_2 = D_2 B^2 \phi_2$  (5.77)

(5.76) 式、(5.77) 式に加え、熱中性子炉解析で良く用いられるいくつかの近似を 加えると、以下の式が得られる<sup>(注5.7)</sup>。

$$D_{1}B^{2}\phi_{1} + \left(\Sigma_{a,1} + \Sigma_{S,1 \rightarrow 2}\right)\phi_{1} = \frac{1}{k}\left(\nu\Sigma_{f,1}\phi_{1} + \nu\Sigma_{f,2}\phi_{2}\right) \quad (5.78)$$

 $D_2 B^2 \phi_2 + \Sigma_{a,2} \phi_2 = \Sigma_{s,1 \to 2} \phi_1 \quad \dots \quad (5.79)$ 

(5.79) 式より、1群と2群の中性子束の関係を以下のように導くことができる。

$$\phi_2 = \frac{\sum_{s, l \neq 2}}{D_2 B^2 + \sum_{a, 2}} \phi_1 \qquad (5.80)$$

(5.80)式を(5.78)式に代入することにより、実効増倍率を以下のように求めることができる。

$$k = \frac{\nu \Sigma_{f,1} + \nu \Sigma_{f,2} \frac{\Sigma_{S,1 \ge 2}}{D_2 B^2 + \Sigma_{a,2}}}{\Sigma_{a,1} + \Sigma_{S,1 \ge 2} + D_1 B^2}$$
 (5.81)

注5.7:軽水炉の解析では、2群から1群への 上方散乱は小さいとして無視することが多い。 また、核分裂中性子はほとんどが高速群で発 生するため、 $\chi_1=1, \chi_2=0$ とすることが一般的 である。なお、1群と2群の境界は、軽水炉の 解析においては0.6eV~1.8eV程度とする場合 が多い。黒鉛を減速材に用いた炉心(黒鉛炉) においては、境界を4eV程度とやや高めに設 定する。これは、黒鉛による上方散乱が多い ためである。

(5.81) 式を物理的に解釈するため、以下のように変形する。	
$k = \eta f p \varepsilon P_F P_T$	(5.82)
ここで、	
$\eta = \frac{\nu \Sigma_{f,2}}{\Sigma_{a,2,F}}  \dots$	(5.83)
$f = \frac{\Sigma_{a,2,F}}{\Sigma_{a,2}}  \dots$	(5.84)
$p = \frac{\Sigma_{S,l \to 2}}{\Sigma_{a,l} + \Sigma_{S,l \to 2}}  \dots$	(5.85)
$\varepsilon = \frac{\nu \Sigma_{f,1} + \nu \Sigma_{f,2} \frac{\Sigma_{S,1 \neq 2}}{\Sigma_{a,2}}}{\nu \Sigma_{f,2} \frac{\Sigma_{S,1 \neq 2}}{\Sigma_{a,2}}}$	(5.86)
$P_F = \frac{\Sigma_{a,1} + \Sigma_{S,1 \to 2}}{\Sigma_{a,1} + \Sigma_{S,1 \to 2} + D_1 B^2}  \dots$	(5.87)
$P_{T} = \frac{\nu \Sigma_{f,1} + \nu \Sigma_{f,2} \frac{\Sigma_{S,1 \rightarrow 2}}{\Sigma_{a,2} + D_{2}B^{2}}}{\nu \Sigma_{f,1} + \nu \Sigma_{f,2} \frac{\Sigma_{S,1 \rightarrow 2}}{\Sigma_{a,2}}} \approx \frac{\nu \Sigma_{f,2} \frac{\Sigma_{S,1 \rightarrow 2}}{\Sigma_{a,2} + D_{2}B^{2}}}{\nu \Sigma_{f,2} \frac{\Sigma_{S,1 \rightarrow 2}}{\Sigma_{a,2}}} = \frac{\Sigma_{a,2}}{\Sigma_{a,2} + D_{2}B^{2}} \dots$	(5.88)

であり、 $\Sigma_{a,2,F}$ は2群における燃料の吸収断面積である。なお、(5.88)式の変形に際しては、2群における核分裂が支配的である ( $\nu\Sigma_{f,2} \gg \nu\Sigma_{f,1}$ )と仮定した。以下では、(5.82)式の右辺の各項の意味について議論する。

 $\eta = v \Sigma_{f,2} \phi_2 / \Sigma_{a,2,F} \phi_2 と変形して考えると、\etaは燃料に吸収された熱中性子1個あたりに (熱群における)核分裂で生成される中性子数である。<math>\eta$ は中性子再生率 (もしくは 1-9値) と呼ばれる。これについては3.8節にて説明した。

同様に $f=\Sigma_{a,2,F}\phi_2/\Sigma_{a,2}\phi_2$ であると考えると、fは2群において (燃料・減速材・構造材 などに)吸収された中性子のうち、特に燃料に吸収されたものの割合であると解釈で きる。そのためfは熱中性子利用率 (thermal utilization) と呼ばれる。

pは、1群で吸収されず、2群に減速された中性子の割合であると考えられる。1群に おいては断面積の共鳴部分での吸収(共鳴吸収)が支配的であるため、pは共鳴吸 収を逃れる確率(resonance escape probability:共鳴部分での吸収を逃れて2群に 減速される確率)と呼ばれる。

 $\varepsilon$ については、一般的に $D_2B^2 \ll \Sigma_{a,2}$ であり、(5.79)式から $\phi_2 \approx (\Sigma_{s,2 \to 1} / \Sigma_{a,2}) \phi_1$ と近似できることを考慮すると、

$$\varepsilon = \frac{\nu \Sigma_{f,1} + \nu \Sigma_{f,2} \frac{\Sigma_{S,1 \rightarrow 2}}{\Sigma_{a,2}}}{\nu \Sigma_{f,2} \frac{\Sigma_{S,1 \rightarrow 2}}{\Sigma_{a,2}}} = \frac{\nu \Sigma_{f,1} \phi_1 + \nu \Sigma_{f,2} \phi_2}{\nu \Sigma_{f,2} \phi_2}$$
(5.89)

となり、熱群(2群)の中性子による核分裂で発生した中性子数と全てのエネルギー の中性子による核分裂で発生した中性子数の比率となる。εは高速核分裂因子(fast fission factor)と呼ばれ、高速(1群の)中性子により、どの程度の核分裂が発生した かの目安となる。ε=1であればすべての核分裂中性子は熱群の中性子によって発生し たことになり、高速群の中性子は核分裂に寄与しなかったこととなる。  $P_F$ 、 $P_T$ については、(5.72)式を参考にすると、 $P_F$ は高速中性子が炉心から漏れない確率、 $P_T$ は熱中性子が炉心から漏れない確率であると解釈できる。 (5.82)式において、特に $P_F=P_T=1$ とした場合の式

 $k_{\infty} = \eta f p \varepsilon$  (5.90)

は右辺に四つの因子があることから四因子公式 (four factor formula) と呼ばれ、そ れぞれの因子は原子炉の特性を分析するための有益な指標を与える。また、四因子 公式に原子炉からの漏れを考慮した (5.82) 式は六因子公式 (six factor formula) と 呼ばれる。

参考として、 $^{235}$ Uが2wt%のウランと水を均質に混合した体系において、無限増倍率および $\eta$ 、f、p、 $\epsilon$ を計算したものを図5.4に示す。

ウランと水の原子数比が変わっても中性子再生率ηはあまり変化しない。一方、f、 p、εについては大きな依存性が見られる。熱中性子利用率fは、ウランの割合が大き くなるにつれ、1に近づく。これは、体系中の水の割合が相対的に少なくなり、ウラン に吸収される熱中性子が増えるためである。

共鳴を逃れる確率pは、図5.4に示すように、ウランの原子数比が大きくなるとともに 急速に小さくなる。ウランの原子数比が小さいときには、ほとんどの高速中性子はウラン (特に<sup>238</sup>U)に共鳴吸収されることなく水素などによって熱群に減速される。ちなみに、 水の吸収断面積は高速群では極めて小さい。従って、共鳴を逃れて熱群に減速する確 率はほとんど1である。しかし、ウランの原子数比が大きくなると、<sup>238</sup>Uの共鳴吸収によっ て吸収される中性子が増加し、pは小さくなっていく。すなわち、熱群に減速される中性 子の数は少なくなる。ウランの原子数比が大きくなると、共鳴を逃れる確率が小さくなり、 熱群に中性子が減速されにくくなる ( $\Sigma_{s,1\to 2}$ /( $\Sigma_{s,1\to 2}$ + $\Sigma_{a,1}$ )が小さくなる)とともに熱群 における吸収が大きくなる ( $\Sigma_{a,2}$ が大きくなる)。

(5.79) 式より、平均自由行程の小さい熱中性子の漏れが無視できる ( $D_2B^2=0$ ) 体系での高速 (1群) 中性子束と熱 (2群) 中性子束の比は、 $\phi_1/\phi_2=\Sigma_{a,2}/\Sigma_{s,1\rightarrow 2}$ であることから、ウランの原子数比の増加にともなって高速中性子束と熱中性子束の比は大きくなる。すなわち、高速群の中性子が増え、中性子スペクトルが高エネルギー側にシフトした状態となる。そのため、高速群での核分裂が増えることにより、高速核分裂因子  $\varepsilon$ が大きくなる。

無限増倍率はこれらの掛け合わせであることから、図5.4に示すようにある特定 のウラン/水割合で最大値を示すこととなる。ウラン濃度が薄い場合、ウラン濃度を 増加させると、熱中性子利用率fおよび高速核分裂率εの増加率が共鳴を逃れる確 率pの減少を上回るために無限増倍率は増加する。一方、ウラン濃度がある程度濃 い場合、ウラン濃度をさらに増加させると、熱中性子利用率fは飽和状態でほとんど



図5.4 2wt%<sup>235</sup>U濃縮度のウランと水の均質な混合体系における無限増倍率と四因子の変化(室温)

増加しないものの、共鳴を逃れる確率 p は引き続き減少するため、無限増倍率は減少傾向となる。

このように、四因子公式を用いることにより、熱中性子炉における中性子のバランスについて物理的な現象の本質を捉えた議論が可能である。そのため、原子炉の振る舞いを考察する際には、炉心内の中性子バランスを(5.90)式の四因子公式の形で 整理してみることは有用である。

最後に、高速群および熱群の合計の中性子漏えい量を簡易に見積もる方法について検討する。(5.87)式、(5.88)式より、高速群からも熱群からも中性子が漏れない確率は、

$P_F P_T = \frac{\sum_{a,1} + \sum_{s,1 \ge 2}}{\sum_{a,2} + \sum_{s,1 \ge 2}} \frac{\sum_{a,2}}{\sum_{a,2} + \sum_{s,2 \ge 2}}$
$- \frac{1}{1} \frac{1}{1}$
$= \frac{D_1}{1 + \frac{D_1}{\Sigma_{a,1} + \Sigma_{s,1 \to 2}} B^2} B^2 \frac{1 + \frac{D_2}{\Sigma_{a,2}} B^2}{1 + \frac{D_2}{\Sigma_{a,2}} B^2} $ (5.91)
$\approx \frac{1}{1 + (L_1^2 + L_2^2)B^2}$
$=\frac{1}{1+M^2B^2}$
ここで、
$L_1^2 = \frac{D_1}{\Sigma_{a,1} + \Sigma_{S,1 \to 2}} $ (5.92)
$L_2^2 = \frac{D_2}{\Sigma_{a,2}} $ (5.93)
$M^2 = L_1^2 + L_2^2 $ (5.94)
である。また、(5.91) 式導出時には、 $L_1^2 B^2 L_2^2 B^2 \approx 0$ とした。
さて、中性子1群の計算においては、中性子が漏れない確率は、(5.72)式より、
$\frac{\Sigma_a}{\Sigma_a + DB^2} = \frac{1}{1 + L^2 B^2} \tag{5.95}$

であった。(5.95) 式と中性子エネルギー2群から導かれた (5.91) 式の類似性は明ら かである。実際、(5.91) 式は、(5.95) 式において、 $L^2=M^2$ としたものである。(5.94) 式で定義される $M^2$ は移動面積 (migration area) と呼ばれ、単位は  $[m^2]$  である。 (5.94) 式から分かるように、移動面積は、高速群と熱群の拡散距離の2乗を足しあ わせた形となっている。

移動面積は、BWRの炉心解析などで使用されている。移動面積を使用すると、実 効増倍率は、

$$k_{eff} = \frac{k_{\infty}}{1 + M^2 B^2}$$
 (5.96)

と表すことが可能である。従って、バックリングと移動面積が評価できれば、無限増 倍率から実効増倍率が算出可能となる。すなわち、k<sub>eff</sub>とk<sub>∞</sub>から中性子漏れ量の簡易 評価が可能となる。

# 5.8 臨界方程式の応用

本節では、臨界方程式を応用した計算をいくつか行うことにより、臨界方程式の 物理的なイメージをふくらませることにしよう。 《**例題5.5**〉臨界寸法の計算 典型的なPWR炉心における炉心平均の一群巨視的断面積を以下のように与える。  $\Sigma_a=2.23$  [1/m]  $\nu\Sigma_f=2.33$  [1/m]

D=0.013 [m]

原子炉が平板状もしくは立方体であると仮定したとき、原子炉が臨界になる寸法を 計算せよ。

〈解答5.5〉

まず、原子炉が平板状であると仮定したとき、臨界になる厚さを計算する。 (5.70) 式に $\nu \Sigma_{f}, \Sigma_{a}, D$ を代入し、B<sup>2</sup>を求める。

$$B^{2} = \frac{\nu \Sigma_{f} - \Sigma_{a}}{D} = \frac{2.33 - 2.23}{0.013} = 7.69[1/m^{2}] \quad \dots \tag{5.97}$$

平板状原子炉のバックリング (5.36) 式を用いると、

$$B^2 = 7.69 = \left(\frac{\pi}{H}\right)^2$$
 (5.98)

従って、

H=1.13 [m]

となる。また、原子炉を立方体と仮定したとき、臨界となる寸法は、直方体のバック リング (5.65) 式を用いると、

$$B^2 = 7.69 = 3 \left(\frac{\pi}{H}\right)^2$$
 (5.99)

これより、

H=1.96 [m]

となる。

〈例題5.6〉 PWRにおける径方向および軸方向中性子漏れ量の評価

PWRの4ループ炉心(110万kW級)においては、燃料集合体は193体装荷されている。燃料一体の寸法は、径方向が約0.215m×0.215m、軸方向が約3.60mである。 炉心を有限円柱体系で近似したとき、半径方向および軸方向からの中性子の漏れ 量が実効増倍率に与える影響を評価せよ。

なお、炉心の巨視的断面積は例題5.5と同じであるとする。

〈解答5.6〉

炉心を有限円柱体系で近似すると、

径方向半径=
$$\sqrt{\frac{193 \times 0.215 \times 0.215}{\pi}}$$
=1.685 [m]

軸方向長さ=3.60[m]

(5.55) 式より、径方向および軸方向のバックリングは

$$B_r^2 = \left(\frac{2.405}{R}\right)^2 = \left(\frac{2.405}{1.685}\right)^2 = 2.04 \ [1/m^2]$$
$$B_z^2 = \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 = \left(\frac{\pi}{3.60}\right)^2 = 7.61 \times 10^{-1} \ [1/m^2]$$

(5.19) 式より、漏れがない、つまり、バックリングが零の体系では、例題5.5と同じ 巨視的断面積を仮定すると、

$$k_{\infty} = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + DB^2} = \frac{2.33}{2.23 + 0.013 \times 0} = 1.0448 \quad \dots \tag{5.100}$$

径方向の中性子の漏れのみを考慮すると、

$$k_{eff}^{radial} = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a + DB_r^2} = \frac{2.33}{2.23 + 0.013 \times 2.04} = 1.0326 \qquad (5.101)$$

軸方向の中性子の漏れのみを考慮すると、

これより、径方向の中性子漏れは

軸方向の中性子漏れは

(5.103)および(5.104)の比較により、径方向の中性子漏れが炉心の実効増倍率 に及ぼす影響は、軸方向に比べて3倍弱になることがわかる。なお、典型的なPWR においては、1か月間の運転で炉心の実効増倍率は約0.01減少する。このことから、 中性子の漏れが炉心の実効増倍率に与える影響は大型炉心といえども無視できな いことがわかる。

**〈例題5.7〉**円柱形炉心における最適径方向/軸方向長さ 円柱形原子炉におけるバックリングは (5.55) 式から

$$B^2 = \left(\frac{2.405}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{H}\right)$$

であるから、ある特定の漏れ量(バックリング)となる原子炉の形状、つまり半径R と高さHの組み合わせは無数にある。では、最も効率よく、言い換えると小さい体 積で、原子炉を臨界にしたい場合、どのような形状にするのが得策であろうか? 〈解答5.7〉

(5.55) 式をR<sup>2</sup>に関して解くと以下のようになる。

$$R^{2} = \frac{(2.405)^{2}}{B^{2} - \pi^{2}/H^{2}}$$
(5.105)

(5.105) 式を、円柱(つまり原子炉の)体積を与える式に代入する。

$$V = \pi R^2 H = \frac{\pi (2.405)^2 H}{B^2 - \pi^2 / H^2}$$
 (5.106)

Vが最小となるHの値を求めるため、(5.106)式をHで微分しその結果を零とする。 これより、

$$H = \frac{\pi\sqrt{3}}{B} \tag{5.107}$$

さらに (5.105) 式より、

$R = \frac{2.405}{B} \sqrt{\frac{3}{2}}$	 (5.108)
B V 2	(5.100)

となる。(5.107)、(5.108)より、半径と高さの比は、

 $\frac{R}{H} = 0.54$  (5.109)

となる。つまり直径と高さがほぼ等しい時に、体積が最も小さくなる結果となる。これは、中性子の漏れが表面積に比例することを考えると、妥当な結果と考えられる。ちなみに、PWRでは、半径と高さの比はおおむね以下のようになっている(10.2節にPWRプラントの詳細な説明がある)。

従来型PWR(電気出力58万kW、集合体121体)	····· R/H~0.37
従来型PWR(電気出力89万kW、集合体157体)	······ R/H~0.42
従来型PWR (電気出力118万kW、集合体193体)	······ R/H~0.47
Advanced PWR (電気出力154万kW、集合体257	7体) R/H~0.54

単純に炉心形状のみから考えると、APWRが最も(5.109)式に近い形となっている。

### 5.9 原子炉の実効増倍率と反射体

### 5.9.1 反射体と反射体節約

前節まで臨界方程式を用いて原子炉の臨界について考察してきた。前節までの解 析においては、いくつかの代表的な形状においてバックリングを算出し、そのバック リングに基づいて実効増倍率を評価した。バックリングを評価する際には、原子炉の 表面で中性子束が零になる境界条件(中性子束零境界条件)を用いた。これは、主と して解析上の取り扱いの簡略化のためである。たとえば、原子炉表面で真空境界条 件を用いることも可能であるが、バックリングを解析的に求めることは困難になる。

実際の原子炉においては、炉心内で中性子を効果的に使用するため、炉心の外周 部に反射体を設置している。第4章で議論したように、反射体を設置することで炉心 から漏れ出てくる中性子を炉心に「反射し」、炉心からの中性子の漏れ量を低減する ことが可能である。中性子反射体としては、吸収が少なく、中性子拡散係数が小さい 材質が好ましい。すなわち、全断面積が大きく、散乱が大きい物質が反射体として適 切である。

軽水はこのような性質を満たしているため、商業用軽水炉では軽水が反射体として用いられることが一般的である<sup>(注5.8)</sup>。また、研究用原子炉においては重水や黒鉛が反射体として用いられることも多い。これらの物質は特に中性子の吸収が少ないことから、移動面積が大きくなり、反射体として優れた性質を持つ。さらに、重量をできるだけ低減する必要がある宇宙用原子炉では、軽量なベリリウムが反射体として用いられることもある。

原子炉からの中性子の漏洩は、飛行の平均自由行程が大きい高速エネルギー領 域が支配的である。軽水は、高速中性子に対する巨視的全断面積がそれほど大きく ないため、APWR(改良型加圧水型軽水炉)では中性子反射の効果をさらに高める ために反射体としてステンレススチールのブロックを用いている。ステンレススチール は、高速中性子に対する全断面積と散乱断面積が軽水に比べて大きいため、炉心か らの中性子の漏洩をさらに低減することが可能となる。

図5.5にPWRに対して軽水のみからなる反射体、現行の炉心で実際に用いられて いるステンレス板+軽水反射体、ステンレス反射体を用いた場合の計算結果を示す。 これより、反射体としてステンレススチールを用いることにより、炉心からの中性子の 漏れを抑制し、実効増倍率を増加させることが可能になることが分かる。なお、ステ ンレス板+軽水反射体を用いた場合、炉心の実効増倍率が低くなっている。これは、 ステンレス板が薄い(約2cm)ため、高速中性子を十分に反射できない一方、ステンレ ス板は軽水に比べて熱中性子の吸収が多いため、炉心外への中性子の漏れ量が合 注5.8:第6章で学ぶが、軽水に含まれている 水素と中性子が散乱反応を起こしたとき、中 性子は進行方向の前方に偏って散乱される (前方散乱)。そのため、軽水を反射体にす ると、中性子が軽水内で前方散乱を繰り返し て体系外に漏れ出しやすいのではないかと思 われるかもしれない。実際、前方散乱が大き い場合、一次の巨視的非等方散乱断面積が 大きくなり、(4.15) 式から拡散係数が大きく なる。拡散係数が大きいということは、中性子 がそれだけ拡散しやすいということであるた め、前方散乱が大きい場合には、確かに中性 子が炉心から反射体を通じて漏えいしやすく なると言える。軽水の場合、前方散乱の効果 を差し引いても反射体として優秀、ということ である。なお、反射体から炉心に戻ってくる中 性子は、一般に反射体内で多数回の散乱を 繰り返しており、元の入射方向(炉心→反射 体)を「忘れている」と考えてよい。







軽水反射体 keff=1.09813

ステンレス板(厚さ約2cm) ステンレス反射体 +軽水反射体  $k_{eff} = 1.08549$ 

 $k_{eff} = 1.10274$ 

図5.5 PWRにおける反射体効果

計では増加することによる。ステンレスのみの反射体を用いた場合に実効増倍率が 大きくなっているのは、高速中性子の反射効果による反応度増加が熱中性子吸収に よる反応度低下を上回っていることを示している。

上述のように、原子炉の周囲に反射体を設置することにより、原子炉からの中性 子漏洩を低減させ、原子炉の実効増倍率を増加させることが可能である。そのため、 原子炉の設計においては反射体の取り扱いは重要となる。しかしながら、反射体を 設置することにより、原子炉 (の炉心) 表面において中性子束が零となる境界条件を 適用することができなくなる。

反射体の効果は「炉心から漏洩してくる中性子を反射し、炉心の実効増倍率を大 きくする」ものである。すなわち、反射体をつけることは、「炉心のサイズを大きくし、 「炉心からの中性子漏洩量を減少させる」のと同じような効果をもたらしているものと 見ることも可能である。このような考え方に基づいて使われている概念が反射体節約

(reflector saving)である。まず、反射体を設置した場合の炉心の実効増倍率を評 価する。次に反射体がない場合の炉心の実効増倍率が、反射体を設置した場合のも のと同じになるように炉心のサイズを決定する。この場合の炉心のサイズは、反射体 付きのものと比べて大きくなることが予想される。この炉心サイズの差は、反射体が 存在することにより「節約」することができたとも解釈可能であるため、反射体節約 と呼ばれる。

### 5.9.2 臨界事故と反射体

上記のように、反射体は原子炉の臨界(連鎖反応の維持)に対して重要な役割を 果たしている。そのため、意図しない臨界、すなわち臨界事故においても決定的な役 割を果たすことがある。

1999年9月に発生したICO臨界事故(序章2参照)は、規定を遙かに上回る量の硝 酸ウラニル水溶液 (235U濃縮度18.8%) を沈殿槽に投入したことが原因となり発生し た。臨界事故が発生した沈殿槽の垂直断面図を図5.6に示す。この沈殿槽は、除熱 のために、周囲に冷却水を流すジャケットを巻いた構造となっている。

臨界事故発生時、沈殿槽の中に硝酸ウラニル溶液を6~7リットルずつ順次投入す る作業を行っており、最終的には約45リットルの水溶液が沈殿槽に投入された。この ときの体系の実効増倍率は、様々な不確定要因はあるものの1.012~1.024と推定さ れており、即発臨界状態であったと推定されている(注5.9)。臨界方程式の観点からこ の経過を見ると、溶液の量が多くなるにつれ、体系からの中性子漏えい量が少なくな り(バックリングが小さくなり)、最終的に臨界を超過したものと考えられる。

この作業は、以前は直径175mmの貯塔と呼ばれる容器を用いて行われていた。貯 塔の直径は、沈殿槽の直径(450mm)に比べて大幅に小さかったことから、中性子の 漏えい量が大きく(バックリングが大きく)、同じ作業を行っても臨界になることはな かった。直径方向の中性子漏えい量は、直径方向のバックリングに比例する(すなわち、 直径の2乗に反比例する)。したがって、貯塔と沈殿槽の直径方向の中性子漏えい量 は大雑把に見積もって(450/175)<sup>2</sup>~6.6倍の違いがあったと計算できる、なお、実際 には、沈殿槽には反射体の効果をもつ冷却水ジャケットが存在していたため、中性子 の漏えい量の差はさらに大きかったものと推察できる。

注5.9:原子炉の実効増倍率がある値を超え ると、ごく短時間に出力が急上昇する即発臨 界状態になる。本体系では、実効増倍率が約 1.008を超えると即発臨界状態になったもの と推定されている。即発臨界については、第 7章の原子炉の動特性において詳細に述べる。 なお、遅発中性子の寄与がないと臨界を維 持できない場合を遅発臨界と呼ぶことがある。 また、即発臨界を越える反応度が添加された 状態のことを即発超臨界と呼ぶことがある。

臨界到達後、温度上昇や水の放射線分解によるボイドの発生などの影響により、 体系には臨界超過量に対応する負の反応度が加わり、ある出力レベルで定常的に核 分裂の連鎖反応が続く状態になった<sup>(注5.10)</sup>。

臨界事故を早期に終息させるためには、体系を未臨界にする必要がある。(5.96) 式より明らかなように、体系の実効増倍率を小さくするためには、無限増倍率k<sub>∞</sub>を小 さくするか、中性子の漏れ量を大きくする (B<sup>2</sup>を大きくする) ことが必要である。当時 の対策本部では、この基本方針にのっとり、①中性子吸収材 (ほう素)の注入、②冷 却用ジャケット内の冷却水の抜き取り、という対応方針を定めた。①については、中 性子の吸収材であるほう素を沈殿槽に直接投入することで、体系の吸収断面積を大 きくし、体系を未臨界に導こうとするものであった。一方、②については、体系の外周 を取り巻いている水を抜くことで反射体の効果を喪失させ、体系を未臨界に導くこと を目的とするものであった。

さて、①の対策をとるためには、沈殿槽に近寄る必要がある。臨界状態が継続し ている状態で、このような作業は被ばく量の観点から困難であると考えられた。その ため、②の作業が優先して行われた。まず、②の作業が臨界事故終息に有効である かどうかを確認するため、冷却水ジャケット(厚さ約2.2cm)の反射体効果について 簡易な解析が行われた。この解析においては、図5.6の沈殿槽は二次元円柱座標系 で簡易に模擬された。解析の結果、冷却水ジャケットの水を抜くことは、約4%Δk/k の負の反応度効果があることが明らかになった。すなわち、冷却水ジャケットという 「反射体」は、厚さこそ約2.2cmと薄いものの、体系の増倍率を約4%Δk/k上昇させ る効果があったことになる<sup>(注5.11)</sup>。水抜きによってこの反射体効果を失わせることは、



10 12 14 16 18 20 22 0 2 4 6 8 10 12 時 刻 図5.7 沈殿槽近くに設置されたガンマ線モニタの指示値 「JCO臨界事故 その全貌の解明 事実・要因・対応」日本原子力学会JCO事故調査委員会、 東海大学出版、p.75、(2005)

注5.10:原子炉は、体系の温度が上昇すると、 体系を構成する物質の原子数密度の変化、微 視的断面積の変化などから、実効増倍率が 変化する。このような原子炉内の温度変化に 対する実効増倍率の変化を反応度フィードバ ック係数と呼ぶ。詳細については、第8章で述 べる。

# 第5章 原子炉の臨界

注5.11:人間の体はその大部分が水である。 従って、人間が反射体のない「裸の原子炉」 に抱きつくと人間の体が反射体として働き、 体系が臨界になる可能性がある。太っている 人の方が反射体効果が大きいと推察されるこ とから、このような「人間が反射体になる」効 果はファットマン効果と呼ばれている。過去 に実際にファットマン効果による臨界事故が 発生している。

注5.12:図5.7は、当該体系の近くに設置され たガンマ線モニターの指示値の推移を臨界 事放発生から終息に至るまで示したものであ る。臨界事放発生時(9月30日午前10時過ぎ )、パルス状にガンマ線の指示値が増大し、そ の後、定常状態となり、臨界状態が継続して いることが示唆されている。10月1日午前4時 前に冷却水ジャケットの水抜き作業が開始さ れ、午前6時の水抜き終了時点でガンマ線の 指示値が大幅に低下し、臨界事故が終息した ことを示している。なお、水の大部分は、午前 6時前に一気に抜けている。冷却水ジャケット の水抜きは、沈殿槽に接近せずに行えたため、 作業時の過度の被ばくはなかったと報告され ている。 臨界事故終息のために十分な負の反応度効果であると判断されたことから、この作 業が実行に移され、実際に臨界事故を終息に至らせた<sup>(注5.12)</sup>。

このように緊急時には詳細な解析を行う時間的余裕はなく、原子炉物理の基礎に 基づいた工学的な判断が重要になる。

## 5.10 まとめ

本章では、核分裂中性子源が存在する場合の拡散方程式の解析解および臨界方程式の導出とその応用について述べた。

核分裂中性子源が存在する場合、拡散方程式の解法は中性子源が存在する場合 と全く異なるものとなり、実効増倍率という新たなパラメータを導入する必要がある。 本章では、実効増倍率の計算方法について、いくつかの単純な体系における計算例 を示した。また、原子炉内の中性子のバランスを概略評価するためによく用いられる 四因子公式および六因子公式の導出について述べた。また、臨界方程式の一つの応 用例として、JCO臨界事故の経過を炉物理的な側面から簡単に述べた。

本章の知識を用いることにより、原子炉のキーパラメータである実効増倍率と中性 子束分布について評価することが可能となる。

# 《演習問題》

[1] 以下に二つの拡散方程式がある。
$-D\nabla^2 \phi + \Sigma_a \phi = S \tag{1}$
$-D\nabla^2 \phi + \Sigma_a \phi = \frac{1}{k} \nu \Sigma_f \phi  \dots \tag{2}$
<ol> <li>①(1)式と(2)式の違いについて説明せよ。この際、これらの式は、主としてどのような用途に使われるかに着目せよ。</li> </ol>
<ul> <li>② (2) 式の各項 (左辺二つ、右辺一つ) の物理的意味をそれぞれ説明せよ。</li> <li>③ (2) 式の右辺に現れるkの意味を説明せよ。</li> </ul>
<ul> <li>[2] ある燃料集合体が水中に存在している。燃料集合体の寸法は、縦×横×高さ =0.1×0.1×3.0[m]であるとする。集合体平均の巨視的核分裂断面積を50.0[1/ m]、巨視的吸収断面積を100.0[1/m]、核分裂あたりの中性子発生数を2.5、拡 散係数を0.05[m]とする。以下の計算にあたっては、水の存在による外挿距離を 無視し、零中性子束境界条件を適用せよ。</li> <li>(1) 燃料集合体一体の実効増倍率を求めよ。</li> <li>(2) 燃料集合体が一列に隙間なく並んだ場合、燃料集合体の体数と実効増倍率の 関係を求めよ</li> </ul>
(3)体系を臨界にするために必要な最小の燃料集合体体数を求めよ。
<ul> <li>[3] ある均質な原子炉を考える。この原子炉の炉心は、<sup>239</sup>Pu、<sup>1</sup>H、<sup>10</sup>Bから構成 されていると仮定する。<sup>239</sup>Pu、<sup>1</sup>H、<sup>10</sup>Bの微視的吸収断面積をそれぞれ1000 (barn)、0.1 (barn)、500 (barn)、微視的核分裂断面積をそれぞれ1000 (barn)、0 (barn)とする。また、<sup>239</sup>Pu、<sup>1</sup>H、<sup>10</sup>Bの原子数密度をそれぞれ5× 10<sup>+25</sup>[1/m<sup>3</sup>]、6×10<sup>+28</sup>[1/m<sup>3</sup>]、x[1/m<sup>3</sup>]とする。</li> <li>①x=1.0×10<sup>+26</sup>[1/m<sup>3</sup>]とするとき、この原子炉の炉心の巨視的吸収断面積、巨視的 核分裂断面積を求めよ。</li> <li>②①の結果から無限増倍率を計算せよ。ただし、<sup>239</sup>Puの核分裂あたりの中性子 放出数vを3とする。</li> <li>③<sup>10</sup>Bの原子数密度xを調整してこの原子炉の無限増倍率が1.05となるようにした。 この場合、xの値はいくらになるか。</li> <li>④③の条件で、原子炉がちょうど臨界となる寸法を求めよ。なお、この原子炉の拡 散係数を0.05[m]とし、原子炉の形状は立方体と仮定する。また、外挿距離を 無視せよ。</li> </ul>
[4] 以下に二つの拡散方程式がある。
$-D_1 \nabla^2 \phi_1 + (\Sigma_{a,1} + \Sigma_{s,1 \to 2}) = \frac{\lambda_1}{k} (\nu \Sigma_{f,1} \phi_1 + \nu \Sigma_{f,2} \phi_2) + \Sigma_{s,2 \to 1} \phi_2 \dots \dots$
$-D_{2}\nabla^{2}\phi_{2} + \left(\Sigma_{a,2} + \Sigma_{s,2 \rightarrow 1}\right) = \frac{\chi_{2}}{k} \left(\nu \Sigma_{f,1}\phi_{1} + \nu \Sigma_{f,2}\phi_{2}\right) + \Sigma_{s,1 \rightarrow 2}\phi_{1} \cdots \cdots$
<ol> <li>①(1)式の各項の物理的意味を説明せよ。</li> <li>②(1)、(2)式の右辺に現れるkの物理的意味を説明せよ。</li> <li>③無限に大きく、かつ均質な原子炉(つまり、中性子束が空間的に変化しない原子炉)を考える。この条件の下でkを求めよ(kを巨視的断面積などで表せ)。</li> </ol>

[5] 3群の拡散方程式を考える。

- ①3群の拡散方程式を書け。ただし、外部中性子源は存在しないものとする。(核 分裂による中性子源のみが存在する)
- ②第2群目の拡散方程式について、各項の物理的意味を説明せよ。
- ③下記の仮定を用いるとき、第1群と第2群および第1群と第3群の中性子束の比を

断面積によって表せ。

- ・核分裂中性子は第1群のみに現れる。
- ・第1群から第3群へ直接減速(移動)する中性子は無視する。
- ・上方散乱(第3群から第2群もしくは第1群へ、第2群から第1群への中性子の移動)は無視する。
- ・空間依存性は無視する。(中性子の漏れは零とする)
- ・第1群および第2群における核分裂断面積は零とする。

④上記の仮定を用いるとき、増倍率を断面積によって表せ。

[6] 例題5.1で扱った原子炉が1MW/m<sup>3</sup>の出力密度で運転している場合の中性子束の値を求めよ。なお、1核分裂当たりの放出エネルギーは200MeVとする。

[7] 例題5.1で述べた原子炉を考える。

- ①この原子炉が球形状および円柱形状(ただし、直径=高さとする)である場合、この原子炉がちょうど臨界になるための一辺の大きさを求めよ。なお、拡散係数を 0.05[m]とし、外挿距離を0とする(原子炉表面で中性子束が0になるとする)。
- ②この原子炉が立方体形状である場合については、例題5.2で考察した。(1)の結果と あわせ、体積が最も小さくなるのはどのケースか。物理的な理由とあわせて述べよ。
- ③球形状、円柱形状および立方体形状の原子炉が100MWで運転を行っていたとする。この場合の各形状の原子炉の中性子束の平均値および最大値を求めよ。なお、一核分裂当たりの放出エネルギーは200MeVとする。
   ④③の場合の出力密度の平均値および最大値を求めよ。
- [8] 再処理工場などでは、臨界管理が非常に重要である。ある燃料と減速材を混合した溶液が半径Rの球状で臨界になるとする。この溶液を半径rの管で移送するとき、臨界にならないRに対するrの寸法比(r/R)の最大のものは次の値のうちどれか。ただし、球と無限に長い円柱の形状バックリングは、それぞれ(π/R)<sup>2</sup>、(2.40/r)<sup>2</sup>である。
   ① 0.5 ② 0.6 ③ 0.7 ④ 0.8 ⑤ 0.9
   (出典:技術士 原子力・放射線部門 平成19年度 第一次試験)
- [9] 大きな裸の原子炉の実効増倍率kは、無限大体系の増倍率k<sub>∞</sub>、移動面積M<sup>2</sup>、 バックリングB<sup>2</sup>を用いて、次式で与えられる。
  - $k = \frac{k_{\infty}}{1 + M^2 B^2}$

半径Rの球体系にウラン溶液を満たした場合にちょうど臨界であった。この時の

バックリングは $\left(\frac{\pi}{R}\right)^{2}$ で表される。このウラン溶液の全量を球と同体積の一辺aの立方体系に移した。

次の記述のうち正しいものはどれか。なお、半径Rおよび立方体の一辺aに比べて、外挿距離は小さいとして無視する。

①立方体のバックリングは $\left(\frac{\pi}{a}\right)^2$ であり、立方体系は未臨界となる。 ②立方体のバックリングは $\left(\frac{\pi}{a}\right)^2$ であり、立方体系は超臨界となる。 ③立方体のバックリングは3 $\left(\frac{\pi}{a}\right)^2$ であり、立方体系は超臨界となる。 ④立方体のバックリングは3 $\left(\frac{\pi}{a}\right)^2$ であり、立方体系は未臨界となる。 ⑤立方体のバックリングは3 $\left(\frac{\pi}{a}\right)^2$ であり、立方体系は臨界のままである。 (出典:技術士 原子力・放射線部門 平成17年度 第一次試験)
# 第6章

## 中性子の減速

- 1.はじめに
- 2.弾性散乱による減速
- 3.減速過程の取り扱い
- 4. 共鳴吸収
- 5.熱中性子スペクトル
- 6.まとめ

〔この章のポイント〕

核分裂により発生した高速中性子は、減速材との弾性散乱によりエ ネルギーを失い、減速していく。減速材としては、中性子の吸収断面積 が小さく、かつ軽い原子核が適している。減速過程において、中性子の 漏れや吸収が無い場合には、中性子エネルギースペクトルはそのエネ ルギーに反比例した形(1/Eスペクトル)となる。

減速された中性子は、最終的に周辺の材料と熱平衡状態となってい る熱中性子となる。体系中に共鳴吸収核種が存在すると、共鳴エネル ギーの中性子が大きく減少し、中性子束に歪を生じる。共鳴吸収反応 の評価には、中性子束の歪を考慮した実効断面積が使われる。実効断 面積は共鳴吸収核種の量(密度)、共鳴吸収断面積の大きさなどにより 決まる。

## 第6章 中性子の減速(エネルギー分布)

### 6.1 はじめに

原子炉では、核分裂によって高いエネルギーを持った(高速)中性子が生まれる。 この高速中性子は減速材など媒質との衝突によって次第にエネルギーを失っていく。 核分裂で発生する中性子のエネルギー分布(核分裂スペクトル)は、図6.1に示す ように、平均エネルギーが約2MeV、最確エネルギーが約0.75MeVの分布をしている。 このエネルギー分布については、第3章で述べたように、核種によって若干変化する ものの、次に示す実験式が良く用いられる。

 $s(E) = 0.453e^{-1.036E} \sinh\sqrt{2.29E}$  (6.1)

注6.1:  $\int_{0}^{\infty} \mathbf{s}(\mathbf{E}) d\mathbf{E} = 1$ 

ここで、EはMeV単位で表した中性子のエネルギーである。それは分裂中性子1個 に規格化してある<sup>(注6.1)</sup>。

中性子束のいろいろなエネルギーに対する分布は図6.2に示すように、大きく3つの 領域に分けられる。

- ・核分裂エネルギー領域
   中性子が核分裂によって発生したときのエネルギー分布
- ・減速エネルギー領域
   中性子が媒質との衝突(主に弾性散乱)によりエネルギーを失う(減速)
   過程にあるときのエネルギー分布
- ・熱エネルギー領域 中性子が周りの物質(主に水)と熱平衡状態となっているときのエネルギー分 布

この核分裂で発生した中性子が媒質との散乱により、エネルギーを失い減速していく様子について、以下で考えてみよう。

## 6.2 弾性散乱による減速

中性子の減速(slowing down)は、原子核との衝突の過程において起こる。中性 子が原子核と衝突し散乱される場合、衝突前後の全運動エネルギーが保存する弾性 散乱と、保存しない非弾性散乱とがある(1.6節参照)が、減速の過程では弾性散乱 が主となる。以下では、弾性散乱による中性子の減速について考える。

### 6.2.1 弾性散乱の力学

中性子(質量を1とする)が静止している質量Aの原子核と衝突し、弾性散乱されて 減速する場合を考える。ここで考えているような、原子炉の中での減速作用を生じる 弾性散乱では、中性子は標的となる原子核に比べて非常に大きな速さで動き回って いるため、原子核は静止していると考えて良い。





(b) レサジーを変数とした中性子束 φ(u) (単位レサジー当たりの中性子束)

図6.2 原子炉における中性子エネルギースペクトルの概要

(a)と(b)は同じ中性子束をエネルギーあるいはレサジーを変数として表現したもので ある(6.3.1節を参照のこと)

また、この衝突では、中性子と原子核との重心に立って反応を観察すると、中性子 は等方散乱することがわかっている。すなわち、重心から見たときには、散乱後の中 性子はどの方向へも同じ割合で散乱されることになる。そうすると後の計算が簡単に なるので、ここでは重心とともに移動する座標系(重心系(center of mass system)と いう)を考えることとする。なお、重心系に対して、私達が実際に反応を観測している 通常の座標系のことを実験室系(laboratory system)と呼ぶ。

重心系において導かれた結論は、最終的には実験室系に変換することが必要となる(でなければ、実際に使用できない)。以下では、図6.3に示すように、衝突前後の中性子の速さをv、v'、原子核の速さをV、V'、散乱前後の中性子の進行方向の角度変化(散乱角)を $\theta$ とし、また重心系での速さ、角度には添え字 $C(v_c, V_c \alpha \mathcal{E})$ を、実験室系に対しては添え字 $L(v_L, V_L \alpha \mathcal{E})$ をつけることとする。

まずは、実験室系において衝突を考える。標的となる(静止している)原子核を原点とし





図6.3 弾性散乱(実験室系と重心系)

て、そこから中性子までの距離をxとすると、重心の位置xcmは、以下のように表される。

$$x_{CM} = \frac{x}{A+1} \tag{6.2}$$

これより重心の速さvcmは、

$$v_{CM} = \frac{d}{dt} x_{CM} = \frac{v_L}{A+1}.$$
(6.3)

となり、重心は速さv<sub>CM</sub>で原子核に向かっていることとなる。

これを重心系、すなわち重心に原点をもつ座標系から見ると、中性子と原子核はそれぞれ以下の速さで反対側から重心に向かって進んでいることとなる。

中性子の速さ 
$$v_C = v_L - v_{CM} = \frac{A \cdot v_L}{A+1}$$
 (6.4)

原子核の速さ  $V_C = v_{CM} = \frac{v_L}{A+1}$  (6.5)

このときの両者の運動量の和は、以下に示すようにゼロとなっている(重心系では、 運動量は常にゼロである)。

運動量の和=
$$v_C$$
 +  $A \times (-V_C) = \frac{A \cdot v_L}{A+1} - A \cdot \frac{v_L}{A+1} = 0$ 

(原子核は中性子と逆方向から重心に向かっているため、原子核の速さにマイナスの 符号が付いている。)

散乱後も運動量はゼロ(運動量の保存)なので、v<sub>c</sub>'-A·V<sub>c</sub>'=0より

 $v_c' = A \cdot V_c'$  (6.6)

となる。なお、重心は常に中性子と原子核を結んだ直線状にあるので、衝突した後の 中性子と原子核は反対方向に散乱されることとなる(図6.3参照)。 次に散乱前後でのエネルギー保存を考えると、

$$\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v_{C}^{2} + \frac{1}{2} \cdot A \cdot V_{C}^{2} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \left(\frac{A \cdot v_{L}}{A + 1}\right)^{2} + \frac{1}{2} \cdot A \cdot \left(-\frac{v_{L}}{A + 1}\right)^{2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v_{C}^{2} + \frac{1}{2} \cdot A \cdot V_{C}^{2}$$
(6.7)

であるので、

(6.5) 式、(6.6) 式および (6.7) 式より、

$$v_C' = \frac{A \cdot v_L}{A+1} = v_C \tag{6.8}$$

$$V_C = \frac{v_L}{A+1} = V_C \tag{6.9}$$

となり、重心系では散乱後も速さは変化せず、進む方向だけが変化することとなる。 すなわち重心系では、中性子は原子核と衝突してもそのエネルギーは変化しないこと がわかる。

では、実験室系に戻って、中性子の速さの変化を考えてみよう。衝突の前後で重心の速度(速さと向き)は変わらないので、実験室系と重心系の速さと散乱角の関係は、図6.4のようになる。速度ベクトルで考えると、 $\vec{v}_L'=\vec{v}_C'+\vec{v}_{CM}$ であり、両辺を2乗すると、

となり、実験室系における散乱前後の中性子のエネルギー変化は以下のようになる。

$$\frac{E_{L}'}{E_{L}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v_{L}^{2}}{\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v_{L}^{2}} = \frac{v_{L}'^{2}}{v_{L}^{2}} = \frac{A^{2} + 2A\cos\theta_{C} + 1}{(A+1)^{2}} \quad \dots \tag{6.11}$$

ただし、ここでの散乱角θ<sub>c</sub>は重心系での値であることに注意。 上式を変形すると

$$\frac{E_L'}{E_L} = \frac{A^2 + 1}{(A+1)^2} + \frac{2A\cos\theta_C}{(A+1)^2} = \frac{(A+1)^2 + (A-1)^2}{2(A+1)^2} + \frac{(A+1)^2 - (A-1)^2}{2(A+1)^2}\cos\theta_C$$

$$= \frac{1+\alpha}{2} + \frac{1-\alpha}{2}\cos\theta_C$$
(6.12)

 $\mathbb{ZZC}, \ \alpha = \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2 \mathbb{EUZ}_{\circ}$ 

この式より、散乱角 $\theta_c=0$ (衝突前後で向きが変わらない)の場合、 $E_L'=E_L$ であり、散乱前後で中性子のエネルギー変化が無いことがわかる。また、 $\theta_c=\pi$ (真後ろにはね返されたとき)の場合には、 $E_L'=\alpha E_L$ で、散乱後の中性子エネルギーは最小となる(中性子の失うエネルギーが最大となる)。すなわち、散乱後のエネルギーは $E_L'=E_L \sim \alpha E_L$ の間に入ることとなる。標的となる原子核の質量Aが小さいほど $\alpha$ が小さくなり、水素原子核の場合(A=1)には、 $\alpha=0$ であることから、1回の散乱で中性子のエネルギーを全て失うこともある。



図6.4 散乱角の関係(実験室系と重心系)

### 6.2.2 散乱後のエネルギーおよび角度の分布

重心系では中性子は等方に散乱されるので、散乱後の中性子の方向が $\theta \sim \theta + d\theta$ の間となる確率は、図6.5に示すように、

$$p(\theta)d\theta = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \cdot \sin\theta d\theta = \frac{2\pi \sin\theta}{4\pi} d\theta = \frac{\sin\theta}{2} d\theta \qquad (6.13)$$

となる。 散乱角 $\theta \sim \theta + d\theta$ に対応した 散乱後のエネルギーを  $E' \sim E' + dE'$ とすると、こ のエネルギー範囲に入る確率  $p(E \rightarrow E') dE'$ は

$$p(E \to E')dE' = p(\theta)d\theta = p(\theta)\frac{d\theta}{dE'}dE' = \frac{\sin\theta}{2} \cdot \frac{-2}{E(1-\alpha)\sin\theta}dE' = -\frac{dE'}{E(1-\alpha)}$$

$$E' = \left(\frac{1+\alpha}{2} + \frac{1-\alpha}{2}\cos\theta\right) E$$
であるので、 $dE' = -\frac{(1-\alpha)E}{2}\sin\theta d\theta$ となることを用いた。

この確率 $p(E \rightarrow E')dE'$ は、散乱前のエネルギーEのみの関数であり、散乱後のエネ ルギーE' に対しては一定値となっている。なお、(6.14)式では、散乱角が増加すると 散乱後のエネルギーが減少するため、dE'は負の値となっている。dE'を正の値に置き 換えて整理すると、エネルギーEの中性子が弾性散乱後にエネルギーE'~E'+dE'とな る確率は以下のようになる(図6.6参照)。

$$p(E \to E')dE' = \frac{dE'}{E(1-\alpha)} \qquad \text{for } \alpha E < E' < E \qquad \dots \qquad (6.15)$$
$$= 0 \qquad \text{for } E' < \alpha E \text{ or } E < E'$$

散乱角の重心系と実験室系の関係は、図6.3より、

1.1

$$v_L' \sin\theta_L = v_C' \sin\theta_C \qquad (6.16)$$
$$v_L' \cos\theta_L = v_C' \cos\theta_C + v_{CM}$$

であるので、(6.3) 式、(6.8) 式を用いて、



#### 図6.5 散乱確率p(θ)dθの算出

図の原点Oで等方散乱した中性子の散乱後の角度が $\theta \sim d\theta$ となる確率 $p(\theta)d\theta$ は、図(a)に示した半径1の球の表面にある帯状の面積Sに比例する。この面積は微小面積dSを角度 $\varphi$ について1まわり積分すれば良い。微小面積dSは図(b)よりdS=sin $\theta d\theta d\varphi$ であるので、帯の面積Sは次式となる。

 $S = \int_{\theta}^{2\pi} dS = \sin\theta d\theta \int_{\theta}^{2\pi} d\phi = 2\pi \sin\theta d\theta$ 

```
半径1の球の表面積は4\piであるので、確率p(\theta)d\thetaは、
```

$$p(\theta)d\theta = \frac{S}{4\pi} = \frac{\sin\theta d\theta}{2}$$



$$\cos\theta_L = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2\theta_L}} = \frac{A\cos\theta_C + 1}{\sqrt{A^2 + 2A\cos\theta_C + 1}} \quad \dots \tag{6.18}$$

となる。

散乱角θの余弦cosθの平均値(平均余弦)を考えてみよう。もし、散乱が等方的で あれば、平均余弦はゼロとなる。前方に散乱されることが多ければ正となり、後方に 散乱される場合は負となる。従って、平均余弦の値がわかれば、散乱のおおよその 様子(散乱後の方向)がわかるのである。ここで考えている、中性子の弾性散乱では、 重心系では等方散乱であるので、重心系における平均余弦<sup>(注6.2)</sup>は以下のとおりゼロ となる。

一方、実験室系では、(6.18)式より、

$$\overline{\cos\theta_L} = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \cos\theta_L \sin\theta_C d\theta_C = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \frac{A\cos\theta_C + 1}{\sqrt{A^2 + 2A\cos\theta_C + 1}} \sin\theta_C d\theta_C \quad \dots \dots \quad (6.20)$$

となる。ここで、 $y = \cos\theta_C$ とおくと $dy/d\theta_C = -\sin\theta_C$ より、

$$\overline{\cos\theta_L} = \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} \frac{Ay+1}{\sqrt{A^2+2Ay+1}} \, dy = \frac{1}{8A} \int_{(A-1)^2}^{(A+1)^2} \frac{x+1-A^2}{\sqrt{x}} \, dx = \frac{2}{3A}....(6.21)$$

が得られる。ここで $x=A^2+2Ay+1$ とした。この結果、実験室系では標的となる原子核 が重ければ $\cos\theta_L$ は0に近づき、散乱は等方的になるが、軽い原子核では前方への散 乱が起こりやすいことがわかる。特に、軽水炉のように水素を多く含む体系では、前 方散乱が無視できない<sup>(注6.3)</sup>。

### 6.3 減速過程の取り扱い

前節において、中性子が弾性散乱したときのエネルギーおよび角度の変化につい て学んだ。次にこの知識を使って、原子炉(熱中性子炉)における中性子の減速の様 子を考えてみよう。 注6.2:確率分布がわかっている変数の平均 を求めるには、変数に確率分布関数を掛けて 全範囲で積分すればよい。この場合、変数 $\theta_c$ の確率分布関数は $p(\theta_c)$ であり、積分範囲は図 6.4より0~ $\pi$ となる。

注6.3: 水素では $\overline{\cos\theta_{L}}=2/3$ であることから、  $\overline{\theta_{L}}=48.2^{\circ}$ である。従って、かなり前方散乱が 大きく、「散乱後に中性子が前に進みやすい」 と言える。この効果は、原子炉の炉心からの 中性子の漏れ量を大きくする方向に働く。

### 第6章 中性子の減速

注6.4:(6.12)式より、散乱角θが一定の場合 には、散乱前後のエネルギーの比は、そのエ ネルギーに依らず一定値となる。すなわち、元 のエネルギーの一定割合が失われていること となる。

注6.5:レサジー (lethargy) とは「不活発」、 「倦怠」という意味である。uが増加すること はエネルギーEが減少し、中性子の運動が鈍 ることに対応する。このことからレサジーとは 中性子のバテ方の指標とみなすと理解しやす い。

注6.6:図6.7に示すように、減速前のエネル ギーに対する「比」が一定で変化する場合、 レサジーを単位にすると、「差」が一定で変 化することとなる。例えば、初期エネルギーを E<sub>0</sub>とし、1回の散乱によりエネルギーが1/εにな るとすると、減速途中のエネルギー変化は次 のようになる。

 $E_0 \rightarrow E_0/\varepsilon \rightarrow E_0/\varepsilon^2 \rightarrow E_0/\varepsilon^3 \rightarrow E_0/\varepsilon^4 \rightarrow \cdots$ 

この変化をレサジーで表わすと、 $\ln(E_0/E_0)=1$ 、  $\ln(E_0/(E_0/\epsilon))=\ln\epsilon$ 、 $\ln(E_0/(E_0/\epsilon^2))=2\ln\epsilon$ 等で あるので

 $1 \rightarrow \ln \varepsilon \rightarrow 2 \ln \varepsilon \rightarrow 3 \ln \varepsilon \rightarrow 4 \ln \varepsilon$ 

となる。このように、エネルギーでは変化量を 「掛け算」で表わされていたが、レサジーを 使うと、「足し算」で表現でき、取り扱いが簡 単になる。

## 6.3.1 レサジー

## (1) レサジーによる表現

散乱による中性子エネルギーの減少(減速)では、(6.12)式に示したように、散乱 前のエネルギーのある割合が失われていく<sup>(注6.4)</sup>。このエネルギーの減少は数MeV から数10meV程度に至るまでよそ10<sup>8</sup>の範囲にわたって大幅に変化する。このような 大幅な桁の事柄はそのままでは扱いにくいが、対数として扱えば様子を把握しやす い。そこで次の式で定義するエネルギーの対数であるレサジー(lethargy)<sup>(注6.5)</sup>とい う無次元の変数を用いることとする<sup>(注6.6)</sup>(図6.7参照)。

レサジー: $u \equiv \ln \frac{E_0}{E}$	(6.22)	
------------------------------------	--------	--

ここで、E<sub>0</sub>は基準となる任意のエネルギーであり、原子炉の解析においては、十分 大きな値として10MeVが良く使われている。このレサジーをエネルギーで微分すると、

$$\frac{du}{dE} \equiv -\frac{1}{E} \tag{6.23}$$

となり、エネルギーが減少するとレサジーは増加する。すなわち、中性子の減速により、レサジーは増えていくこととなる。

</

E<sub>0</sub>=10MeVのときの、次のエネルギーのレサジーを計算してみよう。

E=1MeV, 1eV, 0.025eV

〈解答6.1〉

レサジーの定義 (6.22) 式より、u=ln(10<sup>7</sup>/E)なので、以下のとおりとなる。

E(eV)	$E_0/E$	u
10 <sup>6</sup>	$10^7/10^6 = 10^1$	$\ln 10^1 = 2.30$
1	$10^7/1 = 10^7$	$\ln 10^7 = 16.1$
0.025	107/0.025=4.0>	$< 10^8 \ln (4.0 \times 10^8) = 19.8$
0000000000000	~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~	

以下では、このレサジーuをエネルギーEの代わりに使っていく。まず、中性子束(E)を レサジー単位で表すことを考えてみよう。あるエネルギー区間E~E+dEとそれに対応す るレサジー区間u~u+duにおける中性子の衝突数は等しくならなくてはいけないので、

 $\Sigma_t(E)\phi(E)dE = -\Sigma_t(u)\phi(u)du \cdots (6.24)$ 

となる。ここで、Σ<sub>t</sub>は巨視的全反応断面積である。また、エネルギーの減少がレサジーの増加となるため、マイナス符号をつけてある。断面積は、レサジー単位で表しても値が変わらないので、結局、(6.24)式は以下のようになる。

## $\phi(E)dE = -\phi(u)du \qquad (6.25)$



図6.7 減速状態におけるエネルギー減少の様子 減速過程においてエネルギーを失う割合が一定の場合(「比」が一定の場合)、エネル ギーの対数をとると、減速前後の「差」が一定となる。 (6.23) 式に示した、du/dE=-1/Eの関係を用いると、レサジー単位の中性子束は、

$$\phi(u) = E\phi(E) \quad \dots \quad (6.26)$$

と表現される。後で出てくる1/Eスペクトルでは、φ(E)∞1/Eであるので、レサジー単位 の中性子束φ(u)は一定値となる(図6.2 (b)参照)。

### (2) 平均レサジー増加

上にも述べたように、中性子は散乱前のエネルギーのある割合を失いながら、減速 していく。従って、散乱前後のエネルギーの比を変数としているレサジーの変化(増加)は、平均化すると一定の値となる。1回の衝突によりレサジーが平均的にどのくら い増加(平均レサジー増加、またはエネルギー減少率の対数平均と呼び、ξで表す) するかは、次式により計算できる。

$$\xi = \overline{u'-u} = \overline{\ln\frac{E_0}{E'} - \ln\frac{E_0}{E}} = \overline{\ln\frac{E}{E}} = \frac{\int_{\alpha E}^{E} \left(\ln\frac{E}{E'}\right) p(E \to E') dE'}{\int_{\alpha E}^{E} p(E \to E') dE'}$$
$$= \frac{\int_{\alpha E}^{E} \left(\ln\frac{E}{E'}\right) \frac{1}{E(1-\alpha)} dE'}{\int_{\alpha E}^{E} \frac{1}{E(1-\alpha)} dE'} \qquad (6.27)$$
$$= 1 + \frac{\alpha \ln\alpha}{1-\alpha} = 1 + \frac{(A-1)^2 \ln\left(\frac{A-1}{A+1}\right)}{2A}$$

なお、前述のように $\alpha = \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2$ である。この式に示されているように、 $\xi$ は中性子のエネルギーに関係なく、原子核の質量のみによって決まる。A=1 (水素)の場合、  $\xi=1$ となる。また、Aが大きいとき ( $A \gg 1$ )、 $\ln(A\pm 1) \approx \ln A \pm \frac{1}{A} - \frac{1}{2A^2} \pm \frac{1}{3A^3}$ と近似できるので、(6.27)式は次のようなる。

$$\begin{split} \xi &= 1 + \frac{\left(A - 1\right)^2}{2A} \ln\left(\frac{A - 1}{A + 1}\right) = 1 + \frac{\left(A - 1\right)^2}{2A} \left\{\ln(A - 1) - \ln(A + 1)\right\} \\ &\approx 1 + \frac{\left(A - 1\right)^2}{2A} \left(-\frac{2}{A} - \frac{2}{3A^3}\right) = 1 - \frac{\left(A - 1\right)^2}{A^2} \left(1 + \frac{1}{3A^2}\right) \\ &= 1 - \left(1 - \frac{2}{A} + \frac{1}{A^2}\right) \left(1 + \frac{1}{3A^2}\right) \approx \frac{2}{A} - \frac{4}{3A^2} \\ &= \frac{2}{A} \left(1 - \frac{2}{3A}\right) \approx \frac{2}{A} \frac{1}{1 + \frac{2}{3A}} = \frac{2}{A + \frac{2}{3A}} \end{split}$$

すなわち、

$$\xi \approx \frac{2}{A+2/3}$$
 (6.28)

この式は、A≥10で非常に良い近似となるが、A=2でも誤差は約3%である。 初期のレサジーがu<sub>0</sub>であった中性子が原子核とn回衝突した場合の平均レサジー 増加はnζであり、衝突後の平均レサジーūをとすると、

 $n\xi = \overline{u - u_0} = \overline{u} - u_0 \quad \dots \quad (6.29)$ 

となる。これより、平均レサジールまでの衝突回数は、次式により計算できる。

$$n = \frac{\overline{u} - u_0}{\xi} \quad \dots \tag{6.30}$$

たとえば、核分裂で生まれた2MeVの中性子が、0.025eVの熱中性子になるまでの 衝突回数nは、

### 第6章 中性子の減速

注6.7:減速に必要な平均回数が、このよう に簡便に計算できることは、変数としてレサ ジーを用いる利点の一つともいえる。なお、こ こでは2MeVから0.025eVへの減速過程の計 算を行ったが、(6.30)式に示すように、レサ ジー変化量(*u*-*u*<sub>0</sub>)が同じであれば、その中性 子のエネルギーとは無関係に平均して同じ回 数の衝突が必要となる。

$$n = \frac{\ln\frac{2\times10^{6}}{0.025} - \ln\frac{2\times10^{6}}{2\times10^{6}}}{\xi} = \frac{\ln\frac{2\times10^{6}}{0.025}}{\xi} = \frac{18.2}{\xi}$$
(6.31)

となる。水素原子核による減速の場合 (ξ=1)、約18回の衝突が必要となる<sup>(注6.7)</sup>。 レサジーは定義の (6.22) 式にしたがえば、

 $E = E_0 e^{-u}$ 

であるから、このレサジーとエネルギーの関係は指数関数になり、図6.8のようになる。 図示したように、垂線をξずつ離して引けば、それぞれの高さ(図の〇印)は次々と衝 突してゆく際の中性子のエネルギーの平均値になる。平均的に言って中性子は散乱 衝突の初期ほどエネルギー損失が大きいこともわかる。



図6.8 エネルギーとレサジーの関係

なお、中性子を散乱する物質が複数の原子核で構成されているとき、ξは次式に示 すように、各原子核の巨視的散乱断面積を重みとして求めれば良い。

$$\xi = \frac{\sum_{i=1}^{N} \xi^{i} \Sigma_{s}^{i}}{\sum_{i=1}^{N} \Sigma_{s}^{i}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \xi^{i} N^{i} \sigma_{s}^{i}}{\sum_{i=1}^{N} N^{i} \sigma_{s}^{i}} \dots$$
(6.32)

ここで、iは散乱物質を構成する原子核を示す。種々の材料のξおよびnを表6.1に示 す。なお、ここでの散乱断面積は減速エネルギー領域における値(ほぼ一定値)となる。

〈例題6.2〉

水 ( $H_2O$ ) の $\xi$  および2MeVから0.025eVになるまでの平均衝突回数nを求めて見よう。ただし、HとOの減速エネルギー領域における微視的散乱断面積をそれぞれ20.3 (barn)、3.78 (barn)とする。

〈解答6.2〉

水素 (H) は $\xi$ =1であり、 微視的散乱断面積 $\sigma_s$ =20.3 (barn) である。また、酸素 (O) は、 $\xi$ =0.120、 $\sigma_s$ =3.78 (barn) であるので、

 $\xi = (1 \times 2 \times 20.3 + 0.12 \times 1 \times 3.78) / (2 \times 20.3 + 1 \times 3.78) = 0.925$ 

となる。これより、2MeVから0.025eVの中性子になるまでの衝突回数nは、

n=18.2/0.925=19.7回となる。

#### 6.3.2 減速能と減速比

熱中性子炉では、中性子を効率的に減速し、熱中性子とすることが求められる。こ のための減速材としては、衝突1回当りのエネルギー減少が大きい原子核、すなわち *と*が大きい原子核が適している。ただし、中性子が原子核と衝突(散乱)するために

### 表6.1 平均レサジー増加と熱中性子となるまでの衝突回数

	質量数A	平均レサジー増加ξ	衝突回数n=18.2/ξ
Н	1	1	18.2
D	2	0.725	25.1
He	4	0.425	42.8
Be	9	0.207	88.1
C	12	0.158	115
0	16	0.120	152
Na	23	0.084	215
H <sub>2</sub> O		0.925	19.7
D <sub>2</sub> O		0.508	35.8

### 表6.2 減速材の減速能および減速比

	密度ρ[kg/m <sup>3</sup> ]	平均レサジー増加ξ	減速能ξΣ <sub>s</sub> [m <sup>-1</sup> ]	減速比 $\xi \Sigma_s / \Sigma_a$
H <sub>2</sub> O	$1.00 \times 10^{3}$	0.925	$1.38 \times 10^{2}$	69.2
D <sub>2</sub> O	$1.10 \times 10^{3}$	0.508	$1.77 \times 10^{1}$	4685
Be	$1.85 \times 10^{3}$	0.207	$1.57 \times 10^{1}$	188
C	$1.60 \times 10^{3}$	0.158	$5.98 \times 10^{0}$	238

は、巨視的散乱断面積 $\Sigma_s$ が大きいことが必要となる。このことから、減速の能力を 示すパラメータとして、両者の積 $\xi\Sigma_s$ が使われることがある。これを減速能 (slowing down power) と呼ぶ。

しかし、いくら減速能が大きくても、中性子の吸収が大きい物質は減速材 (moderator)としては適していない。このため、減速能( $\xi\Sigma_s$ )が大きく、かつ巨視的吸 収断面積( $\Sigma_a$ )が小さいことが減速材に求められる。この性能を示すパラメータとして、 両者の比をとった減速比(moderating ratio) $\xi\Sigma_s/\Sigma_a$ が減速材の性能を示すパラメータ として用いられる。

減速能: $\xi\Sigma_s$ 

減速比: $\xi \Sigma_s / \Sigma_a$ 

表6.2に代表的な減速材の減速能および減速比を示す。なお、ここでの散乱断面 積は(6.32)式の散乱断面積と同様に減速エネルギー領域における値を用いるが、吸 収断面積は熱中性子に対する値が用いられる。

### 〈例題6.3〉

酸化ベリリウムBeOの減速能と減速比を求めてみよう。ただし、BeOの密度は、 3.025kg/m<sup>3</sup>、分子量は25.02であり、BeおよびOの微視的断面積は以下のとおりと する。

	散乱 (barn)	吸収 (barn)
Be	6.14	0.00674
0	3.78	0.000168

〈解答6.3〉

まず、BeOのξを (6.32) 式により計算すると、以下のようになる。

*ξ*= (0.207×1×6.14+0.120×1×3.78) / (1×6.14+1×3.78) =0.174 BeOの分子個数密度N (これはBeおよびOの原子個数密度に等しい) は、

N=3.025×10<sup>3</sup>[kg/m<sup>3</sup>]/25.02×10<sup>-3</sup>[kg/mol]×6.022×10<sup>23</sup>[分子/mol]

=7.28×10<sup>28</sup>[分子/m<sup>3</sup>]

であるので、BeOの巨視的断面積は次のようになる。

散乱断面積Σ<sub>s</sub>=7.28×10<sup>28</sup>×6.14×10<sup>-28</sup>+7.28×10<sup>28</sup>×3.78×10<sup>-28</sup>=72.2[m<sup>-1</sup>]

吸収断面積 $\Sigma_a$ =7.28×10<sup>-28</sup>×0.00674×10<sup>-28</sup>+7.28×10<sup>-28</sup>×0.000168×10<sup>-28</sup> =5.03×10<sup>-2</sup>[m<sup>-1</sup>] これより、

減速能ξΣ<sub>s</sub>=0.174×72.2=1.26[m<sup>-1</sup>]

減速比ξΣ<sub>s</sub>/Σ<sub>a</sub>=12.6/(5.03×10<sup>-2</sup>)=250

となる。

### 6.3.3 減速過程における中性子のバランス

### (1) 減速密度

中性子の減速過程において、あるレサジーuを単位時間に通過する単位体積当りの 中性子数をq(u)とし、これを減速密度 (slowing down density)と呼ぶ (図6.9参照)。

中性子は1回の衝突で平均 $\xi$ ずつレサジーを増加させながら減速しているので、uを通過した中性子のうち、 $u \sim u + du$ の間で衝突する中性子の割合は、 $du/\xi$ となる。(uを通過した後に体系から漏れていく中性子は無視できるとする。)従って、 $u \sim u + du$ の間で衝突する中性子数は、 $q(u)du/\xi$ となる。一方、レサジー単位で表した中性子束を $\phi(u)$ とすると、同じレサジー区間 $u \sim u + du$ で何らかの反応(衝突)をする中性子数は、 $\Sigma_t(u)\phi(u)du$ である。体系からの漏れが無い場合には、両者が等しいことから、

 $q(u) = \xi \Sigma_t(u) \phi(u) \qquad (6.33)$ 

が得られる。

(2) 中性子バランスの式

あるレサジー区間u~u+duにおける中性子の収支(バランス)を考えてみる。ここでは、簡単のために、体系が無限の大きさを有し、中性子の漏れが無いものとする。 この場合、中性子束や減速密度の空間依存性が無くなる。

減速されてレサジー区間に入ってくる中性子と出て行く中性子の収支は、入ってく る中性子はレサジーuを通過して減速される中性子q(u)であり、出て行く中性子はレ サジーu+duを通過して減速される中性子q(u+du)であるので、

①減速による収支= 
$$q(u) - q(u + du) = \frac{\partial q(u)}{\partial u} du$$
 .....(6.34)

となる。なお、 $\frac{\partial q(u)}{\partial u} = \frac{q(u+au)-q(u)}{du}\Big|_{du \to 0}$ を用いている。

中性子の漏れや発生がない場合、中性子数の変化は吸収により生じる。区間u~ u+du内において吸収されて失われる中性子数(単位体積、単位時間当たりの量)は、



図6.9 中性子の減速密度と衝突数 レサジールを通過した中性子q(u)のうち、 $u \sim u + du$ において衝突する割合は $du/\xi$ であるの で、 $u \sim u + du$ において単位時間、単位体積当り衝突する中性子の数は $q(u) \times du/\xi$ となる。 以下で表される。

②吸収による減少= $-\Sigma_a(u)\phi(u)du$	(6.35)
定常状態では、①と②が釣り合っているので、次式を得る。	
$\frac{\partial q(u)}{\partial u} = -\Sigma_a(u)\phi(u)$	(6.36)

(6.33) 式を使うと、

$dq(u)  \Sigma_a(u)$	-le N	( <b>)</b>
$\frac{du}{du} = -\frac{1}{\xi \Sigma_t(u)}$	q(u)	(6.37)

となる。この式が減速過程にある中性子のバランス式である。

体系内での吸収が無い場合には、 $\frac{dq(u)}{du} = 0$ となるので、

q(u)=定数=q(0) [減速密度の初期値] …………………………………………(6.38)

となる。

減速過程において中性子の漏れも吸収も無い場合には、減速を開始するエネル ギー(レサジーu=0)で生まれた中性子q(0)が、全て減速されていくことになり、減速 密度はレサジーに依存しない一定値となる。これを中性子束で表すと、

 $\phi(u) = \frac{q(u)}{\xi \Sigma_t(u)} = \frac{q(0)}{\xi \Sigma_s(u)} \approx \frac{q(0)}{\xi \Sigma_s} \dots \tag{6.39}$ 

(多くの場合、減速エネルギー領域では、散乱断面積Σ,は一定となる。) となり、中性子束φ(u)は一定値となる。 中性子束をエネルギー単位で表現すると、

 $\phi(E) = \frac{\phi(u)}{E} = \frac{q(0)}{\xi \Sigma_s E} \propto \frac{1}{E} \quad \dots \quad (6.40)$ 

が得られる。これより、中性子束 $\phi(E)$ は、エネルギーが小さいほど大きくなることが わかる。これは、減速によるエネルギーの減少幅がエネルギーの低下とともに小さく なっているためである。もし $\phi(E)$ が一定であったとすると、エネルギーの減少幅が小 さくなったときに減速密度は減少してしまう。

減速密度がエネルギーに依らず一定となるためには、エネルギーの減少幅が小さく なった分だけ中性子束¢(E)が大きくなっていることが必要となる。この中性子スペク トルは1/Eスペクトル(1/E spectrum)と呼ばれ、熱中性子炉の減速エネルギー領域 では概ねこのスペクトルが成立している。

## 6.4 共鳴吸収

### 6.4.1 共鳴吸収を逃れる確率

減速過程における吸収は共鳴吸収が主となっている。中性子は減速材と衝突(散乱)するたびに、エネルギーを失いながら減速していくが、減速後のエネルギーが共 鳴吸収のエネルギーに一致した場合、非常に高い確率で吸収されてしまうこととなる。

減速されて、あるレサジーu<sub>1</sub>を通過した中性子が、レサジーu<sub>2</sub>まで吸収されずに減速する確率p(u<sub>1</sub>; u<sub>2</sub>)は、減速密度を用いて次式で表現できる。

 $p(u_1; u_2) = q(u_2)/q(u_1)$ 

これを共鳴吸収を逃れる確率 (resonance escape probability) という。具体的に は、減速過程において吸収があるときの中性子バランスの式 (6.37) を考える(漏れは 無視できるものとする)。

dq(u)	$\sum_{a}(u) = \sum_{a}(u)$	10 11
du	$= -\frac{1}{\xi \Sigma_t(u)} q(u)$	 (6.41)

これをレサジーu1~u2の範囲(u1 < u2)について解く(積分する)と、

$$q(u_2) = q(u_1) \exp\left(-\int_{u_1}^{u_2} \frac{\Sigma_a(u)}{\xi \Sigma_t(u)} du\right) \approx q(u_1) \exp\left(-\int_{u_1}^{u_2} \frac{\Sigma_a(u)}{\xi \{\Sigma_s + \Sigma_a(u)\}} du\right) \cdots \quad (6.42)$$

となる。最右辺の式における散乱断面積 (Σ<sub>s</sub>) はレサジーに依存せず、ほぼ一定であ ることを示している。

これより、レサジーu<sub>1</sub>を通過した中性子のうち、レサジーu<sub>2</sub>まで吸収されずに減速 する中性子の割合、すなわち共鳴吸収を逃れる確率は次式となる。

$$p(u_1; u_2) = \exp\left(-\int_{u_1}^{u_2} \frac{\Sigma_a(u)}{\xi \{\Sigma_s + \Sigma_a(u)\}} du\right) \quad ....$$
(6.43)

この式を、エネルギーの単位 (E1 > E2) で表すと、

となる。

### 6.4.2 実効共鳴積分

(6.44) 式の指数部について、エネルギー依存性の無い量を積分の外に取りだして、 以下のように変形する。

$$-\int_{E_2}^{E_1} \frac{\Sigma_a(\mathbf{E})}{\xi \{\Sigma_s + \Sigma_a(\mathbf{E})\}} \frac{dE}{E} = -\int_{E_2}^{E_1} \frac{N_a \sigma_a(\mathbf{E})}{\xi \{\Sigma_s + N_a \sigma_a(\mathbf{E})\}} \frac{dE}{E}$$
$$= -\frac{N_a}{\xi \Sigma_s} \int_{E_2}^{E_1} \frac{\sigma_a(\mathbf{E})}{1 + \sigma_a(\mathbf{E}) N_a / \Sigma_s} \frac{dE}{E} = -\frac{N_a}{\xi \Sigma_s} I_{eff}$$
(6.45)

ここで、 $N_a$ は共鳴吸収核種の原子個数密度である。また、次式で定義される $I_{eff}$ を 実効共鳴積分 (effective resonance integral) という。

$$I_{eff} = \int_{E_2}^{E_1} \frac{\sigma_a(E)}{1 + \sigma_a(E)N_a/\Sigma_s} \frac{dE}{E} \cdots (6.46)$$

これに対して、次の量Iを、共鳴積分 (resonance integral)と呼ぶ。

$$I = \int_{E_{th}}^{E_0} \frac{\sigma_a(E)}{E} dE \qquad (6.47)$$

この共鳴積分は、微視的吸収断面積に減速エネルギー領域の中性子束((1/E)を 乗じて積分した形となっており、吸収体により中性子スペクトルが歪まない場合の吸 収核種1個当りの吸収反応率となっている。これは、散乱反応に比べて吸収反応が 非常に少ない状態( $\sigma_a N_a \ll \Sigma_s$ )で成立する。このような状態を、吸収核種が散乱核種 に無限に薄められているとみなせることから、「無限希釈」と呼ぶ。

一方、実効共鳴積分(式(6.46))は、無限希釈でない場合の、中性子スペクトルの 歪みを考慮した「実効」的な量となっている。

考えているエネルギー範囲における共鳴吸収反応を起こす核種が多く存在する 場合、共鳴吸収反応を起こすエネルギーの中性子が極端に少なくなり、共鳴吸収核 種が沢山あっても、その反応をする中性子が不足した状態となり、結果的に吸収反 応率が減少することとなる。これをエネルギー的な自己遮へい効果 (energetic selfshielding effect) と呼ぶ (図6.10参照)<sup>(注6.8)</sup>。

実効共鳴積分では、この自己遮へい効果が考慮されている<sup>(往6.9)</sup>。なお、通常は共 鳴積分の積分範囲として、中性子が生成したときのエネルギー $E_0$ から熱中性子となる エネルギー $E_h$ までが用いられる。

原子炉においては、吸収核種は核燃料(ウランなど)であり、散乱核種は減速材 (水など)となる。通常の軽水炉の場合、軽水減速材中に燃料棒が配列した状態と なっている。減速はほとんど軽水中で起こるので、燃料棒の周りに減速中性子源が

注6.8:共鳴吸収反応を起こす核種が多い 場合、自らの吸収により、中性子が少なくな り、その結果、吸収反応率が低下する。つまり、 「自らの影響で」吸収反応率が小さくなるた め「自己」遮へい効果と呼ばれる。

注6.9:共鳴吸収反応の自己遮へい効果は、 中性子束の歪みにより生じるものであるが、 多群近似では、その効果を断面積の変化と して取り扱うことが一般的である。中性子束 の歪みを取り入れるために修正した断面積を 実効断面積 (effective cross section) と呼ぶ。 エネルギー群 $g(E_g \sim E_{g-1})$ の実効 (微視的) 吸 収断面積を $\sigma_{gg}^{gg}$ とすると、このエネルギー範囲 で積分した実効共鳴積分 $I_{effg}$ は次式で表わさ れる。

$$I_{eff,g} = \sigma_{a,g}^{eff} \int_{E_g}^{E_{g-1}} \frac{dE}{E} = \sigma_{a,g}^{eff} \ln(E_{g-1}/E_g) = \sigma_{a,g}^{eff} (u_{g-1} - u_g)$$



#### 存在していることとなる。

この場合、共鳴吸収のエネルギーまで減速された中性子は、燃料棒表面でほとん ど全て吸収されてしまい、燃料棒内部まで入っていくことができない。このため、燃 料棒内部の燃料は共鳴吸収に寄与することができない状態となり、共鳴吸収反応が

(無限希釈であるとした場合に比べて)減少することとなる。このような空間的な中 性子束の減少による共鳴吸収反応の減少効果を空間的な自己遮へい効果 (spatial self-shielding effect)と呼ぶ (図6.11参照)。

## 6.5 熱中性子スペクトル

減速材と衝突を繰り返し、十分に減速した中性子は、周りの減速材(媒質)とほぼ熱 平衡の状態(平均としてみると、運動エネルギーのやりとりが無い状態)になる<sup>(注6.10)</sup>。 この熱平衡状態の中性子を熱中性子と呼ぶ。吸収と漏れの無い体系における熱中性 子のエネルギースペクトルは、次式で表されるマックスウェル・ボルツマン分布となる。

ここで、n:中性子密度、k:ボルツマン定数、m:中性子の質量、T:媒質の絶対温 度である。

この式よりわかるように、熱中性子のスペクトルは媒質の温度により決まることとなる。中性子は媒質との弾性散乱によりエネルギーを失っていき、最終的には、運動エネギーが媒質とほぼ等しくなったところで落ち着く(平衡状態に達する)のである。

そのような中性子は、個々には媒質からエネルギーを受け取ったり、与えたりしてい るが、平均すると中性子と媒質とのエネルギーのやりとりがゼロとなっている。このよ うな場合、温度が同じであれば、減速材の種類によらず、同じスペクトルとなるはずで ある。しかし、現実には減速材による吸収反応の違いがあるため、熱中性子スペクト ルは、減速材に依存して(6.48)式から外れた形となる。

 $\phi_M(E)$ が最大値となるときのエネルギー $E_p$ を最確エネルギー (most probable energy) といい、 $E_p=kT$ となる。このエネルギーに相当する中性子速度 (最確速さ)を  $v_p$ とすると、

 $E_p = \frac{1}{2} m v_p^2 = kT$  (6.49)

となる。この関係より、温度20℃における最確エネルギーE<sub>p</sub>および最確速さv<sub>p</sub>は次のようになる。

 $v_p(T=293K) = 2200m/s$  $E_p(T=293K) = 0.0253eV$ 

これらは、熱中性子の代表的な値として用いられている。このような計算の結果を

注6.10:エネルギーが低い中性子は、媒質の 原子核の熱振動ではじき飛ばされることによ りエネルギーを受け取る。一方、中性子は媒 質の原子核に衝突することにより、媒質の原 子核にエネルギーを与える。これらのエネル ギーのやりとりが平衡状態に達し、平均とし てみるとエネルギーのやりとりがない状態に なる。



図6.12に示す。

## 《例題6.4〉

(6.49) 式で与えられる最確エネルギーE<sub>p</sub>を (6.48) 式より導出せよ。
 〈解答6.4〉

$$\frac{d\phi_M(E)}{dE}\Big|_{E=E_p} = 0 f_{\mathcal{S}} \mathcal{O} \mathcal{O}$$

$$\frac{d\phi_M(E)}{dE} = C \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) - \frac{C}{kT} E \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) = \left(1 - \frac{E}{kT}\right) C \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) = 0$$

より、
$$E_p = kT$$
となる。ただし、 $C = \frac{2\pi n}{(\pi kT)^{3/2}} \left(\frac{2}{m}\right)^{1/2}$ である。

## 6.6 まとめ

弾性散乱の力学に基づき、減速過程における中性子のエネルギー変化について学 んだ。減速時はエネルギー変化が対数的であることから、エネルギーの比の対数で あるレサジーという新たな概念を導入した。減速過程における中性子のバランスを考 えることにより、漏れや吸収が無視できる場合には、中性子スペクトルは1/Eとなるこ とがわかった。また、減速過程において重要となる共鳴吸収の取り扱いの基本的な 考え方を紹介した。

さらに、エネルギーの低い熱中性子のエネルギー分布を与えるマックスウェル・ボ ルツマン分布について説明を行った。

## 《演習問題》

[1] 中性子が水素原子核(A=1)と弾性散乱し、重心系における散乱角(θ<sub>c</sub>)が以下の 値であった場合の散乱前後のエネルギーの比(E<sub>L</sub>'/E<sub>L</sub>)および実験室系における 散乱角(θ<sub>L</sub>)を求めよ。また、炭素原子核(A=12)と弾性散乱した場合についても 同様に評価せよ。

重心系における散乱角:θ<sub>C</sub>=0、π/2およびπ

- [2] 1MeVの中性子がベリリウムにより0.5eVまで減速されるために平均的に必要な 衝突回数を求めよ。
- [3] 軽水H<sub>2</sub>Oと重水D<sub>2</sub>Oを(分子数比)1対1で混合した液体(密度を1.05×10<sup>3</sup>kg/m<sup>3</sup>とする)について、次の諸量を求めよ。また、混合比が変化した場合に、これらの量はどのように変化するか。

平均レサジー増加 ξ

レサジール

散乱断面積 $\Sigma_s$ (m<sup>-1</sup>)

②実験室系の散乱角の平均余弦 cosθ

③減速能 ξΣ,

④減速比 ξΣ<sub>s</sub>/Σ<sub>a</sub>

(必要な断面積データは表6.3を参照のこと)

[4] 無限媒質中で減速される中性子の共鳴吸収を逃れる確率を(6.43)式により求めよ。ただし、散乱は全て水素原子核(A=1)によるものとする。また、媒質の巨視的散乱断面積はレサジーに依らず一定(1.5×10<sup>2</sup>m<sup>-1</sup>)であるとし、巨視的吸収断面積はレサジー幅0.1(16.0≥u≥16.1)の間で一定(1.0×10<sup>4</sup>m<sup>-1</sup>)となり、他はゼロとする(下表参照)。さらに、巨視的吸収断面積のピークが1/10となり(1.0×10<sup>3</sup>cm<sup>-1</sup>)、レサジー幅が10倍に拡がった(15.5≥u≥16.5)場合の共鳴を逃れる確率はどうなるか(巨視的散乱断面積は変わらないものとする)。

 $16.0 \le u \le 16.1$ 

 $1.5 \times 10^{2}$ 

16.1< u

 $1.5 \times 10^{2}$ 

0.0

 $0 \le u < 16.0$ 

 $1.5 \times 10^{2}$ 

表6	i.3 減速材用相 断面積	核種の微視的
-	散乱断面積 <sup>1)</sup>	吸収断面積

	散乱断面積 <sup>1)</sup> σ <sub>s</sub> [b]	吸収断面積 <sup>2)</sup> $\sigma_a[b]$
Η	20.3	$2.94 \times 10^{-1}$
D	3.38	$4.88 \times 10^{-4}$
He	7.59	$4.79 \times 10^{-5}$
Be	6.14	$6.74 \times 10^{-3}$
С	4.72	3.13×10 <sup>-3</sup>
0	3.78	$1.68 \times 10^{-4}$

 1)1keVの中性子に対する値
 2)熱中性子スペクトルに対する値 出典:JENDL-3.3ライブラリ



[5] 吸収のない無限媒質中で熱平衡状態となった熱中性子を考える。媒質の温度が20℃であるときの熱中性子の最確速さは2,200m/sとなる。媒質の温度が、 321℃に上昇したときの熱中性子の最確速さを求めよ。

[6] 次の表は、3つの減速材(軽水、重水、黒鉛)の減速・拡散の特性を示した表で ある。これを参考にして次の記述のうち誤っているものを選べ。

	軽水	重水	黒鉛
平均レサジー増加ξ	0.925	0.508	0.158
減速能 ξΣ <sub>s</sub> (m <sup>-1</sup> )	$1.38 \times 10^{2}$	$1.77 \times 10^{1}$	5.98×10 <sup>0</sup>
減速比 ξΣ <sub>s</sub> /Σ <sub>a</sub>	$6.92 \times 10^{1}$	$4.69 \times 10^{3}$	$2.38 \times 10^{2}$
拡散係数 D(m)	$1.4 \times 10^{-3}$	8.2×10 <sup>-3</sup>	8.7×10 <sup>-3</sup>
拡散距離 L(m)	$2.7 \times 10^{-2}$	$1.5 \times 10^{0}$	5.9×10 <sup>-1</sup>
フェルミ年齢 <sup>(注)</sup> τ(m <sup>2</sup> )	$3.7 \times 10^{-3}$	$1.1 \times 10^{-2}$	3.1×10 <sup>-2</sup>

①熱中性子の巨視的吸収断面積の一番小さい減速材は重水である。

②散乱に対する平均自由行程の一番短い減速材は重水である。

③熱中性子の一番透過しやすい減速材は軽水である。

④1回の散乱当たり失うエネルギーの一番大きい減速材は軽水である。

⑤移動面積M<sup>2</sup> (migration area)の一番大きい減速材は重水である。

注)フェルミ年齢 (Fermi age)  $\tau$  は、核分裂で生まれた高速中性子が減速して熱中性子となるまでの拡散距離の2乗 (=高速群の拡散面積 (5.92式参照))に相当する量であり、これを用いると移動面積 $M^2$ は次式で与えられる。

 $M^2 = \tau + L^2$ 

(出典:技術士 原子力・放射線部門 平成16年度第一次試験を一部変更)

[7] 熱中性子炉の重要な構成要素である減速材(軽水、重水、黒鉛)の基本的な性 質を下表に示す。表を参考にして次の記述のうち正しいものを選べ。

減速材	巨視的吸収断 面積(m <sup>-1</sup> )	巨視的散乱断 面積(m <sup>-1</sup> )	熱中性子まで減速するの に必要な平均衝突回数
軽水	$1.99 \times 10^{0}$	$1.49 \times 10^{2}$	19.7
重水	$3.78 \times 10^{-3}$	$3.49 \times 10^{1}$	35.8
黒鉛	2.54×10 <sup>-2</sup>	$3.79 \times 10^{1}$	115

①重水は巨視的吸収断面積が小さいので、天然ウランと組み合わせても連鎖反応 が維持できる。

- ②軽水は巨視的吸収断面積が大きいが、少ない衝突回数で減速できるので、天然ウランと組み合せても連鎖反応を維持できる。
- ③黒鉛は巨視的吸収断面積が小さいが、熱中性子まで減速するのに多くの衝突回 数が必要なので、天然ウランとの組み合せでは連鎖反応連鎖反応が維持でき ない。

④黒鉛は重水に比べて巨視的散乱断面積が小さく、巨視的吸収断面積が大きい ので、重水に比べて小さい体系で連鎖反応が維持できる。

⑤重い核を含む減速材ほど中性子をよく減速する。

(出典:技術士 原子力・放射線部門 平成17年度第一次試験を一部変更)

- [8] 原子炉の中性子エネルギースペクトルに関する次の記述のうち、誤っているもの はどれか。
- ①<sup>235</sup>Uの核分裂によって放出される高速中性子は大部分が100keV~10MeVの範囲にあり、その平均エネルギーは約2MeVである。
- ②中速中性子領域の中性子スペクトルは、<sup>238</sup>Uによる共鳴吸収によって凹凸を示 すが、全体的には1/Eに比例する分布になっている。

③減速材の温度と熱平衡にあるエネルギーの中性子を熱中性子と呼び、室温の場合にはその平均エネルギーは0.25eVである。

<sup>(</sup>出典:技術士 原子力・放射線部門 平成18年度第一次試験を一部変更)

# 第7章

# 原子炉の動特性

- 1.はじめに
- 2. 動特性方程式
- 3. 逆時間方程式
- 4.反応度印加による原子炉の出力変化

5.まとめ

〔この章のポイント〕

原子炉の運転とは、連鎖反応を維持し、制御することである。原子炉の 運転には、制御棒等の挿入・引抜きによって原子炉に印加する反応度を 調節し、その結果生じる原子炉出力の時間的変化(動特性)を知る必要 がある。

それには4章や5章で学んだ定常状態の拡散方程式ではなく、4章の 初めに扱った時間依存の拡散方程式を用いる。この時間依存を考える場 合、中性子の発生項について、核分裂によって発生する中性子の時間遅 れが異なることを考慮しなければならない。すなわち、核分裂によって瞬時 に発生する中性子と核分裂生成物の崩壊によって放出される中性子を 区別して取り扱う。

この時間依存の拡散方程式と核分裂生成物の崩壊に関する微分方 程式を連立させて考え、反応度が印加された後の原子炉出力を計算す る。また、逆に、原子炉出力の時間変化から印加された反応度の大きさを 知る。

この章では遅発中性子が原子炉の動特性において重要な役割を担っ ていることを知る。遅発中性子の存在こそが、原子炉の制御を可能になら しめたと言える。

## 第7章 原子炉の動特性

### 7.1 はじめに

ここでは、原子炉の運転と制御に必要な原子炉の時間的変化について考える。原 子炉の時間的変化を考える場合、数秒から数時間程度の比較的短い時間での状態 の変化と数日から1~2年以上という比較的長い時間にわたる変化とを分けて考える 必要がある。

長時間にわたる変化では、原子炉内で多量の核反応が起こった結果、核分裂性物 質が減少、核分裂生成物が生成し、原子炉に含まれる構成核種の数密度が変化す る。この長時間にわたる核種密度の変化の計算を燃焼解析と呼び、具体的な内容は、 第9章で述べる。

本章では、数秒から数時間程度の比較的短い時間での原子炉の中性子数あるい は出力の変化、すなわち原子炉動特性 (reactor kinetics) について考える。

## 7.2 動特性方程式

時々刻々変わる原子炉の動作を表わすにはどう考えたらよいだろうか。それには中 性子の空間分布を表わす拡散方程式を時間に依存する場合に拡張して考えるのが 自然である。そして中性子が時々刻々生まれることも同様に考慮しなくてはならない。

核分裂によって発生する中性子は、第3章で見たように、反応が起こると瞬時に 放出される中性子と、核分裂によって生成された放射性核種の一部が放射性崩壊

(ここではβ崩壊) する時に放出される中性子とがある。前者を**即発中性子** (prompt neutron)、後者を<mark>遅発中性子</mark> (delayed neutron)と呼ぶ。どちらの中性子も、核分裂 反応 (3章参照) に利用される。

ここでは、核分裂連鎖反応に即発中性子と遅発中性子を利用する拡散方程式を 時間依存で考えることを出発点とする。なお、出力が変化することによる反応度変化 (第8章で学ぶフィードバック効果)は考えないこととする。この遅発中性子の割合 をβとすると、(1-β)で決まる割合のみが即発中性子とみなされる。第5章で学んだ 順で拡散方程式を考えると遅発中性子を考慮した拡散方程式は(5.16)式より、以下 のように表すことができる。

$$\frac{\partial n(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \frac{1}{v} \frac{\partial \phi(\mathbf{r},t)}{\partial t} = D\nabla^2 \phi(\mathbf{r},t) - \Sigma_a \phi(\mathbf{r},t) + v(1-\beta)\Sigma_f \phi(\mathbf{r},t) + \sum_i \lambda_i C_i(\mathbf{r},t)$$
(7.1)

右辺の第3項と第4項は中性子発生を表し、以下で示すように、前者は即発中性子 寄与分、後者が遅発中性子寄与分になる。

ここで、C<sub>i</sub>(r,t)は、位置rにおける遅発中性子を放出して壊変する原子核(これを 遅発中性子先行核と呼び、添字iは遅発中性子先行核の種類を示す(後述))の単 位体積当たりの数であり、λ<sub>i</sub>はその崩壊定数である。(7.1)式は、従来の拡散方程式 (5.16)式に対して、全発生中性子から遅発中性子の寄与分(β)を差し引いた即発 中性子の寄与分(右辺第3項)、遅発中性子先行核の壊変によって放出される遅発 中性子の寄与分(右辺第4項)を追加したものである。

さらに、遅発中性子を発生する先行核に関する方程式が必要である。この遅発中 性子先行核は数百種類存在するが、通常は、これを発生までの時間遅れに応じて6つ の組に分けて取り扱う。これを遅発中性子6組近似と呼ぶ。なお、この組は中性子発

表 7.1主な核種の核分裂当たりに発生する平均中性子数 (ν)、核分裂当たりに 放出される平均遅発中性子数 (v<sub>d</sub>)、遅発中性子割合 (β=v<sub>d</sub>/v) および遅発 中性子先行核の平均崩壊定数 (λ)

核種	中性子エネルギー	ν	Vd	β	λ(1/s)*
<sup>235</sup> U	0.025 (eV)	2.436	0.01585	0.00651	0.0769
<sup>238</sup> U	2 (MeV)	2.630	0.04634	0.01762	0.130
<sup>239</sup> Pu	0.025 (eV)	2.884	0.00622	0.00216	0.0648

出典: JENDL-3.3

\*:6組のデータから、 $\lambda = \left[\sum_{i} \frac{\beta_i / \beta}{\lambda_i}\right]^i$ を用いて導出した値

参考:核分裂に対する6組の壊変定数λ<sub>i</sub>と6組 の割合a<sub>i</sub>(=β<sub>i</sub>/β)

核種	$\lambda_i(1/s)$	ai
	1.244×10 <sup>-2</sup>	3.30×10 <sup>-2</sup>
	3.054×10 <sup>-2</sup>	2.19×10 <sup>-1</sup>
2357.7	1.114×10 <sup>-1</sup>	1.96×10 <sup>-1</sup>
0	3.014×10 <sup>-1</sup>	3.95×10 <sup>-1</sup>
	1.136	1.15×10 <sup>-1</sup>
	3.014	4.20×10 <sup>-2</sup>
í í	1.323×10 <sup>-2</sup>	$1.30 \times 10^{-2}$
	3.209×10 <sup>-2</sup>	$1.37 \times 10^{-1}$
2387 1	1.386×10 <sup>-1</sup>	$1.62 \times 10^{-1}$
0	3.591×10 <sup>-1</sup>	3.88×10 <sup>-1</sup>
	1.415	2.25×10 <sup>-1</sup>
	4.030	$7.50 \times 10^{-2}$
	1.277×10 <sup>-2</sup>	3.50×10 <sup>-2</sup>
	3.014×10 <sup>-2</sup>	2.98×10 <sup>-1</sup>
390	1.238×10 <sup>-1</sup>	2.11×10 <sup>-1</sup>
Pu	3.254×10 <sup>-1</sup>	3.26×10 <sup>-1</sup>
	1.122	8.60×10 <sup>-2</sup>
	2.697	$4.40 \times 10^{-2}$

生までの時間遅れに関するものであり、エネルギーに関する群と混合しないように注 意が必要である。

いま、改めて第 i 群の遅発中性子先行核の単位体積当たりの数 (濃度) を $C_i$  ( $\mathbf{r}$ ,t)と すると、

 $\frac{\partial C_i(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \nu \beta_i \Sigma_f \phi(\mathbf{r},t) - \lambda_i C_i(\mathbf{r},t) \quad \dots$ (7.2)

ただし $\beta = \sum \beta_i$ 

となる。右辺第1項は、核分裂による先行核の発生を表し、第2項は先行核の崩壊による消滅を表す。vは1回当たりの核分裂で放出される中性子数である。

ここでは、遅発中性子による原子炉出力の時間的変化を理解するのを容易にする ために、遅発中性子先行核を6組から1組に簡略化して取り扱うことにする(これを遅 発中性子1組近似と呼ぶ)。

このとき (7.1) 式および (7.2) 式は次のように表すことができる。

 $\frac{1}{v}\frac{\partial\phi(\mathbf{r},t)}{\partial t} = D\nabla^2\phi(\mathbf{r},t) - \Sigma_a\phi(\mathbf{r},t) + v(1-\beta)\Sigma_f\phi(\mathbf{r},t) + \lambda C(\mathbf{r},t) \quad \dots \dots \dots \dots \dots (7.1a)$ 

 $\frac{\partial C(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \nu \beta \Sigma_f \phi(\mathbf{r},t) - \lambda C(\mathbf{r},t)$ (7.2b)

ここで、 $\phi(\mathbf{r},t)$ と $C(\mathbf{r},t)$ は、ともに空間( $\mathbf{r}$ )と時間(t)に変数分離できるとし、共通の空間分布 $\phi(\mathbf{r})$ をもつものと仮定する。すなわち、

 $\phi(\mathbf{r},t) = \phi(\mathbf{r}) \cdot vn(t) \quad (7.3)$   $C(\mathbf{r},t) = \phi(\mathbf{r}) \cdot C(t) \quad (7.4)$ 

そして、中性子束 $\phi$ と遅発中性子先行核濃度Cの空間分布である $\varphi(\mathbf{r})$ は、第5章で 学んだように次の方程式を満たすものとする((5.21)式参照)。

 $\nabla^2 \varphi(\mathbf{r}) + B^2 \varphi(\mathbf{r}) = 0 \tag{7.5}$ 

これらを (7.1a) と (7.2b) 式に代入し、共通項である  $\varphi$  (r)を消去すると、

 $\frac{\partial n(t)}{\partial t} = -(DB^2 + \Sigma_a - (1 - \beta)v\Sigma_f)vn(t) + \lambda C(t) \qquad (7.6)$ 

 $\frac{\partial C(t)}{\partial t} = \beta \nu \Sigma_f v n(t) - \lambda C(t)$ (7.7)

が得られる。ここで、 $k_{\infty} = v \Sigma_f / \Sigma_a^{(注7.1)}$ 、 $\ell = 1/(v \Sigma_a) = \lambda_a / v^{(注7.2)}$ 、 $L^2 = D / \Sigma_a^{(ᡫ7.3)}$ 、  $k_{eff} = \frac{k_{\infty}}{1 + B^2 I^2} ($ <sup>(注7.4)</sup>、 $\ell_{eff} = \frac{\ell}{1 + B^2 I^2} ($ <sup>(注7.5)</sup>の関係を用いると、

$$\frac{\partial n(t)}{\partial t} = \frac{(1-\beta)k_{\text{eff}} - 1}{\ell_{\text{eff}}}n(t) + \lambda C(t) \quad \dots \tag{7.8}$$

 $\frac{\partial C(t)}{\partial t} = \frac{\beta k_{\text{eff}}}{\ell_{\text{eff}}} n(t) - \lambda C(t) \quad \dots \tag{7.9}$ 

が得られる。(7.8)式と(7.9)式はn(t)とC(t)の2元連立微分方程式である(遅発中性子6組の場合、n(t)とC<sub>1</sub>(t),...,C<sub>6</sub>(t)の7元連立微分方程式である)。

**〈例題7.1〉** (7.6) 式および (7.7) 式から、(7.8) 式および (7.9) 式を導出せよ。 注7.1: (5.19) 式

注7.2: ℓを核分裂によって発生した中性子 が吸収反応によって消失するまでの平均時 間(寿命)とよぶ。この吸収までの時間は、 (2.9) 式から吸収によって消失するまでの平 均距離(すなわち、平均自由行程(λ<sub>a</sub>))を中 性子の平均速さで割ることによって、求めるこ とが出来る。このℓは、(体系からの中性子の 漏れがない) 無限の大きさの増倍体系に対す るものである。

注7.3: (4.34) 式

注7.4: (5.71) 式の分母、分子をΣaで割り、 (4.34式) よりL<sup>2</sup>=D/Σaであることを用いる。

注7.5:  $\ell_{eff}$ を実効的な中性子平均寿命と呼ぶ。これは、有限な大きさの増倍体系において、核分裂によって発生した中性子が消失する(すなわち、原子核に吸収されるか、または体系から漏れる)までの平均時間(寿命)である。1/(1+ $B^{2}L^{2}$ )は中性子が漏れない確率であることから((5.72)式および(5.95)式参照)、中性子の漏れを考慮した中性子寿命は $\ell/(1+B^{2}L^{2})$ となる。

〈解答7.1〉 (7.6) 式を整理し、前記の $k_{\infty}$ 、 $\ell$ 、 $L^2$ 、 $k_{eff}$ 、 $\ell_{eff}$ の関係を用いると、

$$\begin{split} \frac{\partial n(t)}{\partial t} &= -v\Sigma_a \left\{ \frac{D}{\Sigma_a} B^2 + 1 - (I - \beta) \frac{v\Sigma_f}{\Sigma_a} \right\} n(t) + \lambda C(t) \\ &= v\Sigma_a (\frac{D}{\Sigma_a} B^2 + 1) \left\{ -1 + \frac{(1 - \beta) \frac{v\Sigma_f}{\Sigma_a}}{\frac{D}{\Sigma_a} B^2 + 1} \right\} n(t) + \lambda C(t) \\ &= \frac{(L^2 B^2 + 1)}{\ell} \left\{ -1 + \frac{(1 - \beta)k_{\infty}}{L^2 B^2 + 1} \right\} n(t) + \lambda C(t) \\ &= \frac{1}{\ell_{eff}} \left\{ -1 + (I - \beta)k_{eff} \right\} n(t) + \lambda C(t) \\ &= \frac{(1 - \beta)k_{eff} - 1}{\ell_{eff}} n(t) + \lambda C(t) \end{split}$$

となる。同様に、(7.7) 式を整理し、 $k_{\infty}$ 、 $\ell$ 、 $L^2$ 、 $k_{eff}$ 、 $\ell_{eff}$ の関係を用いると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(t)}{\partial t} &= -\beta v \sum_{f} v n(t) - \lambda C(t) \\ &= v \sum_{a} \beta \frac{v \sum_{f}}{\sum_{a}} n(t) - \lambda C(t) \\ &= \frac{1}{\ell} \beta k_{\infty} n(t) - \lambda C(t) \\ &= \frac{1 + L^2 B^2}{\ell} \beta \frac{k_{\infty}}{1 + L^2 B^2} n(t) - \lambda C(t) \\ &= \frac{\beta k_{eff}}{\ell_{eff}} n(t) - \lambda C(t) \end{aligned}$$

となる。

このように、時間変化に対して、原子炉内の中性子束の空間分布 $\varphi(\mathbf{r})$ は変化しない (大きさ、すなわち振幅は変化するが、空間分布の形は変わらないの意味)と仮定する 動特性方程式を、1点炉動特性方程式 (one point reactor kinetics equation)と呼ぶ。 実用的には、 $k_{eff}$ の代わりに、原子炉が臨界状態からずれている程度を示す無次元の 量である反応度で表すことが多い。

$$\rho \equiv \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}} \tag{7.10}$$

反応度が正の場合、臨界超過の状態 (supercritical state) と呼び、反応度が負 の場合、臨界未満の状態 (sub-critical state) と呼ぶ。また、原子炉内にある制御 棒 (control rod) を全数引き抜いた時の反応度を余剰反応度または過剰反応度 (excess reactivity) と呼ぶ。

この反応度で表した動特性方程式では、原子炉内での中性子寿命 ( $\ell_{eff}$ )に代わって、核分裂によって発生した中性子が核燃料に吸収され、核分裂によって新たに発生する (世代交代する) までの平均時間 ( $\Lambda \equiv \ell_{eff}/k_{eff}$ :世代時間 (generation time) と呼ぶ) <sup>(注7.6)</sup>を用いる。そうすると、 $\rho = (k_{eff} - 1)/k_{eff}$ であることから、動特性方程式は次のように書ける。

$$\frac{\partial n(t)}{\partial t} = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} n(t) + \lambda C(t)$$
(7.11)  
$$\frac{\partial C(t)}{\partial t} = \frac{\beta}{\Lambda} n(t) - \lambda C(t)$$
(7.12)

注7.6: $\Lambda \equiv \ell_{eff}/k_{eff}$ から、

$$\Lambda = \frac{\ell_{eff} \left( 1 + L^2 B^2 \right)}{k_{eff} \left( 1 + L^2 B^2 \right)} = \frac{\ell}{k_{aa}} = \frac{1}{\upsilon \Sigma_a} \frac{\Sigma_a}{\upsilon \Sigma_f} = \frac{1}{\upsilon \upsilon \Sigma_f} - \zeta$$

ある。これは、核分裂によって発生した中性 子が、1個あたり、核分裂によって中性子を発 生するまでの平均時間である(世代時間の他 に、中性子生成時間とも呼ぶ)。中性子平均 寿命 $\ell$ が発生から消滅までの時間であるのに 対して、世代時間は発生から次の世代の発生 までの時間である。なお、臨界近傍では、 $k_{eff}$  $\approx$ 1より、 $\Lambda \approx \ell_{eff}$ である。 ここで、遅発中性子の役割を知るために、原子炉が即発中性子だけであるとする。す なわち、β=0であり、動特性方程式(7.11)式の右辺第2項は消えて、以下のようになる。

(7.13) 式をn(t)について解くと、

$$n(t) = n_0 e^{\frac{k_{eff} - t}{\ell_{eff}}} \sharp t t t, \quad n(t) = n_0 e^{\frac{\rho}{h} t}$$
(7.14)

ここで、 $n_0 = n(0)$  (7.15)

が得られ、中性子数(原子炉の出力)が指数的に増加することが分かる。この増加 の速さを表す指標である時定数(出力がe倍もしくは1/e倍になるのに要する時間)を 原子炉ペリオド(reactor period)と呼ぶ。

即発中性子だけの原子炉での原子炉ペリオドTは、

であり、具体的には、k<sub>eff</sub>=1.000からk<sub>eff</sub>=1.001へ変化した場合、即発中性子の寿命

(prompt neutron lifetime)( $\ell_{eff}$ )は約0.0001秒程度(熱中性子炉の場合)であることから、T=0.1秒程度である。この結果、中性子数は、1秒後には $e^{10} \approx 22,000$ 倍になり、これを通常考えられる機械装置で制御することはできない。

しかし、遅発中性子を考えるとこの事情は一変する。遅発中性子があると、原子炉の出力の増加は、遅発中性子が発生する時間率(平均寿命)に依存することになる。 前述と同様の例(k<sub>eff</sub>=1.000からk<sub>eff</sub>=1.001へ変化)の場合、<sup>235</sup>Uを主たる燃料とする 原子炉の原子炉ペリオドは後述のように((7.35)式および表7.1参照)、

$$T = \frac{1.001 \times \beta/\lambda}{(1.001 - 1.000)} = \frac{1.001 \times 0.00651/0.0769}{1.001 - 1.000} = \frac{1.001 \times 0.085}{1.001 - 1.000} = \frac{1.001 \times 0.085}{0.001} = 85$$
   
 $\forall E \notin \mathbb{R}$ 

となり、1秒後の出力はe<sup>1/85</sup>=1.012倍となるに過ぎず、機械的装置で容易に制御できる。

このように、原子炉が即発中性子と遅発中性子の両方で臨界にある状態を遅発 臨界(delayed critical)と呼ぶ。それに対して、即発中性子だけで臨界状態にある場 合を、即発臨界(prompt critical)と呼ぶ。以後では、遅発中性子がある場合の中性 子数の時間挙動について、詳しく見る。

## 7.3 逆時間方程式

最も基本的な場合として、t=0まで臨界状態にあり、一定出力で運転していた原子 炉にt=0で瞬時に $\rho(t)=\rho(-定)$ というステップ状の反応度が加えられた場合を考え る。この時の動特性方程式 (7.11) および (7.12) の解を

$$n(t) = ne^{\omega t} \tag{7.17}$$

 $C(t) = Ce^{\omega t} \quad \dots \qquad (7.18)$ 

で表せるとする。(7.17)式は、第3.4節で述べたように核分裂による中性子数はネズミ 算式に増加することを表す。このことは、(7.14)式からも類推できよう。一方、遅発中性 子先行核は、前述したように、核分裂によって生成され、その生成率は崩壊率に比べて 非常に小さいために、中性子数n(t)と同じ時間変化(すなわち、e<sup>ωt</sup>で変化)をすると考え ることができる。これらの式を、動特性方程式に代入すると、(7.12)式から

$$C = \frac{\beta n}{\Lambda(\omega + \lambda)} \dots \tag{7.19}$$

となる。これを (7.11) 式に代入し、ω=1/Τの関係式から(注7.7)、

注7.7:中性子数は (7.17) 式に従って変化す る。原子炉ペリオドの定義より、e<sup>ωT</sup>=eである ことから、ω=1/Tとなる。

$$\rho = \frac{\Lambda}{T} + \frac{\beta}{1 + \lambda T} \tag{7.20a}$$

または

$$\rho = \frac{\ell_{eff}}{\ell_{eff} + T} + \frac{T}{\ell_{eff} + T} \cdot \frac{\beta}{1 + \lambda T} \cdot \dots$$
(7.20b)

を得る(演習問題 [1])。この(7.20a)式または(7.20b)式は原子炉ペリオドTと反応 度pの関係を示す重要な式であり、逆時間方程式(inhour equation)と呼ぶ。

逆時間方程式(7.20a)式を導出せよ。

〈解答7.2〉

(7.17) 式と (7.18) 式を (7.12) 式へ代入し、整理すると

$$\left\{\frac{\beta}{\Lambda}n - (\omega + \lambda)C\right\}e^{\omega t} = 0 \quad \dots \qquad (7.21)$$

である。したがって、

$$\frac{\beta}{\Lambda}n - (\omega + \lambda)C = 0$$
(7.22)

が成立する。これより (7.19) 式を導出することができる。 (7.17) 式と (7.18) 式を (7.11) 式へ代入し、 (7.19) 式を用いて整理すると、

$$\omega n e^{\omega t} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n e^{\omega t} + \lambda C e^{\omega t}$$
$$= \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n e^{\omega t} + \frac{\beta}{\Lambda} \frac{\lambda}{(\omega + \lambda)} n e^{\omega t}$$
$$= \frac{\rho}{\Lambda} n e^{\omega t} + \frac{\beta}{\Lambda} \left\{ \frac{\lambda}{(\omega + \lambda)} - 1 \right\} n e^{\omega t}$$

となる。この式を変形すると、

$$\left[\frac{\rho}{\Lambda} - \omega + \frac{\beta}{\Lambda} \left\{\frac{\lambda}{(\omega + \lambda)} - 1\right\}\right] n e^{\omega t} = 0 \quad \dots \qquad (7.23)$$

であり、この結果から、次式を得る。

$$\frac{\rho}{\Lambda} - \omega + \frac{\beta}{\Lambda} \left\{ \frac{\lambda}{(\omega + \lambda)} - 1 \right\} = 0 \quad ....$$
(7.24)

よって、逆時間方程式を得る。

$$\rho = \Lambda \omega - \beta \left\{ \frac{\lambda}{(\omega + \lambda)} - 1 \right\} = \Lambda \omega + \frac{\omega \beta}{(\omega + \lambda)} \quad \dots \tag{7.25}$$

また、w=1/Tの関係から、ペリオドを用いた場合の逆時間方程式

$$\rho = \frac{\Lambda}{T} + \frac{\beta}{(1+\lambda T)} \quad ....$$
(7.26)

を得る (ラプラス変換を使った導出はAppendix IXを参照)。

第3章で述べたように、反応度の大きさを表すのに、ドル(\$)という単位で呼ぶことがある。これは(7.20b)式を遅発中性子の割合βで割ったものである(以後、ここではドル単位の反応度をK[\$]で表すこととする)。すなわち、以下のように表せる。

$$K\left[\$\right] \equiv \frac{\rho}{\beta} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{\ell_{eff}}{\ell_{eff} + T} + \frac{T}{\ell_{eff} + T} \cdot \frac{1}{1 + \lambda T} \quad \dots \tag{7.27}$$

ここで、 $\rho=\beta$ の時、1ドルとなる。また、この1/100を1セント(¢)と呼ぶ。臨界状態にある原子炉に1ドルよりも大きな反応度を印加することは、遅発中性子割合を超える反応度を印加することになる。この場合、遅発中性子割合より大きい反応度分を $\Delta \rho$ (すなわち、 $\rho=\Delta\rho+\beta$ )として(7.11)式に代入すると、

となる。この式は、(7.13)式の右辺に遅発中性子先行核の崩壊による項を加えたも のである。したがって、原子炉は遅発中性子なしでも中性子数が増加する状態であり、 原子炉の中性子数の増加は、即発中性子によって支配されることが分かる。このこ とから、原子炉の制御において、反応度1ドル(\$)は、遅発中性子による制御から即 発中性子による暴走へと変化する重要な指標であることが分かる。

## 7.4 反応度印加による原子炉の出力変化

ここでは、ステップ状に反応度を印加した場合の原子炉出力の時間変化について 調べる<sup>(注7.8)</sup>。

(7.20b) 式は、次のように変形できる(演習問題 [2])。

 $\rho = \frac{\omega \ \ell_{eff} \ (\omega + \lambda) + \omega \beta}{(\omega \ \ell_{eff} + 1)(\omega + \lambda)} = \frac{\ell_{eff} \omega^2 + (\ell_{eff} \lambda + \beta)\omega}{(\omega \ \ell_{eff} + 1)(\omega + \lambda)} \quad (7.29)$ 

この式は $\omega$ に関する2次方程式であり、 $\omega$ について2個の根を有している。その解 を $\omega_1, \omega_2$ とすると、原子炉にステップ状の反応度を印加したとき、(7.11)式および (7.12)式を満たす中性子数と遅発中性子先行核濃度の一般解は、 $\omega_1$ および $\omega_2$ それ ぞれの指数関数の和として、次のように表すことができる。

 $n(t) = n_1 e^{\omega_1 t} + n_2 e^{\omega_2 t}$ (7.30)  $C(t) = C_1 e^{\omega_1 t} + C_2 e^{\omega_2 t}$ (7.31)

これらをω1、ω2について、数値的に解いた結果を図7.1に示す。この図より、反応度



図7.1 逆時間方程式の根ωと反応度ρの関係

- 129 -

注7.8:実際には、反応度印加には制御棒等 を用いるため、反応度の印加には、ある程度 の時間を必要とする。しかし、反応度印加後、 時間が経てば、ステップ状反応度投入と同じ 条件を満たすことになり、このようなステップ 状反応度印加の場合と同様の現象となる。 が正の場合と負の場合に分けて、 $\omega_1$ 、 $\omega_2$ (あるいは、それぞれの逆数であるペリオド  $T_1$ 、 $T_2$ )を調べ、中性子数の時間変化についてもう少し詳しく考える。

### 7.4.1 正の反応度ρ>0を印加する場合

図7.1において、 $\rho$ が正の部分の横の直線(赤色の実線)と逆時間方程式の解曲線 (黒色の実線)との交点をみると、 $\omega_1$ は正の値( $\omega_1>0$ )であり、 $\omega_2$ は負の値( $\omega_2<0$ )であ る。したがって、(7.30)式の指数部は第1項が増加( $\omega_1>0$ のため)、第2項が減衰( $\omega_2<0$ のため)を示す。その結果、反応度投入後、十分な時間がたった後には、第2項の負の指 数関数の項は消えて、原子炉出力は第1項に支配されることが分かる。すなわち、

 $n(t) = n_1 e^{\omega_1 t} = n_1 e^{t/T_1} \cdots (7.32)$ 

である。この (7.32) 式で表される項を漸近項とよび、そのペリオドを漸近ペリオド (asymptotic period) または、安定ペリオド (stable period) という。

 $T_1 = 1/\omega_1 \cdots (7.33)$ 

一方、他方のペリオド $T_2=(1/\omega_2)を過渡ペリオド$ (transient period)と呼び、それに 対応する項を過渡項と呼ぶ。図7.2に、正の反応度をステップ状に印加した(ある瞬間 に一定反応度 $\rho$ を印加すること)ときの中性子数の時間変化を示す。即発中性子だけ の場合と比べると、中性子数は、反応度印加直後から現れる過渡項が短い時間内に 減衰し、その後は、安定ペリオドで指数的に増大する。ここで、過度項を無視した場 合、出力は反応度印加後に瞬時に漸近項へ変化(図7.2において、t=0で出力が $n_0$ か ら $n_1$ へ変化)する。これを即発跳躍(prompt jump)と呼ぶ。

ペリオド法とよぶ反応度測定法は、ステップ状の正の反応度を印加して、しばらく 時間が経過した(過渡項が減衰した)後、安定ペリオドを測定(実際には、中性子束 が2倍になる時間の測定結果からe倍になる時間を算出、第11章参照)して、(7.20a) 式または(7.20b)式の逆時間方程式に代入して、印加した反応度の大きさを知る。

次に、正の反応度を印加した場合の逆時間方程式の近似式を求める。

(1) 安定ペリオドが十分に長い場合 (T<sub>1</sub>≥λ<sup>-1</sup>)

通常 $\lambda^{-1}(\sim 10s) > \ell_{eff}(\sim 10^{-5}s)$ であり、(7.27) 式において、 $\frac{1}{\beta} \frac{\ell_{eff}}{\ell_{eff} + T} \approx 0$ 、 $\frac{T}{\ell_{eff} + T} \approx 1$ 

```
であることから、次のように近似できる。
```



図7.2 正のステップ状の反応度を印加した場合の中性子数の変化

特にペリオドが十分に長い  $(T_1 \gg \lambda^{-1})$  場合、(7.34) 式の分母において $\lambda T_1 \gg 1$ である ことから、(7.34) 式はさらに近似でき、

$$K[\$] \cong \frac{1}{\lambda T_1} = \frac{\tau_d}{T_1} \dots \tag{7.35}$$

となる。ここで、 $\tau_d$ (=1/ $\lambda$ )は遅発中性子先行核の平均寿命であり、表7.1より約8~15秒 程度である。ペリオドが十分に長い、すなわち反応度の印加量が小さいときは、図7.2 のように即発跳躍が小さく、中性子寿命 ( $\ell_{eff}$ )に無関係に遅発中性子のパラメータだ けで、中性子数の増減は支配される。特に、 $\lambda^{-1}$ より長いペリオドでは、(7.35)式に示 したように、ドル単位の反応度はちょうどペリオドの逆数に比例する形で求めること ができる。これが、逆時間方程式の名の由来である。

(2) ペリオドが極めて短いとき  $(T_1 \ll \Lambda / \beta)$ 

 $T_1 \gg \ell_{eff}$ であるから、 $\ell_{eff} + T_1 \approx T_1$ 、また $T_1 \ll \lambda^{-1}$ より $\lambda T_1 \ll 1$ で、 $1 + \lambda T_1 \approx 1$ となることから、(7.27) 式は、

$$K[\$] \cong \frac{\ell_{eff}}{\beta T_1} + 1 \approx \frac{\ell_{eff}}{\beta T_1} \quad \dots \tag{7.36}$$

となり、ペリオド $T_1 = \ell_{eff} / (\beta K)$ は、 $\ell_{eff} / \beta o$ 大きさ程度で、印加反応度に逆比例すること が分かる。なお $\ell_{eff} \sim \Lambda x$ ので、 $T_1 \ll \Lambda / \beta L$ り $\ell_{eff} / (\beta T_1) \gg 1$ である。前述のように臨界近傍 では、 $\Lambda \sim \ell_{eff}$ である<sup>(注7.6参照)</sup>ことから、(7.36)式は次のように近似することができる。

 $K[\$] \approx \frac{\Lambda}{\beta T_1}.$ (7.37)

この式は、(7.27) 式より $K=p/\beta$ であることを思い出すと、遅発中性子がない場合の 原子炉ペリオドを表す (7.16) 式と同じである。反応度が1ドル(\$)を超える(すなわ ち、 $\rho>\beta$ )と、遅発中性子はなくとも原子炉は臨界を超える(前述のように即発臨界に あるという)。このとき、中性子数、すなわち出力は、

 $n(t) \approx n_{l} e^{\frac{1}{T_{l}}t} = n_{l} e^{\frac{K[\$]}{\Lambda/\beta}t} \quad \dots \tag{7.38}$ 

で増加する。ちょうど、1(\$)の反応度が入ったとき(すなわち、 $\rho=\beta$ で即発臨界)、原 子炉ペリオドは $T=\Lambda/\beta$ である。

原子炉が即発臨界を超えると (*p>β*)、制御棒による制御は難しくなり、第8章で 述べるように原子炉の自己制御性によらなければならない。したがって、原子炉は *p>β*の状態とならないようにしなくてはならない。

### 7.4.2 負の反応度印加の場合 (p<0)

ρ<0の場合、図7.1からpが負の部分の横の直線(赤色の破線)と逆時間方程式



図7.3 負の反応度が印加された場合の中性子数の時間変化

の解曲線 (黒色の実線) との交点をみると、 $\omega_1$ および $\omega_2$ の両方とも負の値 ( $\omega_1 < 0$ 、  $\omega_2 < 0$ ) であることが分かる。この場合、(7.30) 式の指数部は第1項および第2項とも 減衰を示す。すなわち  $|\omega_1| < |\omega_2|$ 、とすると、最初、第2項によって急に出力は低下 し、その後は、第1項によってゆっくりと安定 (漸近) ペリオド ( $T_1=1/\omega_1$ ) で下がってい く (図7.3)。

安定ペリオドは、負の反応度であっても(7.35)式と同様に、

$$K[\$] \approx \frac{\tau_d}{T_i} \tag{7.39}$$

から求められる。反応度の絶対値が大きいときには、図7.1からも分かるように、

$$T_1 = 1/\omega_1 \rightarrow \lambda^{-1}$$
(7.40)

である。そして、どのような大きな負の反応度を投入しても、 $T_1 \leq \lambda^{-1}$ にならない。つまり、 負の大きな反応度を印加すると、原子炉の出力は遅発中性子先行核の崩壊に支配さ れる。このことは原子炉を停止する場合に大切なことで、どんなに速く出力を下げよう としても、 $\lambda^{-1}$ 秒のペリオドより速いペリオドで出力を低下することができないというこ とである<sup>(注7.9)</sup>。これは、原子炉を制御する上で、非常に大切なことである。すなわち、 原子炉を緊急停止する (これを、スクラム (scram) と呼ぶ)ような場合でも、大きな負 の反応度の印加によって、ごく短い時間に、過渡変化が効いて急に1/100程度に原子 炉の出力を下げることはできるが、それ以後は (7.40) 式で示すようなペリオドでゆっ くりと停止に向かうわけである。

### 7.4.3 瞬時に反応度が変化した場合(即発跳躍近似)

通常の原子炉の運転では、ρ<βであり、安定ペリオドの状態では、動特性方程式 (7.11)式中の左辺の∂n/∂tの項は、右辺第1項に比べて無視できるほど小さいことか ら、以下のようになる(臨界状態の場合も、∂n/∂t=0であるから、同様である)。

$$0 = \left(\frac{\rho - \beta}{\Lambda}\right) n(t) + \lambda C(t) \quad (7.41)$$

さらに、遅発中性子先行核数の時間変化は、急峻な出力変化には追随しにくいと 考えられることから、ステップ状に反応度が瞬時に変化しても、即座に応答しない。 すなわち、今t=0で、反応度が $p_1 \rightarrow p_2$ と瞬時に変化したとすると、中性子密度(すなわ ち、出力)は反応度変化に応答して急激に $n_1 \rightarrow n_2$ へ変化する(これを前述のように即 発跳躍という)が、遅発中性子先行核数C(t)は連続的に変化するので、 $C(0)=C_0$ であ る。このとき、中性子密度 $n_1 \ge n_2$ に対するそれぞれの(7.41)式は、次のように表すこ とができる。

$$0 = \left(\frac{\rho_1 - \beta}{\Lambda}\right) n_1 + \lambda C_0$$
$$0 = \left(\frac{\rho_2 - \beta}{\Lambda}\right) n_2 + \lambda C_0$$

これらの式から、印加した反応度は、中性子数の比だけで求めることができる。

$n_2$	$\rho_1 - \beta$	(= 10)
n	$\frac{1}{\rho_2 - \beta}$	 (7.42)

たとえば、原子炉がはじめ臨界にある ( $\rho_1=0$ ) 状態から、負の反応度 ( $\rho_2=-\delta\rho$ ) を 印加した場合、次の簡単な式で計算できる。

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\beta}{\delta\rho + \beta} \quad \dots \tag{7.43}$$

この近似は、負の反応度を投入して制御棒の反応度を測定するのに応用される(11.5節参照)。

## 7.4.4 外部中性子源を持つ臨界未満炉の場合

注7.9: 遅発中性子6組近似では、 $T_1 \leq \lambda^{-1} (\approx 80 [s]) となり、このペリオドは約80秒である$ (演習問題参照)。したがって、原子炉をスクラム停止した場合でも、ごく短い時間に急激に出力が下がった後は、80秒のペリオドでゆっくりと出力が減衰する。たとえば、運転時の約10<sup>-10</sup>に原子炉出力を下げるには、約30分の時間が必要である。 原子炉が臨界未満の状態にあって外部中性子源Sによって定常状態にある場合を 考える。このとき、中性子数と遅発中性子先行核濃度をそれぞれn<sub>0</sub>およびC<sub>0</sub>とすると、 動特性方程式は次のように書ける。

$$\frac{\partial n_0}{\partial t} = \frac{\rho_0 - \beta}{\Lambda} n_0 + \lambda C_0 + S = 0$$

$$\frac{\partial C_0}{\partial t} = \frac{\beta}{\Lambda} n_0 - \lambda C_0 = 0$$
(7.44)

ここでp0は一定の負の値であるとする。

(7.45) 式より

$$\lambda C_0 = \frac{\beta}{\Lambda} n_0 \tag{7.46a}$$

または、

$$\lambda C_0 = \frac{\beta}{\Lambda} n_0 = \frac{\beta k_0}{\ell_{eff}} n_0 = \frac{\beta}{\ell_{eff} (1 - \rho_0)} n_0 \quad \dots \tag{7.46b}$$

なので、これを (7.44) 式に代入して

$$n_0 = -\ell_{eff} (1 - \rho_0) \frac{S}{\rho_0} = \ell_{eff} (1 - \frac{1}{\rho_0}) S \quad ....$$
(7.47)

となる ( $\rho_0 < 0$ に注意)。特に、臨界近傍では、 $\rho_0 \approx 0$ 、 $\ell_{eff} \approx \Lambda$ であることから、 $n_0$ は次のように近似できる。

$$n_0 \approx -\Lambda \frac{S}{\rho_0} \tag{7.48}$$

この式は、未臨界炉の出力は中性子源強度に比例するとともに、 *ρ*<sub>0</sub>に逆比例することを示している。

### 7.4.5 制御棒引き抜き事故 (SL-1原子炉事故)

万一、制御棒が異常に引き抜かれたり、あるいは飛び出したりすると、正の反応度 が加わり原子炉の出力が異常に上昇して事故に至ることが考えられる。このような事 故を反応度事故(RIA: reactivity initiated accident)という。

原子力開発初期の頃のことであるが、1961年1月3日に米国アイダホ州のアルゴンヌ国立研究所の敷地内に建設された沸騰軽水減速冷却型の研究用原子炉SL-1

(Stationary Low Power Reactor No.1)において、制御棒引き抜き事故が発生した。 SL-1原子炉は軍事用の研究炉であった。この事故は反応度事故の代表例である。その事故の概要は以下のようなものである。

SL-1原子炉は定期保守、測定器の校正・取付けおよび施設の軽微な改修のため 停止していた。事故は、クリスマス休暇を終え再び勤務に就いた軍の研究者たちが 運転再開のための準備を行っていた1月3日の午後9時1分に発生した。消防局の火災 報知機が鳴り響いたのだった。

事故は、原子炉の上部蓋の上にいた一人の作業員が制御棒の一本を故意に引き抜いたために起こった。この制御棒の重さは、およそ22kgであった。また、事故後1年半にわたる調査から、制御棒をおよそ65cm一気に引き抜いたことが判明した。事故調査報告では、このような重さのものを胸の高さまで一気に引き抜くような行為は偶然とは考えられず、故意に行ったと考えるのが自然だと結論している。

制御棒を引き抜いた作業員は、足元(乗っていた鋼鉄の上蓋)が急激に天井めが けて飛び上がり、頭で天井を突き破り半身をクレーンに引っ掛けた状態で即死した。 原子炉の地階にいた二人の作業員も逃げ出せず多量の放射線を被ばくし、数日後に 死亡した。なぜ彼がこのような行動をとったのか、今でも謎である。本書は小説では ないからこれ以上は記さないが、後日の公開文書では、失恋したことによる自殺で 注7.10: SPERT (Special Power Excurtion Test計画(米国、1962~1970年)により、原子 炉が暴走したとき、極限状態でどのような拳 動を示すか実験用原子炉とコンピュータを組 み合わせて解析された。

まず最初にSL-1の破壊について、出力上昇 と水撃力との関係を調べ、次いで炉心の破壊 実験と燃料破損を徹底的に調べた。このとき 実際にウォーターハンマーという現象も確認 された。最も大きな成果は、実験および解析 結果が実際の発電炉の安全設計に生かされ ているということである。 あったとされた。しかし制御棒をこのように引き抜けば死ねると確信できたかどうか と考えると、この結論も危うい。

それはさておき、事故後の現場の様子は駆けつけた消防員の話によると、火災を 起こした形跡はなく、ただ静かな状態で靄がかかっていたという。また詳しい観察に よると、炉の外側を覆っていた断熱材が上蓋と炉容器に挟まっていた。この情景から 推察すると、上蓋が一旦持ち上がり、断熱材が引きちぎられ、落下の際挟まったとし か考えられない。また駆けつけた消防員の言った「靄」とは、上蓋が外れて蒸気が噴 出したその残り姿であると考えれば理解できるとされた。

3名の作業員が全員死亡したため事故原因の詳細は不明であるが、当時、作業員 は制御棒駆動機構を炉心の元の位置に戻す作業に従事していたと推測されている。 SL-1原子炉は、中央の制御棒1本だけを引き抜くことによって臨界にすることができ るように造られていた。重量16トンもある上蓋がなぜ3mも飛び上がったのか、経験も 浅く大型コンピュータ解析もできない当時は理解できなかった。

この後、大型出力上昇装置<sup>(注7.10)</sup>による実験などを踏まえ、今では次のように考 えられている。急速な制御棒引き抜きを行ったことにより、反応度の急激な増加、そ れに伴う炉出力の増加が起こり、平板状のSL-1原子炉の燃料が超高温となり融け、 周りの冷却水が一気に気化し蒸気爆発を起こした。この蒸気爆発の力で上部の水 が上蓋内部に激突し(この力をウォーターハンマーという)、上蓋を天井めがけて飛 び上がらせた。

SL-1原子炉は定期保守中であったため、上蓋と冷却水面の間に空間があったことも 不幸であった。ここを猛烈な勢いで高温水が上向きに突進し、原子炉容器の内側を押 したのである。後日の詳細な測定によると、原子炉容器の胴部分が膨らんでいた。急 激な反応度の印加は、このように途方もない原子炉出力上昇をもたらすのである。

この事故の教訓として、1本の制御棒引き抜きで原子炉の暴走が起こるような設計 は危険であるということが判った。現在の原子炉では、最大の反応度価値を有する 制御棒を1本引き抜いても、炉心が臨界とならないように設計することが決められて いる。つまり、原子炉の出力上昇を決定的に決める箇所においても1本の制御棒の受 け持ち分担が少なくなるように設計している。原子炉の動特性の理解は、このように 原子炉の設計、運転において重要な事項の一つである。

## 7.5 まとめ

本章では、数秒から数時間程度の比較的短い時間における原子炉の中性子数あ るいは出力の変化を調べるため、時間依存拡散方程式の導出、解法例とその応用に ついて述べた。

核分裂によって発生する中性子には、即発中性子と遅発中性子があり、時間依存 拡散方程式では、それらを区別して取り扱った。また、遅発中性子を考えるために、 遅発中性子の発生源である遅発中性子先行核を導入し、その時間依存も併せて考え る必要があった。これらの方程式を解くにあたって、1点炉近似を導入することによっ て、時間依存のみの方程式(動特性方程式)に簡素化した。

この動特性方程式には、実効増倍係数 $k_{eff}$ と実効的な中性子平均寿命 $\ell_{eff}$ を用いて表すものと、実用的な反応度 $\rho$ と世代時間 $\Lambda$ を用いて表すものの2つのタイプがあることを示した。

具体的な原子炉の中性子数あるいは出力の時間変化と反応度の関係について、い くつかの事例を簡単に述べた。本章では、遅発中性子先行核を1組として紹介したが、 実際には、6組で詳細に取り扱うのが一般的である。

## 《演習問題》

- [1] 逆時間方程式 (7.20b) 式を導出せよ。
   (ヒント: Λ=ℓ<sub>eff</sub>/k<sub>eff</sub>=ℓ<sub>eff</sub>(1-ρ)を、(7.20a) 式に代入し、ρについて解く)
- [2] (7.20a) 式および (7.20b) 式について、それぞれωを用いて表わせ。その後、ωに ついて解き、(7.30) 式で使われるω<sub>1</sub>、ω<sub>2</sub>を求めよ。
- [3] 上の問2の結果に対して、 $\{\rho-\beta-\lambda\Lambda\}^2 \gg 4\Lambda\lambda\rho \geq \beta-\rho \gg \Lambda\lambda \in \mathbb{C}$ 定すると、 $\omega_1, \omega_2$ が以下のようになることを示せ。

- [4] 臨界状態の原子炉において、制御棒を100mm引き抜いたところ、30秒で出力が2 倍になった。この場合の制御棒10mmあたりの反応度はいくらになるか求めよ。た だし、遅発中性子1組近似で考え、Λ=1[ms]、β=0.0065、λ=0.077[s<sup>-1</sup>]とする。
- [5] はじめ未臨界定常状態(中性子密度n<sub>c</sub>、反応度ρ)から、δρのステップ状の微小 反応度を加えても、まだ未臨界であるとする。ステップ状反応度を加えた直後、 中性子密度はn<sub>1</sub>まで上昇し、その後はゆるやかに増加し、一定値に落ち着くとす る。この場合、
  - (1) 中性子密度の最終の一定値はいくらか求めよ。
  - (2) 急上昇した中性子密度の増加分n<sub>1</sub>-n<sub>0</sub>は、近似的に次の式で表されることを示せ。
     δρ

$$n_1 - n_0 \approx \frac{\gamma}{\beta - \rho_0} \cdot n_0$$

[6] 以下に示す遅発中性子6組近似の動特性方程式から、その逆時間方程式を導出し、7つの時定数(ω)を求めよ。(ヒント:ラプラス変換を利用する)

$$\frac{\partial n(t)}{\partial t} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n(t) + \sum_{i=1}^{6} \lambda_i C_i(t)$$
$$\frac{\partial C_i(t)}{\partial t} = \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \lambda_i C_i(t)$$

- 逆時間方程式:  $\rho = \frac{\ell_{eff}}{\ell_{eff} + T} + \frac{T}{\ell_{eff} + T} \cdot \sum_{i=1}^{6} \frac{\beta_i}{1 + \lambda_i T}$
- [7]問6で導出した逆時間方程式に対して、負の反応度が投入された場合、安定ペリオドは約80秒であることを示せ。(ヒント:第7.4節で行った検討と同様の検討を、遅発中性子6組近似について考える)
- [8] 原子炉の制御棒の反応度を測定するため、炉を臨界にして、このときの中性子 数密度Nを測定し、次に制御棒を挿入した後、中性子数密度の減衰曲線(decay curve)をとった。この曲線をt=0(制御棒挿入時)に延長したときの中性子密度

を
$$N_0$$
とすれば、この場合制御棒の反応度は、 $-\rho = \left(\frac{N}{N_0} - 1\right)\beta$ となることを示せ。

ただし、β:遅発中性子の割合である。

(出典:原子炉主任技術者試験 第2回 3-4)

[9] 定常状態にある原子炉において、反応度ρを付加した場合の中性子束の変化は、 遅発中性子先行核寿命より短い時間においては、

$$\phi(t) = \phi(0) \left\{ -\frac{\beta}{\rho - \beta} + \frac{\rho}{\rho - \beta} \exp\left(\frac{\rho - \beta}{l^*} \cdot t\right) \right\}$$

で与えられることを示せ。ただし遅発中性子の割合を $\beta$ 、中性子寿命を $l^*$ 、変化前の中性子束を $\phi(0)$ 、時間tののちの中性子束を $\phi(t)$ とする。また、ステップ状に 正および負の反応度が加わったときの変化を図示して、 $\beta$ が大きい場合と小さい 場合の相違を説明せよ。

(出典:原子炉主任技術者試験 第22回 1-4)

- [10] 中性子エネルギー1群、1点炉、遅発中性子1組という近似の下で反応度フィード バック効果も無視した場合について、以下の問に答えよ。ただし
  - N=中性子密度

C=遅発中性子先行核密度

ρ=反応度

β=遅発中性子実効生成割合

Λ=中性子生成時間

λ=遅発中性子先行核1組近似平均崩壊定数

t=時間

とする。

(1)  $\frac{dN}{dt}$ の従う方程式、および $\frac{dC}{dt}$ の従う方程式を記せ。

(2) 上式において、 $\rho=0$ 、 $\frac{dN}{dt}=0$ 、 $\frac{dC}{dt}=0$ とおいて、定常臨界状態での $\frac{C}{N}$ 比を導

出し、β=0.0064、Λ=10<sup>-5</sup>(s)、1組近似の場合のλ=0.077(s<sup>-1</sup>)を用いて、その概略 値について記せ。

(3)上の状態にステップ状に微小反応度が加わった場合の安定炉周期(ペリオ ド) Tを、ρ、β、Λ、λを用いて表式せよ。

(ヒント:β-ρに対して、λΛを微小として無視する近似を行う。)

(出典:原子炉主任技術者試験 第25回 3-4)

[11]<sup>235</sup>Uを燃料とする原子炉が10MWの一定出力で長時間運転されていたとき、 突然、制御棒が挿入され、ステップ状に大きい負の反応度が印加された。この とき次の問に答えよ。

(1)1点炉近似の動特性方程式を解いて、ステップ状に大きい負の反応度が加わった直後の原子炉の出力は、次式で表わされることを示せ。

 $P = P_0 \frac{\beta (1-\rho)}{\beta - \rho}$ 

ここで、P:大きい負の反応度が加わった直後の原子炉出力、 $P_0$ :初期の原子炉 出力、 $\beta$ :実効遅発中性子割合、 $\rho$ :反応度を表す。

(ヒント: C<sub>0</sub>:初期の遅発中性子先行核の濃度、Λ<sub>0</sub>:初期の世代時間とし、反応度印加直後の遅発中性子先行核の濃度は、初期の遅発中性子先行核の濃度

に等しく 
$$(\lambda C = \lambda C_0)$$
、世代時間は $\Lambda = \frac{\Lambda_0}{k}, \frac{dP}{dt} = 0$ として考えよ)

(2) 制御棒の挿入による負の反応度の大きさを4ドルとして、式(1)を用いて制御 棒挿入直後の原子炉の出力を、有効数字3桁以下を切り捨て有効数字2桁まで 求めよ。ただし、遅発中性子割合の値を0.0065とせよ。

(3) 制御棒挿入後、4分経過した後の原子炉の出力を有効数字2桁まで求めよ。 (ヒント:問7の結果から、大きい負の反応度が印加された場合、安定ペリオドは -80秒以下にはならない)

(出典:原子炉主任技術者試験 第44回 3-5)

## 第8章

# 原子炉の反応度

- 1.はじめに
- 2.原子炉の出力変動と反応度の変化
- 3.反応度係数の定義
- 4.いろいろな反応度係数
- 5.その他の反応度変化
- 6. 原子炉の固有の安全性
- 7.チェルノブイリ原子力発電所事故と反応度効果

8.まとめ

[この章のポイント]

炉心温度のような炉心の状態量が変化すると、中性子の発生、吸 収、漏れの量が変化して、反応度変化を生じ、出力を変化させる。状態 量の単位変化に対する反応度変化を反応度係数といい、燃料温度係 数、減速材温度係数、ボイド係数、出力係数などがある。反応度係数が 正となるか負となるかは、炉心の状態、変化する状態量の種類、その大 きさなどに依存する。

原子炉の安全設計では出力上昇に対して、原子炉が暴走せずに、安 定した状態を維持できるように、出力係数を負にすることが重要であ る。

## 第8章 原子炉の反応度

### 8.1 はじめに

原子炉では、出力を制御するために反応度の調整を行なっている。誤って過大な 正の反応度を加えてしまった場合、原子炉の出力が急激に上昇する、いわゆる(核的 な)暴走状態となる。このような例として、第7章でアメリカのSL-1事故を紹介した。

原子炉を安全に運転制御するためには、想定外の大きな反応度を加えないことは 勿論だが、原子炉自身が反応度を抑制する方向に働くようすることが有効である。す なわち、正の反応度が加えられ、出力や温度が上昇したときに、これを抑制する**負の** 反応度効果(negative reactivity feedback effect (負の反応度フィードバック効果とも いう))が働くように、原子炉を設計するのである。

本章では、このような原子炉の安全設計のために必要となる各種の反応度効果に ついて述べる。なお、燃焼による反応度変化については、第9章において取り扱う。

## 8.2 原子炉の出力変動と反応度の変化

原子炉の出力変化などにより炉心の温度などのパラメータが変化したときの反応 度に与える影響について考えてみよう。出力変化に伴い変化する代表的なパラメータ として燃料温度、減速材温度やボイド率があるが、これらの変化は、媒質(燃料や減 速材)の密度、体積、そして反応断面積という、より基礎的な量の変化の組み合わせ により表現できる。ここでは、密度変化、体積変化、反応断面積の変化が反応度に及 ぼす影響について説明する。

## 8.2.1 密度変化の影響

温度上昇などにより、媒質の密度が低下した場合、中性子が媒質中の原子核と衝 突する割合が低下する。その結果、①中性子が体系外に漏れる割合が増加する(負 の反応度効果)。また、媒質による中性子の散乱反応が減少し、②中性子の減速が 起こりにくくなる(一般に、負の効果)。媒質中に中性子吸収物質が含まれている場合 は、③吸収反応が減少する(正の効果)。媒質中に核分裂性物質が含まれる場合に は、④核分裂反応が減少する(負の効果)。

密度変化が起こった場合、これら①~④の効果の大小関係により、反応度効果が 負に働くか、正となるかが決まる。

#### 8.2.2 体積変化の影響

前項の密度変化に伴い体系の体積が変化する場合には、これによる反応度変化 も考慮する必要がある。炉心体積の増加は、中性子の体系からの漏れを減少させる こととなる。ただし、通常の原子炉は大型であり中性子の漏れが少なく、また周囲に 反射体があるため、この影響は極めて小さい。中性子の漏れが大きな小型の裸炉心 (反射体の無い炉心)では、体積変化の影響が大きくなる。

この他に、温度変化が大きい原子炉の場合には、炉心の構造材が体積変化(膨 張)することによる反応度変化が生じることとなる。このような効果は、高速炉の設 計において考慮されている。

### 8.2.3 反応断面積変化の影響

反応断面積の変化としては、共鳴吸収の実効断面積の変化がある<sup>(注8.1)</sup>。共鳴吸 収は、共鳴ピークのエネルギー近傍の狭いエネルギー範囲の中性子について生じる。 温度の上昇に伴い、共鳴吸収する原子核の熱振動が激しくなり、その結果、共鳴吸収 を生じるエネルギーの幅が広がり、共鳴吸収が起こりやすくなる(図8.1参照)。これ をドップラー効果(Doppler effect)と呼ぶ<sup>(注8.2)</sup>。

なお、これらの効果は、変化が炉心内のどの位置において発生するかによっても変 わる。たとえば、減速材密度の減少が炉心中央領域で生じた場合と炉心端部で生じ た場合とでは、反応度に与える影響が異なってくる。また、温度等のパラメータの変 化も炉心内で一様ではなく、ある分布をもっている。反応度の変化を評価する際には、 これら両者の空間依存性を考慮しなくてはいけない。

注8.1:4.4節で述べたように、原子炉の解析 では、中性子のエネルギーをグループ化して 取り扱う多群近似を用いる。多群近似を適用 する際には、中性子束を重みとして断面積を エネルギー平均する。この際、共鳴吸収があ るエネルギー領域では、6.4.2節で説明した中 性子束の落ち込み(エネルギー的な自己遮蔽 効果および空間的な自己遮蔽効果、図6.9参 照)を考慮するする必要がある。共鳴による 中性子束の落ち込みを考慮して算出した多群 断面積を実効断面積と呼ぶ。原子炉の解析 では、共鳴領域の断面積として、必ず実効断 面積を用いる必要がある。

注8.2:ドップラー効果により、共鳴吸収領域 の断面積が変化する。その一例として、<sup>238</sup>U の6.7eVにおける共鳴吸収断面積の温度変化 を図8.1bに示す。温度が高くなるほど熟振動 が大きくなり、共鳴吸収断面積のエネルギー 幅が大きくなることが見て取れる。なお、詳 細な説明は省くが、共鳴吸収断面積のエネル ギー積分値、すなわち「山の下の面積」は、温 度が変わっても一定である。これは、温度が 高くなると「エネルギー幅は広くなるがピーク の高さは低くなる」ことを示している。つまり、 ドップラー効果による共鳴吸収断面積の変化 は「等面積変形」なのである。



図8.1a 共鳴吸収のドップラー効果

原子核が±Vの速度で熱振動している場合、原子核からみた中性子の速さはv±Vとなり、中性子のエネルギーは原子核の速さに対応した幅を持つ。これを中性子からみると、原子核の共鳴エネルギー幅が広がったことになる(ドップラー効果)。



図8.1b <sup>238</sup>Uの 6.7eV における共鳴捕獲断面積の温度依存性

## 8.3 反応度係数の定義

原子炉の運転パラメータである温度や出力が変化した場合の反応度 $\rho$ への影響は、 次式で定義される反応度係数 (reactivity coefficient) により表される。

反応度係数:  $\alpha_x = \frac{\partial \rho}{\partial x}$ .....(8.1)

ここで、xは温度や出力などの着目しているパラメータである。実効増倍率をkとすると、反応度の定義( $\rho$ =(k-1)/k)により、以下のようにも書ける。

 $\alpha_{x} = \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{1}{k^{2}} \frac{\partial k}{\partial x} \approx \frac{1}{k} \frac{\partial k}{\partial x} \quad \dots \tag{8.2}$ 

ここで、想定している体系ではk≈1であることを用いた。

実効増倍率を無限増倍率 $k_{\infty}$ と中性子の漏れない確率 $P_F P_T$ の積として $k=k_{\infty}P_F P_T$ と表す(なお、第5章で述べたとおり、 $P_F$ は高速中性子が漏れない確率、 $P_T$ は熱中性子が漏れない確率である)と、

$$\alpha_{x} \approx \frac{1}{k_{\infty}} \frac{\partial k_{\infty}}{\partial x} + \frac{1}{P_{p} P_{T}} \frac{\partial P_{p} P_{T}}{\partial x}$$
(8.3)

となる。さらに無限増倍率を四因子公式 $k_{\infty}=\eta fp\epsilon$  (5.7節参照)で表現すると、反応度係数は次式となる。

$$\alpha_{x} \approx \frac{1}{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{1}{P_{F}P_{T}} \frac{\partial P_{F}P_{T}}{\partial x} \qquad (8.4)$$

ここで、中性子の漏れない確率 $P_F P_T$ は、バックリング $B^2$ と移動面積 $M^2$ により次のように表される (5.7節参照)ので、

$$P_F P_T = \frac{1}{1 + M^2 B^2} \dots \tag{8.5}$$

(8.3) または (8.4) 式の最終項は次式となる。

反応度係数がどのような値となるかは、8.2節に述べた各要因の変化が影響しあっており、正確には数値計算による評価が必要となるが、概略的な性質、特に係数が負となるか正となるかを考えるときには、上記(8.3)式、(8.4)式の各項の値を評価してみるとよい。

#### 〈例題8.1〉

無限の大きさを持つ仮想的な炉心の密度が、温度変化などにより一様に変化した 場合の反応度係数を(8.3)式により見積もってみよう。ただし、簡単のために、中性 子スペクトルの変化は無視できるものとする。

#### 〈解答8.1〉

炉心の大きさは無限大なので、中性子の漏れる確率は常にゼロであり、(8.3) 式右 辺の第2項はゼロとなる。すなわち、反応度係数は次式のように無限増倍率の変化 のみにより決まる。(なお、このように密度をパラメータとした反応度係数を密度係 数と呼ぶ。)

$$\alpha_N = \frac{1}{k_{\infty}} \frac{\partial k_{\infty}}{\partial N}$$
 (8.7)

無限増倍率は1群理論では、次式で表される。

$$k_{\infty} = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a} = \frac{\nu N_f \sigma_f}{N_a \sigma_a} = \frac{N_f}{N_a} \frac{\nu \sigma_f}{\sigma_a} \dots$$
(8.8)

ここで、N<sub>f</sub>は核分裂核種の原子数密度、N<sub>a</sub>は吸収核種の原子数密度である。 炉心全体の密度が一様に変化する場合、(8.8)式中の原子数密度の比N<sub>f</sub>/N<sub>a</sub>は変化 しない。従って、無限増倍率の変化は無いこととなり、

$$\alpha_N = \frac{1}{k_{\infty}} \frac{\partial k_{\infty}}{\partial N} = 0 \qquad (8.9)$$

すなわち、密度係数はゼロとなる。なお、炉心の大きさが有限の場合でも、(中性子 スペクトルが変化しなければ)無限増倍率の変化は無いので、密度のみが変化した ときの反応度係数は、次式のように中性子の漏れない確率の変化により表される。

## 8.4 いろいろな反応度係数

反応度係数は、着目するパラメータおよび材料(燃料、減速材など)により、種々 のものを定義することができる。温度をパラメータとした反応度係数のことを、反 応度温度係数(temperature coefficient of reactivity)あるいは単に温度係数 (temperature coefficient)と呼ぶ。同様に、ボイド(泡)発生に伴う反応度の変
化率をボイド係数 (void coefficient)、出力変化に伴う反応度の変化率を出力係数 (reactivity power coefficient) などという。以下に、代表的な反応度係数を示す。

#### 8.4.1 温度係数

温度係数は、対象としている媒質の温度が変化したときの単位温度(1℃)当りの反応度変化である。軽水炉のような燃料棒と減速材(水)からなる非均質系では、 燃料温度T<sub>f</sub>あるいは減速材温度T<sub>m</sub>をパラメータとした燃料温度係数および減速材温 度係数が以下のように定義される。

燃料温度係数:  $\alpha_T^f = \frac{\partial \rho}{\partial T_f}$ .....(8.11)

減速材温度係数:  $\alpha_T^m = \frac{\partial \rho}{\partial T_m}$  .....(8.12)

#### (1) 燃料温度係数

燃料ペレットについては、温度変化による密度の変化は小さく、反応断面積の 変化による反応度の変化が主となる。反応断面積の温度による変化は、上述のように共鳴吸収断面積のドップラー効果による実効断面積の変化であり、このときの 温度係数は(8.4)式の共鳴を逃れる確率pの変化項のみで表され、ドップラー係数 (Doppler coefficient)とも呼ばれる。すなわち次式となる。

$$\alpha_T^f = \frac{\partial \rho}{\partial T_f} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial T_f} + \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial T_f} + \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial T_f} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T_f} + \frac{1}{P_F P_T} \frac{\partial P_F P_T}{\partial T_f} \approx \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial T_f}$$
(8.13)

燃料温度が上昇すると、ドップラー効果により共鳴吸収が増加するため、共鳴を逃れる確率pは減少する。従って、上記の温度係数は負の値となる。なお、軽水炉のように棒状燃料が軽水中に配置されているような非均質系では、燃料が発熱源であるため、燃料の温度変化は減速材に比べて大きくなる。また、過渡的な出力変化の場合には、初めに燃料温度が大きく変化する。このことから、ドップラー効果は、炉心 過渡的な出力変動における出力抑制効果として重要な働きをしている。

#### (2) 減速材温度係数

減速材では通常の場合、共鳴吸収を有する核種は無く、吸収断面積はほぼ1/v特 性を有している。また、散乱断面積は減速領域の中性子エネルギーに対してほぼ一定 となっている。従って、高速~熱外エネルギー領域においては、微視的断面積の温度 による変化は無視できると考えられ、減速材の密度変化による反応度変化が主とな る。一方、熱領域においては、第6章において説明したように、熱振動による上方散乱 が存在し、温度が高くなるとこの上方散乱が大きくなる。従って、減速材の密度変化 とあわせ、温度の変化による微視的断面積の変化も考慮する必要がある。

減速材温度上昇により減速材密度が減少すると、中性子の漏えいが増え、また散 乱反応が減少することにより、中性子スペクトルが高エネルギー側にシフトする(この 現象を「スペクトルが硬化する」という)。また、熱領域において原子核の熱振動の影 響で上方散乱が増えるため、やはり中性子スペクトルが硬化する原因となる。これら は、通常は負の反応度効果をもたらす。ただし、MOX(混合酸化物)燃料のようなプ ルトニウムを含む燃料を使用している場合には、中性子スペクトルの硬化は核分裂を 増加させ、正の反応度効果を生じる場合もある。また、燃料に比べて減速材の量が 多い、いわゆる減速過剰になっている場合や減速材による中性子の吸収が無視でき ない場合にも、減速材密度の低下は正の反応度効果をもたらすこととなる。

以上は、非均質体系における温度係数であるが、溶液燃料体系のような均質系の 場合には、燃料と減速材はほぼ同じ温度変化となり、密度変化もほぼ等しくなる。こ のような場合、非均質系のように燃料温度係数(fuel temperature coefficient)と減 速材温度係数(moderator temperature coefficient)に分けることなく、単に温度係 数として、両者の変化に伴う反応度変化を評価している。溶液燃料体系は、比較的小 さな体系であることが多く、この場合には体積変化の影響が大きいことから、密度変 化、断面積変化に加えて、体積変化も含めて評価しなくてはならないケースが多い。

#### 〈例題8.2〉

溶液燃料の密度が一様に変化し、炉心が膨張した場合の密度係数を見積もってみ よう。ただし、中性子スペクトルの変化は無いものとする。

#### 〈解答8.2〉

密度の一様変化による反応度変化(密度係数)は、8.3節に示したように、(8.10)式 の中性子の漏れない確率のみにより表される。

まずは、(8.10) 式に含まれる移動面積M<sup>2</sup>およびバックリングB<sup>2</sup>の密度による変化を 考える。

①移動面積M<sup>2</sup>の変化

移動面積M<sup>2</sup>は次式で表わされる((5.92)式~(5.94)式参照)。

$$M^{2} = L_{1}^{2} + L_{2}^{2} = \frac{D_{1}}{\Sigma_{a,1} + \Sigma_{S,1 \to 2}} + \frac{D_{2}}{\Sigma_{a,2}}$$

ここで、 $D=3/\Sigma_{tr}$ ((4.15)式参照)および巨視的断面積は原子数密度と微視的断面 積の積であること( $\Sigma=N\sigma$ )を思い出すと、次式のように移動面積 $M^2$ は $N^2$ に反比例 していることがわかる。

$$M^{2} = \frac{D_{1}}{\Sigma_{a,1} + \Sigma_{S,1 \to 2}} + \frac{D_{2}}{\Sigma_{a,2}} = \frac{1}{3\Sigma_{tr,1} (\Sigma_{a,1} + \Sigma_{S,1 \to 2})} + \frac{1}{3\Sigma_{tr,2} \Sigma_{a,2}}$$
$$= \frac{1}{3N\sigma_{tr,1} N (\sigma_{a,1} + \sigma_{S,1 \to 2})} + \frac{1}{3N\sigma_{tr,2} N \sigma_{a,2}} \qquad (8.14)$$
$$= \frac{1}{3N^{2}} \left( \frac{1}{\sigma_{tr,1} (\sigma_{a,1} + \sigma_{S,1 \to 2})} + \frac{1}{\sigma_{tr,2} \sigma_{a,2}} \right) \propto \frac{1}{N^{2}}$$

②バックリングB<sup>2</sup>の変化

バックリングB<sup>2</sup>は炉心寸法Xの2乗に反比例する (5.4節参照) ので、次式のようになる。

$$B^2 \propto X^{-2} \propto V^{-\frac{2}{3}} \propto N^{\frac{2}{3}}$$
 (8.15)

ここで、Vは炉心体積であり、体積変化にかかわらず、炉心の全原子数は一定なので、 $V \propto N^{-1}$ の関係となっている。

以上より密度係数は次式となる。

$$\alpha_{N} = -\frac{M^{2}B^{2}}{1+M^{2}B^{2}} \left( \frac{1}{M^{2}} \frac{\partial M^{2}}{\partial N} + \frac{1}{B^{2}} \frac{\partial B^{2}}{\partial N} \right) = -\frac{M^{2}B^{2}}{1+M^{2}B^{2}} \left( -\frac{2}{N} + \frac{2}{3N} \right) \dots \dots (8.16)$$
$$= \frac{4}{3N} \cdot \frac{M^{2}B^{2}}{1+M^{2}B^{2}}$$

(8.16)式に含まれる各量(N,M<sup>2</sup>,B<sup>2</sup>)は正であるので、密度係数は常に正となる。 この結果、炉心の一様な膨張により、密度が減少すると負の反応度効果をもたらすこ ととなる。このことは、以下のようにも説明できる。

- ・密度が減少すると、その分体積が増加して中性子の漏れが減少する(バックリングの減少)が、その割合は、密度の2/3乗に比例する(N<sup>2/3</sup>)。
- 一方、密度の減少による漏れの増加(移動面積の増加)は、密度の2乗に反比例 する (N<sup>2</sup>)。
- ・両者の積は、N<sup>2/3</sup>×N<sup>-2</sup>=N<sup>-4/3</sup>となる。これより密度の減少は常に漏れを増加 させることとなるので、負の反応度効果を生じる。

なお、中性子スペクトルが変化する場合には、ここで一定とした1群の微視的断面

積が変化することとなり、(8.16)式は適用できない。

たとえば、ウラン溶液を燃料とする原子炉では、密度減少による中性子スペクトル の硬化(高エネルギー側へのシフト)は負の反応度効果をもたらし、全体として負の 反応度係数となるが、プルトニウム溶液の場合には、中性子スペクトルの硬化が核分 裂反応を増加させることにより、全体として正の反応度効果を生じる場合がある。

ここで、(8.16)式により表される密度係数と温度係数の関係を考えてみる。無限増 倍率が変化しないときの温度係数は、次式となる。

$$\alpha_{T} = \frac{1}{P_{F}P_{T}} \frac{\partial P_{F}P_{T}}{\partial T} = \frac{1}{P_{F}P_{T}} \frac{\partial P_{F}P_{T}}{\partial N} \frac{\partial N}{\partial T} = \alpha_{N} \frac{\partial N}{\partial T}$$
$$= \frac{4}{3N} \cdot \frac{M^{2}B^{2}}{1+M^{2}B^{2}} \frac{\partial N}{\partial T} = \frac{4}{3} \left(\frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial T}\right) \frac{M^{2}B^{2}}{1+M^{2}B^{2}} \qquad (8.17)$$
$$= -\frac{4}{3} \left(\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial T}\right) \frac{M^{2}B^{2}}{1+M^{2}B^{2}}$$

なお、 $\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial T}$ は体積膨張率を表しており、最後の等式では、 $\frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial T} = -\frac{1}{N}\frac{\partial N}{\partial T}$ である

(体積膨張率は、密度減少率に等しい)ことを用いた。この式により、一様な密度変化に伴う温度係数を評価することができる。また、(8.17)式において、体積膨張率が正であれば、他の量は全て正であるので、温度係数が負になることがわかる。

#### (3)構造材の温度係数

高速炉のような炉心温度が高い原子炉では、構造体の膨張による反応度変化が 無視できなくなる。高速増殖炉の設計においては、構造材温度係数として、燃料被ふ く管やラッパ管、炉心支持板<sup>(注8.3)</sup>の熱膨張による反応度変化を考慮している。

被ふく管およびラッパ管については、軸方向への膨張は構造材密度の減少となり、 構造材による中性子の吸収が減少するため、正の反応度効果が生じると考えられる。 また、径方向の膨張により、冷却材流路断面積が小さくなり、冷却材を減少させるこ とにより中性子スペクトルが硬化して、核分裂反応が増えることから、これも正の反応 度効果になるといえる<sup>(注8.4)</sup>。

炉心支持板では、径方向への膨張は炉心体積を大きくし、中性子の漏れる確率を 減少させることにより、正の反応度効果があると考えられるが、一方、燃料同士の間 隔が大きくなり、冷却材の割合が増えるため、燃料割合の減少と中性子スペクトルの 軟化による負の反応度効果も考えられる。炉心寸法が大きな炉では、炉心体積の変 化による効果が小さくなるので、炉心支持板の温度係数は負になるといえる。

#### (4) 温度係数の測定例

温度係数の測定例として、軽水臨界実験装置TCAで行なわれた実験<sup>1)</sup>について紹介する。TCAは、軽水炉の炉心部を模擬できる臨界実験装置であり、軽水中に低濃縮ウランのUO2燃料棒あるいはPuO2-UO2混合酸化物(MOX)燃料棒を格子状に 配列して炉心を構成する(図8.2、8.3参照)。

温度係数の測定実験では、軽水の温度を室温から最高約80℃まで変化させたと きの反応度変化を測定している。実験では、炉心全体が一定温度になるようにしてお り、燃料棒温度も変化しているが、測定範囲におけるドップラー効果は小さく(全体 の1割以下)、この実験では減速材温度係数を測定しているといえる。MOX燃料を用 いた炉心(MOX炉心)の測定結果を図8.4に示す。

図8.4は、測定データを温度の2次式にフィッティングした結果を用いて描いており、 水温20℃を基準とし、そこからの温度変化に対する反応度の変化を示している。また、 測定は燃料と減速材(軽水)の体積比(減速材/燃料)を変えた4種類の炉心につい て行なっている。このうちの2つの炉心は、やや減速材が少ない炉心(減速不足の炉 心)であり、残りの2つは減速材が多い炉心(過剰減速の炉心)である<sup>(注8.5)</sup>。

この結果(図8.4)を見ると、減速不足の炉心(2.42Puと2.98Pu)では、温度の上 昇に伴い反応度が減少しており、温度係数が負となっているが、過剰減速の炉心

(4.24Puと5.55Pu)では、温度上昇とともに反応度が増加しており、正の温度係数となることがわかる。

注8.3:ラッパ管は高速炉の燃料集合体を収 める鞘管である(図10.23)。また、炉心支持 板は燃料集合体を配列し支持する構造物で あり、ラッパ管下部に取り付けられたノズルを 支持板に挿入することにより、支持している。

注8.4: 軽水炉など、中性子を減速して使用す る熱中性子炉では、中性子スペクトルが硬化 (高エネルギー側にシフト)すると、核分裂 反応は減少する。これは、低エネルギー領域 では、エネルギーが高くなるとともに核分裂 断面積が小さくなることによる。一方、高速 炉においては、主として燃料として使用され る<sup>239</sup>Puの核分裂断面積は高エネルギー領域 (>10keV)においてエネルギーとともに大きくな る傾向を示すことから、中性子スペクトルの硬 化は熱中性子炉とは逆に核分裂反応を増大 させる方向に働く。

注8.5:減速材と燃料の体積比を変化させて いくと、臨界となる燃料量(臨界量)も変化 する。臨界量が最も少なくなるときの体積比 の状態を「最適減速」といい、これより減速 材が少ない状態を「減速不足」、多い状態を 「過剰減速」とよぶ。

軽水減速材は、水素による中性子の吸収効果が比較的大きいため、減速材の多 い炉心の場合、減速材中において中性子の減速効果よりも吸収効果が大きくなる。 このような炉心で、温度上昇により減速材密度が低下すると、吸収効果の減少が効 き、合計では正の反応度が加わることとなる。ここで示した例はMOX炉心の場合で あるが、UO2炉心でも基本的には同様の結果となる。

なお、中性子スペクトルの変化も生じているが、測定した炉心はいずれも十分に減 速された炉心であり、また、少なくとも正の反応度効果を有している2つの炉心では、 温度上昇後でも十分な減速効果があるため、中性子スペクトルの変化による反応度



TCAは直径約2m、高さ約2mの炉心タンク内に設置した、上下2枚の格子板に燃料棒を 配置することにより炉心を構成する。制御棒は使用せず、減速材および反射材である軽 水を炉心タンク下部から給排水し、水位を調整することにより反応度を制御する。



上段:濃縮度2.6wt%のUO2の燃料棒、ペレット径12.5mm 下段:PuO2富化度3.0wt%のMOX燃料棒、ペレット径10.65mm



変化は無視できると考えられる。

このように、同じ燃料棒を使用した炉心でも、減速材(軽水)が多いか少ないかで、 温度係数の正負が逆になってしまう。軽水炉の設計では、温度係数が負となるように、 減速不足の炉心構成としている(この点については、第10章であらためて議論する)。

このような温度係数の性質を、(8.4)式を用いて検討してみよう。ただし、体系が十分に大きいとして、中性子の漏れる確率は変化しないものとする。このとき、(8.4)式は次のようになる。

 $\alpha_T \approx \frac{1}{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial T} + \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial T} + \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial T} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \quad \dots \tag{8.18}$ 

ここで、中性子スペクトルの変化が小さいとすれば、高速核分裂因子eは変化しない。また、ηは燃料に吸収された中性子1個当りの核分裂で生成される中性子数であり、次式で定義されるが、

 $\eta = \frac{\nu \Sigma_{fF}}{\Sigma_{aF}} \tag{8.19}$ 

熱中性子領域では燃料の吸収断面積 $\Sigma_{aF}$ と核分裂断面積 $\Sigma_{fF}$ の比は一定とみなせるので、中性子スペクトルの変化が小さければ、この値も変化しない。

共鳴を逃れる確率pについては、上述のように温度変化に対して負の反応度効果 を有しているが、ここで考えている温度変化の範囲では、反応度効果は減速材温度 係数に比べて小さく、pの変化は無視できる。

熱中性子利用率 f は、全ての吸収反応に対する燃料の吸収反応の割合であり、次 式で表される。

$$f = \frac{\Sigma_{aF}}{\Sigma_{aF} + \Sigma_{aM}} \tag{8.20}$$

ここで、 $\Sigma_{aM}$ は減速材の巨視的吸収断面積である。なお、この式では減速材と燃料 以外の物質(構造材等)による吸収反応を無視している。温度上昇により減速材密 度が低下すると(燃料密度の変化は無視できる)、分母の $\Sigma_{aM} = N_{aM} \sigma_{aM}$ が減少し、fが増加する。この結果、正の温度効果が現れることとなる。これを(8.18)、(8.20)式 を用いて表すと、

$$\begin{aligned} \alpha_T &\approx \frac{1}{f} \frac{\partial f}{\partial T} \approx \frac{\Sigma_{aF} + \Sigma_{aM}(T)}{\Sigma_{aF}} \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\Sigma_{aF}}{\Sigma_{aF} + \Sigma_{aM}(T)} \right) \\ &= \frac{\Sigma_{aF} + \Sigma_{aM}(T)}{\Sigma_{aF}} \cdot \Sigma_{aF} \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left( \Sigma_{aF} + \Sigma_{aM}(T) \right)^{-1} \\ &= \frac{\Sigma_{aF} + \Sigma_{aM}(T)}{\Sigma_{aF}} \cdot \Sigma_{aF} \cdot \left\{ -\left( \Sigma_{aF} + \Sigma_{aM}(T) \right)^{-2} \right\} \frac{\partial \Sigma_{aM}(T)}{\partial T} \dots \end{aligned}$$
(8.21)  
$$&= -\frac{1}{\Sigma_{aF} + \Sigma_{aM}(T)} \frac{\partial \sigma_{aM} N_{aM}(T)}{\partial T} \\ &= -\frac{1}{\Sigma_{aF} + \Sigma_{aM}(T)} \sigma_{aM} \frac{\partial N_{aM}(T)}{\partial T} \end{aligned}$$

となる。ここで、最後の項の減速材密度N<sub>aM</sub>の温度変化は負の値となるので、温度係数は正の値となる。なお、この結論は、体系からの漏れの変化が無く、また中性子スペクトルも変化しないとの前提に基づくものであることに注意してほしい。例えば、減速不足の体系において温度上昇により減速材密度が低下する場合には中性子スペクトルの変化が無視できなくなり、この結論は適用できない。

#### 8.4.2 ボイド係数

ボイド係数 (void coefficient) は、液相中にボイド (泡) が発生したときの単位ボイド (たとえば1%ボイド) 当りの反応度変化であり、次式で定義される。

~ -	ορ	(0.00)
$a_V =$	$\overline{\partial F_V}$	(8.22)

ここで、F<sub>v</sub>はボイド率である。ボイドは非均質体系では、減速材中でのみ発生する。 このときのボイド係数を減速材ボイド係数とも呼ぶ。ボイド率の変化は、密度変化で あり、その反応度への影響は8.2.1節に述べたとおりである。

ナトリウム冷却の高速炉において、ナトリウム中にボイドが発生した場合、減速効 果が減少し、中性子スペクトルが硬化する<sup>(注8.6)</sup>ことにより、正の反応度効果が生じ る。この効果と、中性子の体系からの漏れによる負の反応度効果の大小により、反応 度係数の正負が決まる。なお、ナトリウムの高速中性子に対する吸収は小さく無視で きる。大型炉の場合には中性子の漏れの効果が小さく、炉心中心部のナトリウムボイ ド係数は正となる。

ちなみに軽水炉では、上述のように減速不足の状態となっているため、ボイド率の 増加(あるいはボイドの発生)は、減速効果を減少させ、負の反応度効果が生じるこ ととなる。

#### 8.4.3 出力係数

出力係数は、単位出力変化当りの反応度変化である。出力変化は、温度変化やボ イド率変化を生じるが、出力係数はこれら諸量の変化を全て反映したものとなる。な お、出力変化に伴う、温度やボイド率変化は空間分布を有しており、また、各反応度 係数も位置により変化するので、出力係数は以下のように炉心全体について空間的 に積分し、平均した値となる。

ここで、VCOREは炉心の体積、積分範囲は炉心領域全体とする。

注8.6:高速炉では、もともと中性子スペクトル は高速エネルギーに偏ったものとなっている が、それがさらに高エネルギー側にシフト(硬 化)することとなる。

## 8.5 その他の反応度変化

これまでは原子炉出力の変化に伴う反応度効果(反応度フィードバック)について 考えてきたが、この他に、燃料や構造材の移動、出し入れなども、原子炉に反応度変 化を与える。原子炉の運転中に、炉心に「もの」を出し入れすることは、発電用原子炉 では考えにくいが、研究用原子炉では、照射用の試料の出し入れが頻繁に行われて いる。また、停止中であれば、燃料の配置変更(シャフリング)などによる「もの」の出 し入れが行なわれる。あるいは、何らかの要因により、炉心内の燃料や構造材の位 置が変化する可能性もある。

これらの変化による反応度効果についても、これまでと同様に(8.3)式や(8.4)式 の各項の変化を評価することにより、その特性を把握することが出来る。以下では、 やや特殊な例ではあるが、軽水減速炉心から燃料棒1本を出し入れしたときの反応 度効果と裸の炉心に制御棒を出し入れしたときの反応度効果の測定例について取り 上げる。

#### 8.5.1 燃料棒の反応度効果

燃料棒の反応度効果の測定例として、上述の軽水臨界実験装置TCAにおける測定結果<sup>2)</sup>を紹介する。この測定は、低濃縮ウランのUO2燃料棒を軽水中に配列した 炉心において行われた。図8.5のグラフ内に示す炉心構成図のように、燃料棒17本 ×17本を正方格子状に配列した炉心の燃料棒1本を抜き差ししたときの反応度変化 を測定している。燃料棒を抜いた部分は軽水で満たされるので、この測定では、「燃 料」と「軽水」を置き換えたときの反応度(置換反応度)を求めていることとなる。

実験では、炉心構成図のA~Eで示した位置について測定を行った。炉心は十分 厚い軽水反射体で囲まれており、図中の右端の位置は、反射体中における置換反応 度となり、この場合には燃料棒本数が1本多くなっている(17本×17本+1本)。なお、 炉心の減速材対燃料体積比は1.83であり、これはやや減速不足の状態である。

測定結果を、図8.5に示す。グラフの横軸は炉心中心からの距離であり、縦軸は 「軽水」から「燃料」へ置換したときの反応度変化である。中心から3番目の測定位 置までは負の反応度変化となっているが、これは測定位置の燃料棒をあらかじめ抜 いて置いた炉心に、燃料棒を挿入したときの反応度変化が負になったということを意 味している。



## 図8.5燃料棒の反応度効果2)

軽水臨界実験装置TCAにおける測定結果 [濃縮度2.6wt% UO2燃料棒-軽水減速・反射体系] 図中の黒丸の位置(A~E)における軽水を燃料棒に置き換えたときの反応度を測定。 直感的には、炉心に燃料棒を1本追加した訳だから、正の反応度変化が生じるように思えるが、燃料を抜いてあった領域では、減速材が多く十分な減速が行なわれていたが、そこに燃料棒を追加して減速不足となったため、負の反応度効果が生じたのである。この効果が、燃料の増加による正の反応度効果を上回っており、負の反応度変化となった。

これが炉心の境界や反射体領域になると、図に示すように正の反応度効果に反転 する。炉心境界や反射体領域では、周囲に軽水が十分にあるため減速材の排除によ る負の効果が小さくなる一方、燃料の増加により、炉心のサイズが大きくなり、中性子 の漏れる割合が減少する効果が大きくなるためである。

#### 8.5.2 制御棒の反応度効果

次に、制御棒の反応度効果 (control rod worth, reactivity effect of control rod) の測定例として、過渡臨界実験装置TRACYでの測定<sup>3)</sup>を取り上げる。TRACYは、 JCO臨界事故のような溶液燃料体系の臨界事故事象を模擬した実験を行う装置で あり、燃料としてウラン濃縮度10wt%の硝酸ウラニル水溶液を使用し、直径50cmの 炉心タンクに溶液を給液することにより、臨界および超臨界状態としている。

測定を行なった制御棒は、炉心タンク中心の制御棒案内管の内部を上下に駆動 できるものである。案内管内部には溶液は存在せず、制御棒を引き抜いた状態では、 管内部は空(ボイド)となっている。

図8.6に、TRACY炉心の概念図と制御棒反応度効果の測定結果(グラフ)を示す。 グラフの横軸は制御棒位置を示しており、0mmのときに制御棒の下部先端が炉心タ ンク底面の高さにあることとなる。測定時の炉心高さ(溶液の液位)は約46cmであり、 これは制御棒を上限まで引き抜いたときに臨界となる高さ(液位)である。

制御棒が完全に挿入された状態(-100mm)では、制御棒反応度は約-2.8ドル(ドル(\$)については、第7.3節参照)であり、制御棒を引き抜くにつれて、負の反応度が小さくなっていく。炉心中心部近傍(200~300mm)において反応度変化(グラフの傾き)が最も大きくなり、炉心上端に近づくにつれて、反応度変化は小さくなる。

通常は、炉心上端部近傍で制御棒反応度は単調にゼロに漸近していくが、この測定では約400mm以上の範囲で、僅かではあるが正の反応度が測定されている。これは制御棒を完全に引き抜いた状態で臨界となっている炉心に、制御棒を挿入するために上から炉心へ近づけていくと正の反応度が加わることを意味している。

TRACYのような反射体のない、いわゆる裸の原子炉に外部から何らかの物質(この場合、制御棒)が近づくと、炉から漏れ出した中性子の一部が、その物質により散 乱されて、炉心に戻る(反射される)割合が増加する。この結果、正の反応度効果が 生じることとなる<sup>(注8.7)</sup>。

TRACYの制御棒は、中性子吸収体としてB4Cを使用しているが、どんなに吸収断



図8.6制御棒の反応度効果3)

過渡臨界実験装置TRACYにおける測定結果

[濃縮度10wt%ウランの硝酸ウラニル水溶液体系]

直径50cmの円筒容器中にウラン溶液を高さ約46cmまで入れて臨界とした体系。容器 中心の制御棒案内管中を制御棒(B<sub>4</sub>C)が移動したときの反応度を測定した。

注8.7:TRACYの制御棒は、臨界事故を模擬 するための反応度投入に使用される。原子炉 停止用としては、別途、安全棒3本が設置され ている。 面積が大きな物質でも、中性子を完全に吸収する物質(光の場合にならって、完全 黒体という)は存在せず、中性子の一部は散乱されることとなる。このため、裸の原 子炉のような中性子の漏れが非常に多い状態で臨界となる原子炉の近傍にあるもの は、たとえそれが強い吸収体であっても、反射体として作用することに注意しなくて はいけない。なお、人間の体は、多くが水分であり、非常に良い反射体となりうる。過 去にも、人が近づいたことにより未臨界であった体系が臨界超過となった事例がある (第5.9節参照)。

# 8.6 原子炉の固有の安全性

本章の冒頭で述べたように、通常の原子炉では誤操作などにより予想外の出力上 昇が生じた場合に、出力を抑制するために負の反応度が加わるように設計している。 具体的には、温度係数やボイド係数が負になるように設計している。これにより、原 子炉の出力上昇がある範囲に抑えられることとなる。このような原子炉を固有の安全 性(inherent safety)を有しているという。

出力上昇に対して、負の反応度フィードバックを有しているということは、逆に出力 が減少するような場合は、それを抑えるために正の反応度が加わることとなる。この ように、出力がある一定レベルを維持するような特性を有していることを、自己制御 性があるという。原子炉は、安全上期待すべき状態が維持されるような自己制御性 を有していることが望ましい。

旧ソ連で1986年に発生したチェルノブイリ原子力発電所の事故では、次節に述べ るように、低出力運転時にはボイド係数が正となり、また、条件によっては制御棒挿 入時に正の反応度が加わるようになっており、固有の安全性をもつ原子炉ではなかっ た。このことが大きな事故を引き起こした要因の一つとなっている。

# 8.7 チェルノブイリ原子力発電所事故と反応度効果

## 8.7.1 事故の概要

1986年4月25日、チェルノブイリ原子力発電所4号機(定格熱出力3,200MW)は定 期点検のため停止する予定になっていた。そしてこの停止に合わせて、かねてから懸 案であったある試験をすることになっていた。この原子炉では、常用の電源が失われ た際に、原子炉に備え付けたECCS(非常用炉心冷却装置)の一部のポンプが、非常 用ディーゼル発電機により起動される設計となっておらず、惰性で回転を続けている 発電機からの電力を利用する設計となっていた。そこで、設計どおりにポンプが起動 するかを試験して実証しようとした。

試験の方法は原子炉の熱出力が1,000MWを少し下回ったところで原子炉冷却材ポ ンプを発電機の負荷としてつなぎ、発電機を回すタービンへの蒸気を遮断して発電機 が惰性回転で起こす電力が使えるかどうか確かめようとするものであった。実は、これ より以前に二度その試験を行ったが、発電機の電圧が下がるのが速すぎてECCSがう まく作動しなかった。それで、発電機の励磁装置を改良し、今度こそうまく作動するだろ うと期待して計画されたものであった。待ちに待った試験だったのである。

初めに断っておくが、この試験計画そのものが原子炉物理の特性試験とは直接関係ない電気的な系統の試験であり、原子炉物理の専門家、設計部署、国家原子力監視委員会からまったく合意が得られておらず、電気技師長の指揮で行われたものであった。そしてこの3度目の正直を狙い、何としても成功させたいという思いが想定をはるかに越えた未曾有の事故を発生させた遠因であった。本試験に原子炉物理の専門家が参加していなかったことが悔やまれる(図8.7)。

記録によると、25日午前1時ころから原子炉の停止操作に入り、徐々に出力を下げていき、午前11時頃には出力50%くらいになっていた。このまま順調に下げていき、計画どおりに試験すれば、目的が果たせられたかどうかは別として、あるいは事故に至らなかったかもしれない。しかし運が悪いことに、このときの給電所から電力が不足しそうなので給電を続行するようにとの指令が入った。それでしばらく電気出力50%で送電を続けなければならなかった。





ところで、チェルノブイリ事故の全貌を語るには、原子炉の熱流動特性に関する事柄に触れる必要がある。しかし、本書は原子炉物理学の教科書であるから、熱流動 に関する事柄は最小限に止め、詳しくは他書にゆずり、今は原子炉物理の側面に限 定して説明する。

舞い込んできた給電指令はなかなか解除されず、午後11時頃になってやっと解除 された。そこで出力を下げる操作が再開されたが、制御系の操作を間違えたため、目 標とした1,000~700MWをずっと下回る30MWまで出力が下がってしまった。

ここで燃料の燃焼に伴う特有の事項について簡単に説明する。それは、長時間 運転されてきた原子炉の燃料中には多くの核分裂生成物がたまるが、それらの中に <sup>135</sup>Xe(キセノン135)という中性子を非常に吸収する核種が生まれるということであ る(9.3節参照)。<sup>135</sup>Xeがたまると、これが中性子を無駄食いしウランの核分裂を阻 害するため、原子炉の出力を30MWから再び上げるには制御棒を余分に引き抜かね ばならない。読者は図9.6を見て欲しい。原子炉を停止、あるいは出力を下げたとき、 <sup>135</sup>Xeがたまるピークは原子炉出力低下後およそ12時間後あたりであると見て取れる。

チェルノブイリ4号機は、出力を下げてからまさにちょうどそのピークの時間帯にさ しかかっていた。運転員は何とかして目標の熱出力 (700MW) まで回復させようとし て大部分の制御棒を引き抜いたが、たかだか200MWまでしか回復させることができ なかった。8.7.2節に述べるように、このような低出力運転状態では、この型の原子炉 は出力係数が正となり、不安定で危険な状態となる。

また、チェルノブイリ型炉では制御棒が211本あるが、緊急停止の場合に備えて制御 棒30本(主任技術者が特に認めた場合は15本)に相当する量は、「反応度操作余裕」 (8.7.3節参照)として、炉心にある程度挿入しておくことが運転規則で定められていた。

上に述べたように、例外的には15本までは許されるが、いかなる場合でもそれを下 まわって運転してはならないことになっていた。ところが、このときは出力を回復しよ うとして、結局6~8本相当の制御棒しか炉心内に残されていなかった。この行為は明 らかな規則違反である。しかし、「反応度操作余裕」が規定値を下回っていたことは 事故後に判明したことであり、運転員は運転中にこれを容易に知ることができるよう にはなっていなかった。

事故後の調査により、「反応度操作余裕」が少なくなると、制御棒挿入初期に正の 反応度が炉心に添加されるポジティブスクラム(8.7.3節参照)の値が大きくなり、ま た正のボイド反応度係数も大きくなることが明らかとなり、この「反応度操作余裕」が 安全上非常に重要な量であることがわかってきた。しかし、当時の運転員はそのよう な意識は無く、単に空間的な出力の不均衡を制御するパラメータであるとの認識し か持っていなかった。このため、この規則違反を単に運転員の責任として、一概に責 めることはできない。

4号機は上述のように、非常に不安定で危険な状態となっていた。それでも彼らは 計画の試験を続行した。なぜ思い止まらなかったのか。後日の聴取によると、それは 前記したように、この日の試験を逃すといつできるのかわからず、何としても実施した かったからであった。

記録では午前1時23分4秒に試験が開始されたとある。正の出力係数を持つ不安 定な炉の出力が上昇し、これを止めようとしてスクラムボタンを押したことにより、さら に正の反応度が加わり、23分41秒に原子炉は暴走を始め破壊に突き進んでいった。

大きな反応度が投入された結果、燃料が高温になり熱除去が間に合わなくなった。 このため圧力管内で急激な蒸気圧上昇がおこり、この力で炉の上蓋になっている生 体遮へい盤が持ち上がり横倒しとなり圧力管と気水分離器をむすぶ配管をことごとく 引きちぎった。

後日の聴取によると、運転員は2回の爆発音を聞いたという。1回目の爆発音は生体遮へい盤と配管が破壊し蒸気が突出したときの音であろうとの説が有力である。 燃料棒の一部が溶け蒸気爆発があったとされる。後の現場調査でちぎれた配管の 中に燃料片が見つかったからである。燃料が壊れ、その破片の一部が冷却水の上昇 で配管に運ばれ、直後に爆発で配管がちぎられたと考えられた。

後の爆発音は水素爆発との説がある。燃料の被ふく管の材料であるジルカロイ(ジ ルコニウムの合金)は高温になると水の酸素と結合し、水素を発生させる。この水素が 爆発したという考え方である。なお、これらのことは他書にゆずり、ここではこれ以上触 れない。

ただ、この爆発があたかもウラン燃料が小型の原子爆弾となり爆発したかのごと く説明されている場合があるが、これは誤りでありことを指摘しておきたい。すなわち、 原子爆弾は核分裂から発生する核的なエネルギーを直接用いているが、ここでの爆 発は高温になって溶けた燃料により冷却水が急激に水蒸気に変わり、蒸気爆発もし くは水素爆発を起こした、機械的あるいは化学的なエネルギーによるものであり、エ ネルギーの大きさ・性質ともに全く異なっている。

事故は、原子炉をことごとく破壊し、元々格納容器のようなものは備わっていな かったこともあり、炉心が空中に露出し、大量の放射性物質を環境に放出した。高温 になった黒鉛が燃え出したことにより上昇気流が発生し、空中への放射性物質の放 出を助長した。



図8.8 圧力管周りの概念図

この事故により、大量の放射性物質が国境を越えて拡散した。希ガス核種については炉内存在量のほぼ100%が、その他の核種についても相当の量が放出されたと推定され、周辺住民や環境に大きな影響を与え、31名の死者(火傷等で死亡した3名を含む。平成8年(1996年)OECD/NEAレポート)と多数の被ばく者を出した。その影響はウクライナおよびその近隣諸国で現在も続いている。(以上、文献5)より一部改訂して引用。)

この事故を引き起こした要因として、ボイド係数が正であり、特に低出力状態では 出力係数も正であったこと、および、制御棒挿入時に正の反応度が加わる設計であっ たことが挙げられている。以下に、これらの反応度効果について述べる。

#### 8.7.2 ボイド反応度効果

4号機は、上述のように黒鉛減速・軽水冷却の炉心である(図8.8)。この炉におけ るボイド係数を考えてみる。出力が上昇し、ボイド率が増加すると、軽水冷却材の密 度が低下する。しかし、中性子の減速は黒鉛により行なわれるので、中性子スペクト ルの変化はほとんど無い。

また、黒鉛減速炉は炉心寸法が大きいため、中性子の体系からの漏れが少なく、 軽水密度減少による漏れの反応度効果は小さい。このため、ボイド率の増加は、吸 収体である軽水(水素)密度が減少することによる正の反応度効果をもたらす。すな わち、ボイド係数は正の値となるのである。

では、出力変化に対する反応度の変化、すなわち出力係数はどうなるのであろうか。 出力が上昇した場合、ボイド率の増加の他に温度の上昇も生じる。燃料温度の上昇 は、先に述べたドップラー効果(8.2.3節参照)による共鳴吸収の増加により負の反応 度を生じる。出力係数が正となるか負となるかは、これらボイド効果とドップラー効 果の大小により決まる。

この原子炉では、ある程度以上の出力では、負のドップラー効果のほうが大きく、 出力係数は負となっていた。しかし、ボイドが発生し始めるような低い出力状態で は、出力増加に対するボイド率の増加割合が大きく、ボイド効果による正の反応度 が、ドップラー効果を上回ってしまい、出力係数が正となっていた。このため、低出力 状態では、非常に不安定な原子炉であり、そのような状態では運転すべきでなかっ た。しかしながら、4号機では実験開始時の出力は、当初計画の値であった70万kW (700MW)を大きく下回る20万kW (200MW)まで低下していた。なお、20万kWで



図8.9 ポジティブスクラムの発生原理

制御棒を挿入すると、制御棒下端に取付けられた黒鉛ディスプレーサが圧力管中の 軽水を排除し、中性子の吸収が少なくなり、正の反応度が加わる(ポジティブスクラム) の運転は規則違反ではないが、本来は禁止事項とすべきであったことおよび「運転 員がその場で試験条件を変更するようなことはセーフティ・カルチャーの欠如を示す ものである。」との厳しい批判がIAEAの調査報告に示されている<sup>6.7</sup>。

## 8.7.3 制御棒挿入の反応度効果6)

4号機の制御棒下端には、ディスプレーサと呼ばれる棒状の黒鉛が取り付けられていた。これは、制御棒を引き抜いた後の水への中性子の吸収を少なくするためのものである。

しかし、図8.9に示すように、制御棒をある位置以上に引き抜くと、炉心の下部では 黒鉛棒がなくなり、圧力管内は軽水冷却材で満たされることとなる。

このような状態から、制御棒を挿入しようとすると、炉心下部については、黒鉛により軽水が排除されて、中性子の吸収が減少し、正の反応度が加わる可能性がある。

この反応度は、中性子束分布のピークを外れた領域では、あまり大きな効果とはな らない。しかし、多数本の制御棒が引き抜かれていると、中性子束分布が炉心下部に ピークを持つような形に歪み、その結果、大きな正の反応度が加わってしまう。

4号機では、制御棒によるスクラム機能を維持するために、決められた本数以上の 制御棒をある程度炉心内に挿入しておかなくてはいけないこととなっていた。この炉 心に残しておくべき制御棒の本数を「反応度操作余裕」といい、15本相当以上を残し ておく決まりとなっていた。

しかし、事故当時は、一度3万kW (30MW) まで低下してしまった出力を上昇させ るために多数の制御棒が上限まで引き抜かれた状態であり、「反応度操作余裕」は7 本程度となっていた。

後の解析では、この状態で制御棒を挿入すると、0.5秒で約0.6%の正の反応度が添加されることが示されている。このため、不安定な状態になった原子炉を緊急停止しようとしてスクラムボタンを押し、制御棒を挿入すると、挿入開始当初には逆に正の反応度が加わったてしまうのである。このような、スクラムにより正の反応度が加わることを、ポジティブスクラムと呼ぶ。

ポジティブスクラムが、大事故の主要因であったかについては、これまで多くの議 論がされているが、最近の研究<sup>8)</sup>によると、ポジティブスクラムが引き金となり出力上 昇が起き、それによりボイド率が増加し、正の反応度フィードバック効果により出力暴 走に至ったとされている。

チェルノブイリ原発事故は、事故直後には運転員の規則違反が主原因とされていた<sup>4)</sup>が、その後の調査により、明らかな規則違反は上述の「反応度操作余裕」のみであり、むしろ原子炉の設計上の問題および「安全文化」の欠如が主原因であるということが明らかとなった<sup>6,7)</sup>。原子炉の安全確保には、設計、建設、運転の各段階における配慮が必要であるが、その中でも設計において、固有の安全性をもたせることが重要である。

# 8.8 まとめ

本章では、炉心の温度やボイド率などの状態量の変化が、中性子の生成、吸収、 漏れの変化により、どのような反応度変化を生じるかを学んだ。なお、ここでは状態 量は炉心内で一様に変化するとして、各種の反応度係数を検討したが、実際の原子 炉では、状態量の空間分布が無視できないことから、8.4.3節で述べたように、状態 量の空間効果を考慮した評価が必要となる。 《演習問題》

- [1] 次のような軽水減速炉につき、密度効果による反応度の温度係数を求めよ。 M<sup>2</sup>=3.5×10<sup>-3</sup>m<sup>2</sup>、B<sup>2</sup>=1.0×10<sup>2</sup>m<sup>-2</sup> ただし、水の体積膨張率は、2.1×10<sup>-4</sup>/℃とする。
   (原乙烷之化甘佐老問題た、約2451)
  - (原子炉主任技術者問題を一部改訂)
- [2] 下の図は、軽水減速の燃料棒 (PWR)の無限増倍率を、燃料棒ピッチおよび軽 水中のほう素濃度をパラメータとして計算した結果である (図10.4を引用)。こ の図に関する以下の問いに答えよ。
- ①ほう素濃度1000ppmの場合、燃料棒ピッチが約1.4cmにおいて無限増倍率が最大となり、ピッチが小さくなっても大きくなっても無限増倍率は減少している。無限増倍率がこのように変化する理由を述べよ。
- ②ほう素濃度が減少するにつれて、無限増倍率が最大となる燃料棒ピッチが大き くなっている理由を述べよ。



[3] 図8.4に示したMOX炉心の減速材温度係数の測定結果のうち、炉心③4.24Pu の結果を温度の2次式にフィッティングすることにより次式を得た。

 $\rho = 2.30 \cdot (T - T_0) - 0.021 \cdot (T^2 - T_0^2)$ 

ここで $\rho$ はセント単位の反応度(図の縦軸)であり、T減速材温度( $\mathbb{C}$ )、 $T_0$ は20 $\mathbb{C}$ (基準温度)である。また、実効遅発中性子割合は0.0035とする。

①次の各温度における減速材温度係数を求めよ。

20°C 50°C 80°C

- ②減速材温度係数がゼロとなる減速材温度を求めよ。また、この温度を境に減速 材温度係数の符号(正負)が変化するが、その理由を考察せよ。
- [4] 次の反応度係数を有している研究用原子炉について、以下の問いに答えよ。ただし、ゼロ出力時の減速材および燃料温度は20℃であるとし、出力5MW、運転時の減速材温度は52℃、燃料温度は70℃とする。また、ボイドの発生は無いものとする。

減速材温度係数:-1.0×10<sup>-4</sup>dk/k/℃

燃料温度係数:-1.5×10<sup>-6</sup>dk/k/℃

①ゼロ出力から5MWまで出力を上昇させたときの反応度変化を求めよ。

②単位出力(1W)当たりの反応度の変化、すなわち出力係数を求めよ。

# 第9章

# 燃焼

- 1.はじめに
- 2.燃料の燃焼
- 3.核分裂生成物の毒作用
- 4.まとめ

[この章のポイント]

「燃料の燃焼」は、原子炉運転中に起こる原子核の変化・変遷を考 えるもので、燃料の減少などを通して原子炉の性能に大きな影響 を持つ。一方、「核分裂生成物の毒作用」は、原子炉運転に伴い、核分 裂反応により生み出される極めて大きな吸収断面積を持つ<sup>135</sup>Xeと <sup>149</sup>Smの影響について考えるものである。これらの原子核の蓄積は 原子炉の増倍率などに大きな負の影響をもち、このことから毒作 用と呼ばれている。

# 第9章 燃焼

## 9.1 はじめに

本章では、長期間運転される原子炉の運転において重要となる、比較的長い時間 的挙動について説明する。具体的には、以下の2項目である。

(1) 燃料の燃焼

原子炉内で燃焼中の燃料に含まれる原子核は、中性子吸収や崩壊を繰り返し、 様々な原子核に変化していく。原子炉内で起るこのような原子核の変化を、原子炉 物理学では、燃焼(burnup)と呼んでいる。この燃焼は燃料の減少などを通して、 運転に伴う原子炉の性能に大きく影響を及ぼすことから、非常に重要である。な お、この「燃料の燃焼」は、月、年単位の挙動である。

(2) 核分裂生成物の毒作用

原子炉を運転すると、燃料内に核分裂生成物が生成される。生成される核 分裂生成物の種類は数百を越えるが、そのような数多くの核分裂生成物の中 に、<sup>135</sup>Xeと<sup>149</sup>Smという二つの核種がある。この二つの核種は他の主要な核分裂 生成核種に比べて、特に大きな吸収断面積を持つ。その大きさは熱中性子に対し、 <sup>135</sup>Xeは約3.0×10<sup>6</sup> (barn)、<sup>149</sup>Smは約5.9×10<sup>4</sup> (barn)である。

これらの核種はまた、核分裂で生成される割合が大きく、原子炉の増倍率に 大きな影響をもつ。このような現象を原子炉物理学では、核分裂生成物の毒作用 (poisoning)<sup>(注9.1)</sup>と呼んでいる。なお、この現象は時間あるいは日単位の挙動で ある。

## 9.2 燃料の燃焼

#### 9.2.1 燃焼の基礎

(1) 単一の核反応

原子炉内で原子核は、中性子を吸収する核反応を起こし、異なった原子核に変化 する。たとえば、

$^{235}\text{U+n} \rightarrow ^{236}\text{U}$	).1	)
-----------------------------------------------	-----	---

である。

この核反応による<sup>235</sup>U原子核の変化を定量的に表現するため、<sup>235</sup>Uの単位体積当たりの数をN<sub>235</sub>(個·m<sup>-3</sup>)とし、中性子束を $\phi$ (n·m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>)、<sup>235</sup>Uの吸収断面積を $\sigma_a^{235}$ (m<sup>2</sup>)とする。

第2章で述べた通り、原子核の反応率は、中性子束( $\phi$ )と巨視的断面積( $\Sigma$ )で与 えられ、 $\Sigma$ は微視的断面積( $\sigma$ )と原子数密度(N)の積であることを思い出すと、<sup>235</sup>U の吸収反応率は、 $\phi\sigma_a^{235}N_{235}$ と書くことができる。<sup>235</sup>Uが吸収反応1回を起こすと、元 の原子核(<sup>235</sup>U)が1個減るから、<sup>235</sup>Uの吸収反応率 $\phi\sigma_a^{235}N_{235}$ は、<sup>235</sup>Uの減少率に等 しい。したがって、<sup>235</sup>Uの原子核数 $N_{235}$ (個·m<sup>-3</sup>)は以下の微分方程式に従う。

$$\frac{dN_{235}(t)}{dt} = -\phi \ \sigma_a^{235} N_{235}(t) \ ....$$
(9.3)

この微分方程式は容易に解くことができ、時間ゼロにおける<sup>235</sup>Uの原子核数をN<sub>0 235</sub>と書くと

 $N_{235}(t) = N_{0\ 235} \exp\left(-\phi \ \sigma_a^{235}t\right) \ \cdots \qquad (9.4)$ 

となる。すなわち、<sup>235</sup>Uの原子核数は指数関数に従って減少する。その様子を図示すると、図9.1となる。この図の縦軸は初期の値に対する相対値である。

一方、<sup>235</sup>Uの吸収反応で生成する<sup>236</sup>Uに着目してみる。<sup>235</sup>Uが捕獲反応を起こして 減少した数は、<sup>236</sup>Uの原子核数の増加数になることに着目して、<sup>235</sup>Uの捕獲反応率  $\phi \sigma_c^{235} N_{235} \epsilon^{236}$ Uの増加率とできる。ここで、吸収反応でなく、捕獲反応を考えている ことに注意する必要がある。<sup>235</sup>Uは吸収(=捕獲+核分裂)により減少するが、<sup>236</sup>U

注9.1:「中性子を吸収する」物質のことを英語 でpoisonと呼ぶ。このことから、原子炉物理 では、中性子を吸収する物質、作用のことをそ れぞれ「**毒物」**、「毒作用」と称することがあ る。これらは、人体に対する化学的な「毒」と は全く異なる意味であることに注意する必要 がある。



図9.1 燃焼中の原子核の変化の様子(σa<sup>235</sup>=600barn、σc<sup>235</sup>=100barnとした場合)

は<sup>235</sup>Uが中性子を捕獲することにより生成する。すなわち、N<sub>236</sub>(個·m<sup>-3</sup>)は、次の微 分方程式に従う<sup>(注9.2)</sup>。

 $\frac{dN_{236}(t)}{dt} = \phi \,\sigma_c^{\,235} N_{235}(t) \quad \dots \tag{9.5}$ 

この微分方程式の解は、t=0における<sup>236</sup>Uの原子核数を0であるとすると、N<sub>235</sub>(t)が (9.4) 式で与えられることを考慮して、

$$N_{236}(t) = N_{0\,235} \frac{\sigma_c^{235}}{\sigma_a^{235}} \left( 1 - \exp\left(-\phi \,\sigma_a^{235} t\right) \right) \tag{9.6}$$

とできる。すなわち、<sup>236</sup>Uは指数関数的に飽和値に近づく。時間が十分経過したときの 値の<sup>236</sup>Uは、時間ゼロの元の原子核<sup>235</sup>Uの数に $\sigma_c^{235}/\sigma_a^{235}$ を乗じたものに等しくなる。

# (例題9.1)

原子数密度2.0×10<sup>26</sup>(個·m<sup>-3</sup>)の<sup>235</sup>Uを、中性子束1×10<sup>18</sup>(個·m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>)で1年 間燃焼させたときの<sup>235</sup>Uと<sup>236</sup>Uの原子数密度を求めよ。<sup>235</sup>Uの吸収断面積は600 (barn)、捕獲断面積は100 (barn)とする。なお、<sup>236</sup>Uの吸収などによる減少は無 視する。

〈解答9.1〉

<sup>235</sup>Uの原子数密度は (9.4) 式、<sup>236</sup>Uの原子数密度は (9.5) 式に従う。  $\phi\sigma_a^{235}=1\times10^{18}\times600\times10^{-28}=6.0\times10^{-8}$  (1/s)  $t=3600\times24\times365=3.15\times10^7$  (s)  $\phi\sigma_a^{235}t=6.0\times10^{-8}\times3.15\times10^7=1.89$ exp ( $-\phi\sigma_a^{235}t$ ) =exp (-1.89) =0.151 これより、 N<sub>235</sub> (1年) =2.0×10<sup>26</sup>×0.15=0.3×10<sup>26</sup> (個·m<sup>-3</sup>) N<sub>236</sub> (1年) =2.0×10<sup>26</sup>×100/600 (1-0.15) =0.28×10<sup>26</sup> (個·m<sup>-3</sup>)

## (2) 核反応の連鎖

ついで、核反応が連鎖的に起こる場合を考える。たとえば、	
<sup>235</sup> U+n→ <sup>236</sup> U および <sup>236</sup> U+n→ <sup>237</sup> U	(9.7)
である。なお、このような連鎖的な反応を	
$^{235}\text{U} \xrightarrow{n} ^{236}\text{U} \xrightarrow{n} ^{237}\text{U}$	(9.8)
) キノニ ) ) よ ?	

と書くこともある。

この3つの核に関わる連鎖的な核反応において、初めの核である<sup>235</sup>Uは、前節の

注9.2:右辺が<sup>236</sup>Uでなく、<sup>235</sup>Uの反応率であ ることに注意。 (9.2) 式と同じ微分方程式に従う。すなわち、

$$\frac{dN_{235}(t)}{dt} = -\phi \,\sigma_a^{235} N_{235}(t) \,....$$
(9.9)

しかし、次の原子核である<sup>236</sup>Uについては、前節と同じではない。それは、<sup>236</sup>U自身の中性子吸収を考慮しなければならない点である。<sup>236</sup>Uの吸収核反応率は前節 $O^{235}$ Uの吸収反応率と同様に考えることができて $-\phi\sigma_a^{236}N_{236}(t)$ と書くことができる(235でなく236に代わっている点に注意)。従って<sup>236</sup>Uが従う微分方程式は、先の<sup>236</sup>Uの微分方程式(9.4式)に、この $-\phi\sigma_a^{236}N_{236}(t)$ を加えたものとなり、

$$\frac{dN_{236}(t)}{dt} = \phi \,\sigma_c^{235} N_{235}(t) - \phi \,\sigma_a^{236} N_{236}(t) \quad \dots \qquad (9.10)$$

と書くことができる。一方、<sup>236</sup>Uから生成される<sup>237</sup>Uに対する微分方程式は、前節の <sup>236</sup>Uと同様の方程式、すなわち、

$$\frac{dN_{237}(t)}{dt} = \phi \ \sigma_c^{236} N_{236}(t) \quad \dots \qquad (9.11)$$

である。(9.11)式において、吸収でなく捕獲断面積を用いていることに注意。

それぞれの核の吸収断面積や捕獲断面積などが与えられれば、これら3つの微分 方程式 (9.9) 式、(9.10) 式、(9.11) 式を連立して解くことにより、連鎖的な核反応に 関わる原子核の数の変化を定量的に得ることができる。

#### (3) 崩壊を伴う場合

原子炉内の燃焼中には、安定でない原子核が生成されることがある。このような不 安定な原子核は、原子炉での燃焼中における崩壊現象による核の変化を考慮しなけ ればならない。

たとえば、以下のような<sup>238</sup>Uの中性子吸収反応で生まれる<sup>239</sup>Uは、約23分の半減 期でβ崩壊して<sup>239</sup>Npに変わる。

 $^{238}$ U  $\xrightarrow{n} ^{239}$ U  $\xrightarrow{\beta 崩壞} ^{239}$ Np ······ (9.12)

この<sup>239</sup>Uの原子核の数を考えると、<sup>238</sup>Uの中性子吸収による生成と、<sup>239</sup>Uの崩壊に よる消滅の二つの過程を考えることが必要となる。この考えを用いて、<sup>239</sup>Uの原子核 数N<sub>U239</sub>(個・m<sup>-3</sup>)に関する微分方程式は、

と書くことができる<sup>(注9.3)</sup>。この方程式を解けば、崩壊を伴う原子核の数の変化を解 析することができる。

#### (4) 中性子吸収と崩壊の両方を伴う場合

実際に原子炉の燃焼中には、これまでに学んだ中性子吸収による原子核の変化と 崩壊による原子核の変化が同時に起こることも多い。そこで、それら両方を考慮する 方法について考えてみる。

そこで、ある原子核の核反応・崩壊がともに起こる例を、図9.2に示すように一般的 な形で表す。

この例では、原子核Aが原子核Bの崩壊により、また原子核Cの中性子吸収により 生成される。一方、原子核A自身が中性子吸収を起こすとともに崩壊を起こし、別の 原子核に変化している。

このような原子核Aにおいて、その生成消滅を考える場合、二つの生成項

①Bの崩壊によるAの生成と、

②Cの中性子吸収(+n)によるAの生成

および、二つの消滅項

③Aの中性子吸収(+n)によるAの消滅と、

注9.3: この<sup>239</sup>Uの例では、<sup>239</sup>Uの半減期が 非常に短いので<sup>239</sup>Uの中性子吸収反応は無 視でき、<sup>239</sup>Uの減少はすべて崩壊によると考 えている。



図9.2 中性子吸収と崩壊を伴う原子核の燃焼

④Aの崩壊によるAの消滅

の4つの項を考える必要がある。前節までの知識を基にすると、これら4つの項は、

<ol> <li>Bの崩壊によるAの生成</li> </ol>	$+\lambda_B N_B(t)$
②Cの中性子捕獲 (+n) によるAの生成	$+\phi \sigma_c^{\ C} N_C(t)$
③Aの中性子吸収 (+n) によるAの消滅	$-\phi \sigma_a^A N_A(t)$
④Aの崩壊によるAの消滅	$-\lambda_A N_A(t)$

と書くことができる。これらを用いると、中性子吸収と崩壊をともに伴う原子核Aの数 を支配する微分方程式を書くことができる。

$\frac{dN_A(t)}{dt}$	$= \underbrace{+\lambda_B N_B(t)}$	$+\phi\sigma_c^C N_C(t)$	$-\phi\sigma_a^A N_A(t)$	$-\lambda_A N_A(t)$		1820-11-182
	<ol> <li>①原子核B</li> <li>の崩壊によ</li> </ol>	②原子核C の中性子捕獲	③原子核A の中性子吸収	<ol> <li>④原子核A</li> <li>の崩壊によ</li> </ol>	******	(9.14)
	る生成	による生成	による消滅	る消滅		

この方程式を解けば、Aの原子核の数の変化を定量的に知ることができる。 実際の原子炉内の燃焼では、さまざまな原子核の核反応や崩壊が相互に関係し合うこととなり、数十を超える多くの原子核についての微分方程式を立てる必要があるため、実際はかなり複雑な問題になる。

#### 9.2.2 燃焼解析の実際

#### (1) 燃焼計算コード

TAT IN

上述した通り、実際に燃料の燃焼を解析するには、多くの原子核に対する微分方 程式を立式して、それらを連立させて解く必要がある。2~3個程度の連立微分方程 式の場合、原子核の微視的実効断面積が変化しないとすれば、線形であることもあ り、解析的な解法が可能である。また、数値的な解法も容易である。

しかし、数十を超える核について同時に解こうとすると、半減期の長短、吸収断面 積の大小、またループ状の原子核生成過程などの点から、解析的な手法は適用が不 可能となる。このため実際には、燃焼の解析は数値的に行われることになるが、その 解法も先と同じ理由から容易なものではない。

燃焼解析を数値的に行う方法としては、Bateman法、有限差分法、マトリックス指





図9.4 広範囲の原子核(重核)に対する詳細燃焼チェーン(一例)

注9.4: ORIGENコードにはいくつかの事例 があり、断面積の入力や計算の仕方の点でこ となるので、使用に当たっては十分注意する ことが必要である。

注9.5: ORIGENコードについては、たとえば、 以下を参照のこと。A.G.Croff "ORIGEN2-A Revised and Updated Version of the Oak Ridge Isotope Generation and Depletion Code", ORNL-5621 (1980)

注9.6: なお、原子炉の運転に伴って中性子 吸収が非常に大きな<sup>135</sup>Xeと<sup>149</sup>Smの核分裂 生成物が生成蓄積される。この二つの原子核 は通常の燃焼計算からは切り離して、次節で 述べる独自の方法によりその効果を考慮する のが一般的な方法である。 数関数法、ルンゲクッタギル法など幾つかの手法があげられ、また、それらに用いた 燃焼解析コードが数多く開発されている。

燃焼計算コードの一例として、最も広く用いられているORIGENコード<sup>(注9.4)</sup>を 挙げることができる。ORIGENコードには、ほとんどの原子核に対して中性子断面 積および崩壊データが付属ライブラリとして与えられており、そのために非常に広範 な原子核についての燃焼計算が容易に可能となっている<sup>(注9.5)</sup>。これらの特徴から、 ORIGENコードが燃焼計算でよく使われる。

#### (2) 燃焼チェーン

通常のウラン燃料を用いる原子炉においては、<sup>235</sup>Uおよび<sup>239</sup>Puを核燃料として燃 焼が進むこととなるが、この場合の燃焼の進み方の様子を図示すると簡易的には図 9.3、さらに広い原子核の範囲について精密にまとめると図9.4になる。なお、このよ うな燃焼における原子核の変化の過程を、わかりやすく表したものを燃焼チェーン (burnup chain)と呼ぶ。

原子炉あるいはそこで使用する燃料の性能、特性を知るために、原子炉中でどのような原子核が生成されるか(あるいは消滅するか)、またそれらがどのような生成消 減過程をたどるかを把握しておくことが重要である。それらの理解は、原子炉の運転 や燃料の燃焼だけでなく、核燃料の加工、転換、再処理などの核燃料サイクルの各 過程を理解する上で、極めて重要となる。

#### (3) 核分裂生成物および可燃性毒物

これまで燃焼に関する説明では、燃料の核分裂により生み出される核分裂生成物 について言及してこなかった。しかし実際の原子炉の燃焼を考える場合、核分裂生 成物も考える必要がある。原子炉の中で生まれる核分裂生成物は数百種類以上にな るため、多くの原子炉計算では核分裂生成物すべてをあらわに扱うこことはなく、実 際には主だった核分裂生成物10~30種類程度に限定している場合が多い<sup>(注9,6)</sup>。

その他、燃焼解析においては、原子炉の運転中の反応度変化を小さくするために 用いられる可燃性毒物(<sup>155</sup>Gd、<sup>157</sup>Gdなど)も、その解析対象として重要なものであ る。現在の原子炉計算では、可燃性毒物専用の燃焼計算法が種々開発されており、 実際の原子炉設計に取りいれられている。

#### 9.2.3 核燃料の燃焼、増殖

ここでは、燃料の燃焼に関わるいくつかの項目について整理しておく。

#### (1) 燃焼度

第3章で述べたように、原子炉の燃料において、燃料の燃焼の様子を表す単位と して、燃焼度(burnup)という独特の単位が用いられている。これは、原子炉に装荷 された燃料が核分裂によって発生させたエネルギーを、装荷初期の重金属(ウラン、 プルトニウム)の単位重量当たりに発生したエネルギーで表したものとして定義される (注9.7)。

燃焼度は、燃料が原子炉内でどの程度燃えたかを示す指標である。具体的に は、核燃料1トン(ここで1トンは初期の重金属の重量)が燃焼をして、1メガワッ ト(1MW)の熱を1日間(1d)、出し続けた場合のエネルギーを表す単位である 「MWd/t」(メガワットデイパートンと読む)が良く用いられる。

</

1グラムの<sup>235</sup>Uをすべて核分裂させたときの発生エネルギーをMWd単位で求めよ。 <sup>235</sup>Uの原子量を235とする。

#### 〈解答9.2〉

1グラムの<sup>235</sup>Uの原子数は、(1/235)×6×10<sup>23</sup>で約2.5×10<sup>21</sup>である。核分裂1個あた りの発生エネルギーは約200MeVであるから、それは1 (eV) =1.60×10<sup>-19</sup>(J)を用い ると200×10<sup>6</sup>×1.60×10<sup>-19</sup>=3.2×10<sup>-11</sup>(J)である。従って1グラムの<sup>235</sup>Uをすべて核 分裂させたときのエネルギーは、2.5×10<sup>21</sup>×3.2×10<sup>-11</sup>=8.0×10<sup>10</sup>(J)=8.0×10<sup>4</sup>(MJ) である。

一方、1W=1(J/s)と1(d)=86400 (s) を考慮すると、1MWd=1M(J/s)d=1(MJ)×
 86,400=8.6×10<sup>4</sup>(MJ)である。以上から、1グラムの<sup>235</sup>Uをすべて核分裂させたときの発生エネルギーはMWd単位で8.0×10<sup>4</sup>(MJ)/8.6×10<sup>4</sup>(MJ/MWd)=0.93 (MWd)
 ⇒1.0 (MWd) である。

上の例題9.2 (すなわち1gのウランがすべて核分裂した時の発生エネルギーは 約1.0MWd)を用いると、1トンのウランがすべて核分裂した時の発生エネルギー が10<sup>6</sup>MWdであること、言い換えると、ウランがすべて核分裂するときの燃焼度は 10<sup>6</sup>(MWd/t)であることが分かる。

現在運転されている軽水炉では主として約3~5%程度の濃縮度の燃料が用いられているが、これらの燃料が達成できる燃焼度の目安は、その燃料が初期に持つ<sup>235</sup>U量がすべて核分裂した時と考えることができる。その燃焼度はウランがすべて核分裂したときの燃焼度である10<sup>6</sup>(MWd/t)に濃縮度(3~5%程度)を乗じることで算出でき、すなわち10<sup>6</sup>(MWd/t)×(0.03~0.05)=30,000~50,000MWd/tである<sup>(注9,8)</sup>。

なお、実際の燃料の燃焼では、燃焼中のプルトニムの生成とその核分裂あるいは ウランの中性子吸収によるマイナーアクチニド(後述)の生成などの効果を考慮する 必要があり、そのため、原子炉の燃料の燃焼解析に詳細な燃焼計算が必要となる。 (2) 転換と増殖

天然に存在する核種でエネルギーが低い入射中性子に対して、核分裂を起す原子 核(核分裂性核種(fissile nuclide)、第3章参照)は<sup>235</sup>Uのみである。しかし<sup>238</sup>Uや <sup>232</sup>Thに中性子を吸収させると、次のプロセスによって低い運動エネルギーでも核分

裂する原子核である、<sup>239</sup>Pu、<sup>233</sup>Uが生成される。このため、これらの原子核を親物質 (fertile)という。<sup>239</sup>Puの例では、<sup>238</sup>Uの捕獲から、<sup>239</sup>U(半減期23分)、<sup>239</sup>Np(同 2.4日)を経て<sup>239</sup>Puが生成される。

$^{238}$ U+ $^{1}_{0}$ n $\rightarrow$ $^{239}$ U- $^{\beta}_{,23.5min}$ $\rightarrow$ $^{239}$ Np- $^{\beta}_{,23.5min}$	$\xrightarrow{1^{-,2.4 \text{day}}} 2^{239} \text{Pu} \cdots$	(9.15)
<sup>232</sup> Th $+_0^1$ n $\rightarrow$ <sup>233</sup> Th $\xrightarrow{\beta^-, 23.3 \text{min}}$ $\rightarrow$ <sup>233</sup> Pa-	$\beta^{-27.4  \text{day}} \rightarrow^{233} \text{U}$	(9.16)

注9.7:原子炉の出力などの燃焼条件が異な る場合、同じ期間燃焼した燃料でも、その燃 料が起こした核分裂反応の量、そして発生エ ネルギーが異なる。したがって燃焼度は異な る。

注9.8:30,000~50,000MWd/t程度の燃焼 度が、現行の軽水炉における燃料燃焼の目 安となる。そして、燃料の取出し燃焼度を上 げるためには、燃料の濃縮度を上げることが 最も有効な手段であることが分かる。

#### 第9章 燃焼

注9.9: 転換比と増殖比は呼び名が違うだけ で、中身は同じ、同じ定義式であることに注 意せよ。 このような核反応は、核燃料の資源の利用効率を大幅に向上させる。とくに、 <sup>239</sup>Puの場合、ウラン資源の99.3%を占める<sup>238</sup>Uを核燃料として利用できることにつな がり、原子力利用にとって非常に重要である。

このような親物質から核分裂性核種が生成される過程を、転換(conversion)と よぶ。そして、ある原子炉において、運転により消費される核分裂性核種と、その原 子炉運転中に転換されて生成される核分裂性核種の量の比を、転換比(conversion ratio)と呼ぶ。<sup>238</sup>Uを燃料として運転される原子炉において生成される<sup>239</sup>Pu量を例 に取ると、転換比は以下となる<sup>(注9.9)</sup>。

転換比=<u>生成された<sup>239</sup>Puの原子数</u> 消費された<sup>235</sup>Uの原子数 (9.17)

さらに、転換比が1以上になった場合に、転換比を増殖比(breeding ratio)と呼ぶ。

増殖比 = <u>生成された<sup>239</sup>Puの原子数</u>(おおよそ1以上の場合のとき用いる) 消費された<sup>235</sup>Uの原子数

(3) マイナーアクチニドの生成

原子炉の中では以上のような過程で<sup>238</sup>Uが中性子を吸収することにより<sup>239</sup>Puが生成され、核燃料として利用される。しかし、同じく原子炉では、この過程で生み出された<sup>239</sup>Puが中性子吸収を行い、<sup>240</sup>Puが生成される。そして、その<sup>240</sup>Puから更に高次のプルトニウムが生み出される。すなわち

 $^{239}\mathrm{Pu} \xrightarrow{n}^{240}\mathrm{Pu} \xrightarrow{n}^{241}\mathrm{Pu} \xrightarrow{n}^{242}\mathrm{Pu} \cdots (9.19)$ 

さらに、このような高次のPuからは、Am (<sup>241</sup>Am、<sup>242m</sup>Am、<sup>243</sup>Amなど) やCm (<sup>242</sup>Cm、<sup>243</sup>Cm、<sup>244</sup>Cmなど) が生成される。このような核種を、超ウラン元素 (TRU: Trans-Uranium) と呼ぶことが多い。また、TRUからPuを除いた核種をマイ ナーアクチニド (MA: Minor-Actinide) と呼ぶ。

通常の原子炉運転で生成されるマイナーアクチニドに含まれる核種は、Np、Am、 Cmである。これらのマイナーアクチニドは、<sup>242m</sup>Am、<sup>245</sup>Cmなど一部の核種を除き、 熱中性子に対する核分裂断面積が小さく、熱中性子炉では核燃料として使用するこ とは難しい。このため、マイナーアクチニドは再処理において取り除かれ、廃棄物とし て処分される。処理・処分におけるマイナーアクチニドの特徴を整理すると、以下のよ うになる。

寿命が極めて長い核種が存在する (たとえば<sup>237</sup>Npでは約200万年) 多くは $\alpha$ 崩壊をするため潜在的な放射能毒性が強い、  $\alpha$ 崩壊連鎖をする (たとえば<sup>243</sup>Am $\rightarrow$ <sup>237</sup>Np $\rightarrow$ <sup>234</sup>U $\rightarrow$ <sup>230</sup>Th $\rightarrow$ など)、 崩壊時の発熱量が大きい核種が存在する (たとえば<sup>241</sup>Am)、 中性子放出率が大きい核種が存在する (たとえば<sup>244</sup>Cm)。

このため、核燃料の処理・処分においては、マイナーアクチニドの取り扱いが極めて重要となる。

また、長寿命で潜在的な毒性が強いマイナーアクチニドは処分時の大きな負担に なるため、マイナーアクチニドを分離する方策、さらにはマイナーアクチニドを原子炉内 で核変換させて安定あるいは短寿命な核種、低毒性の核種に変える、または核分裂 断面積が大きい核種に変換し、核分裂させる方策(核変換と呼ぶこともある)が研究 されている。

# 9.3 核分裂生成物の毒作用

## 9.3.1 135Xe2149Sm

原子炉の運転中に生成される<sup>135</sup>Xeは約3.0×10<sup>6</sup>barn、<sup>149</sup>Smは約5.9×10<sup>4</sup>barnという、格段に大きな吸収断面積を持つ。このため、これらの原子核の蓄積量は原子炉の 増倍率に大きな影響をもつ。以下、この作用について定量的に解説する。 まず<sup>135</sup>Xeと<sup>149</sup>Sm共通の原理的な面から学んだ後、順に、<sup>135</sup>Xe、ついで<sup>149</sup>Smについて学ぶ。なお、この毒作用は、熱中性子炉において重要であり、高速炉においては、高速中性子に対する吸収断面積が小さいことからあまり問題とならない。

#### 9.3.2 毒物の反応度への効果

今、燃料と減速材から構成されている一様の原子炉(均質炉)を考える。そして、そ こに熱中性子に対して大きな断面積を有する毒物が加えられることを考え、この毒物 の増倍率に対する影響を考える。

毒物が入る前の原子炉の実効増倍率をkとすると、kは6因子公式(5.82式)から、

 $k = \varepsilon p f \eta P_E P_T \qquad (9.20)$ 

と表せる。ここで、 $\epsilon$ は高速核分裂因子、pは共鳴を逃れる確率、fは熱中性子利用率、  $\eta$ は中性子再生率であり、 $P_{F}$ および $P_{T}$ は高速中性子および熱中性子が体系から漏れ ない確率である。そして、この毒物の毒作用が主に熱中性子に対するものであること から、増倍率への毒物の影響は、6因子公式上、熱中性子利用率を通じて及ぼされ ることとなる<sup>(注9.10)</sup>。

この原子炉の燃料 (F) と減速材 (M) の巨視的吸収断面積を $\Sigma_a^F, \Sigma_a^M$ とすると、熱中 性子利用率は、

$$f = \frac{\Sigma_a^F}{\Sigma_a^F + \Sigma_a^M} \dots$$
(9.21)

と書ける。この状態の原子炉に、巨視的吸収断面積がΣ<sup>ρ</sup>である毒物が加えられたとする。毒物投入後の実効増倍率と熱中性子利用率をそれぞれk'とf'とすると、これらは、

 $k' = \varepsilon p f' \eta P_F P_T \cdots (9.22)$ 

$$f' = \frac{\Sigma_a^F}{\Sigma_a^F + \Sigma_a^M + \Sigma_a^P}$$
(9.23)

となる。毒物投入前後の反応度をpおよびp'とすると、毒物投入による反応度変化Δp は

である。さらに、毒物投入前の原子炉のkがほぼ1に近いとする(k~1)と

$$\Delta \rho = 1 - \frac{f}{f'}.....(9.25)$$

とできる。この式に (9.21) 式ならびに (9.23) 式を代入すると、

$$\Delta \rho = 1 - \frac{\Sigma_a^F}{\Sigma_a^F + \Sigma_a^M} \left/ \frac{\Sigma_a^F}{\Sigma_a^F + \Sigma_a^M + \Sigma_a^P} = 1 - \frac{\Sigma_a^F + \Sigma_a^M + \Sigma_a^P}{\Sigma_a^F + \Sigma_a^M} = -\frac{\Sigma_a^P}{\Sigma_a^F + \Sigma_a^M} \cdots \right. \tag{9.26}$$

と書ける。さらに、燃料と減速材の吸収断面積の和を $\Sigma_a (= \Sigma_a^F + \Sigma_a^M)$ で表すと、

$$\Delta \rho = -\frac{\Sigma_a^P}{\Sigma_a} \tag{9.27}$$

となる。この式から、毒物の毒作用を求めることができる。すなわち、毒物の反応度 効果は、毒物の巨視的吸収断面積と、燃料および減速材の巨視的吸収断面積の合計 との比によって与えられる。

上式に基づいて、毒物の毒作用の大きさを求めるためには、その毒物の巨視的吸 収断面積が必要となる。巨視的吸収断面積は微視的吸収断面積と原子数密度の積 注9.10:熱中性子断面積が大きい毒物の場 合、 $\epsilon$ , p,  $\eta$ は変化しない。 $P_F$ およ $UP_T$ は厳密 には、毒物の有無によって変化する。しかし、 大型の原子炉を考えると、 $P_F$ も $P_T$ ともに~1な ので、 $P_F$ およ $UP_T$ の変化はないと近似できる。 以下では核分裂生成物の収率と典型的な軽 水炉における反応度効果等に触れながら説 明する。 で与えられるから、特定の核による毒物の毒作用を得るためにはその核の原子数密度 (の時間変化)を知らなければならない。

# 9.3.3<sup>135</sup>Xeの毒作用

## (1) 生成消滅の式

<sup>135</sup>Xeは熱中性子に対し、ほぼ3.0×10<sup>6</sup>(barn)という大きな吸収断面積を持ち、 核分裂から直接生成される(1回の核分裂あたり約0.2%)とともに、核分裂で生成さ れる<sup>135</sup>Te、<sup>135</sup>Iから下記の燃焼チェーンに沿って生成される(1回の核分裂あたり計 約6.4%)。生成された<sup>135</sup>Xeはこのチェーンに沿って崩壊するとともに、中性子吸収に よって、<sup>136</sup>Xeに核変換される。

<sup>135</sup>Te<sup>$$\beta, T_{1/2} < 1min$$</sup>)<sup>135</sup>I <sup>$\beta, T_{1/2} = 6.7h$</sup> )<sup>135</sup>Xe <sup>$\beta, T_{1/2} = 9.2h$</sup>   
<sup>135</sup>Cs <sup>$\beta, T_{1/2} = 2\times10^6 \text{ yr}$</sup> )<sup>135</sup>Ba( $\cancel{F}_{777}$ )<sup>135</sup>Ba( $\cancel$ 

以下、このような生成消滅過程における<sup>135</sup>Xeの濃度を追いかけ、その毒作用を、前 項で示した方法で定量的に検討する。

<sup>135</sup>Xeの濃度(の時間変化)を定量的に知るためには、<sup>135</sup>Xe自身の生成消滅のほか、 その親核の<sup>135</sup>Iに対する生成消滅の式を作る必要がある<sup>(注9.11)</sup>。<sup>135</sup>Xeおよび<sup>135</sup>Iの生 成消滅の式を定式化するために必要な原子核のチェーンを整理した図を図9.5に示す。

図中の記号のうち、X(t)、 $\lambda_X$ 、 $\gamma_X$ 、 $\sigma_X$ は<sup>135</sup>Xeに対する濃度、崩壊定数、核分裂収率 (fission yield)、微視的吸収断面積であり、I(t)、 $\lambda_I$ ,  $\gamma_I$ ,  $\sigma_I$  は<sup>135</sup>Iに対するそれらを意 味する。なお、この節に限って、原子数密度を単に濃度と表現する。表9.1には、それら <sup>135</sup>Xe、<sup>135</sup>Iに対する生成消滅に関する数値データを、主な核分裂性の原子核である <sup>233</sup>U、<sup>235</sup>U、<sup>239</sup>Pu、<sup>241</sup>Puに対して示している。

これらを使って、 $^{135}$ Xe、 $^{135}$ Iの生成消滅の式を書く。 $\phi$ を中性子束、 $\Sigma_f$ を巨視的核分裂断面積とする。まず $^{135}$ Iに対しては、

dI (i dt	$\frac{t}{t} = -\lambda_I I(t)$	$- \sigma_I I(t) \phi +$	$\underline{\gamma_I \Sigma_f \phi}$	 (0.20)
	<sup>135</sup> Iの崩壊 による消滅	中性子吸収による変換消滅	核分裂による生成	(9.29)

と書ける。この式において、<sup>135</sup>Iの中性子吸収断面積σ<sub>I</sub>が小さいため、第2項が第1項 に比べて十分小さいとして、第2項を無視できる。この結果、<sup>135</sup>Iの生成消滅の式は、



図9.5<sup>135</sup>Xe毒作用解析のために用いる壊変図 表9.1 核分裂生成物収率と壊変定数

核分裂生成物	勿 収率 <sup>(注 9.12)</sup>	<sup>233</sup> U	<sup>235</sup> U	<sup>239</sup> Pu	<sup>241</sup> Pu	崩壞定数 (h <sup>-1</sup> )
<sup>135</sup> I	γ <sub>I</sub> (%)	4.884	6.386	6.100	7.694	$\lambda_I = 0.1035$
<sup>135</sup> Xe	$\gamma_X$ (%)	1.363	0.228	1.087	0.255	$\lambda_{\chi}$ =0.0753
<sup>149</sup> Pm	$\gamma_P$ (%)	0.66	1.13	1.9	0.0	$\lambda_p=0.0128$

注9.12:表9.1において、核分裂収率は、1核 分裂あたりにその核が生成される数で定義 される。なお、核分裂反応では1回の核分裂 あたり2個の核分裂生成物ができることから、 核分裂収率は全体で200%になるように規格 化されている。

注9.11:<sup>135</sup>Iの半減期が<sup>135</sup>Xeと同程度であるこ とから必要となる。厳密には、核分裂によって直接 生成される<sup>135</sup>Teの生成消滅についても定式化す べきではあるが、<sup>135</sup>Teは半減期が極めて短いこ とから<sup>135</sup>Iが核分裂によって直接生成するとして 良い。核分裂からの<sup>135</sup>Teの収率は、<sup>135</sup>Iの収率に 含めて考える。

$\frac{dI(t)}{dt}$	$= -\lambda_{I}I(t) + 135I の崩壊 による消滅$	+ $\gamma_1 \Sigma_f \phi$ 核分裂に よる生成	 (9.30
	による消滅	よる生成	

とできる。一方、<sup>135</sup>Xeに対しては

$$\frac{dX(t)}{dt} = -\lambda_{x}X(t) - \underbrace{\sigma_{x}X(t)\phi}_{1^{35}Xe \ O \ Bla \ W} + \underbrace{\gamma_{x}\Sigma_{f}\phi}_{1^{25}I \ O \ Bla \ W} + \underbrace{\lambda_{i}I(t)}_{1^{35}I \ O \ Bla \ W} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots (9.31)$$

となる。

1-1-5

(2) 平衡状態

原子炉をある程度長期間運転すると、<sup>135</sup>Iと<sup>135</sup>Xeの濃度は平衡に達する。そのとき の濃度と、毒作用について学ぶ。平衡状態においては、*dI/dt=dX/dt=*0である。これを、 (9.30) 式と (9.31) 式に代入することにより、平衡状態での濃度が求められる。<sup>135</sup>I の平衡状態での濃度を*I*<sub>0</sub>と書くと、(9.30) 式から、

 $I_0 = \frac{\gamma_I \Sigma_f \phi}{\lambda_I}.$ (9.32)

となる。また、135Xeに対しての平衡状態の濃度をXoと書くと、この値は (9.31) 式から

 $0 = -\lambda_X X_0 - \sigma_X X_0 \phi + \gamma_X \Sigma_f \phi + \lambda_I I_0 \qquad (9.33)$ 

であり、(9.32)式を用いれば平衡状態のXe濃度は、

$$X_{0} = \frac{\gamma_{X}\Sigma_{f}\phi + \lambda_{I}I_{0}}{\lambda_{X} + \sigma_{X}\phi} = \frac{\gamma_{X}\Sigma_{f}\phi + \gamma_{I}\Sigma_{f}\phi}{\lambda_{X} + \sigma_{X}\phi} = \frac{(\gamma_{X} + \gamma_{I})\Sigma_{f}\phi}{\lambda_{X} + \sigma_{X}\phi}.$$
(9.34)

と求められる。この135Xeの濃度Xoを、(9.27)式に代入すると

$$\Delta \rho = -\frac{\Sigma_a^P}{\Sigma_a} = -\frac{X_0 \sigma_X}{\Sigma_a} = -\frac{\sigma_X}{\Sigma_a} \frac{(\gamma_X + \gamma_I) \Sigma_f \phi}{\lambda_X + \sigma_X \phi} = -\frac{\sigma_X (\gamma_X + \gamma_I) \Sigma_f \phi}{(\lambda_X + \sigma_X \phi) \Sigma_a} \quad \dots \dots \quad (9.35)$$

として<sup>135</sup>Xeの毒作用が求められる。炉心の巨視的吸収断面積と巨視的核分裂断面 積が与えられると、この式から具体的な毒作用の値を求めることができる。

以下、具体的な値に言及する代りに、<sup>235</sup>Uのみを燃料とする原子炉では無限増倍率 がνΣ<sub>ℓ</sub>/Σ<sub>α</sub>で与えられることに着目して考察する。すなわち、無限増倍率をk<sub>∞</sub>と書くと、

$$k_{\infty} = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a} \quad .... \tag{9.36}$$

である。さらに、実効増倍率kは、k。に体系から漏れない確率を乗じた値、すなわち

$$k = k_{\infty} P_F P_T = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a} P_F P_T \cdots$$
(9.37)

と書ける。この式から、<sup>135</sup>Xeの毒作用を求める (9.35) 式に必要なΣ<sub>t</sub>/Σ<sub>a</sub>が

$$\frac{\Sigma_f}{\Sigma_a} = \frac{k}{P_F P_T} \frac{1}{\nu}$$
(9.38)

と得られる。臨界にある大型炉の場合、実効増倍率は1、中性子が体系から漏れない確率もほとんど1であることから、上式は、

$$\frac{\Sigma_f}{\Sigma_a} \cong \frac{1}{\nu} \tag{9.39}$$

となる。この式を、(9.35)式に代入して、<sup>135</sup>Xeの毒作用を求めると、

$$\Delta \rho = -\frac{\sigma_X(\gamma_X + \gamma_I)\Sigma_f \phi}{(\lambda_X + \sigma_X \phi)\Sigma_a} = -\frac{\sigma_X(\gamma_X + \gamma_I)\phi}{\nu(\lambda_X + \sigma_X \phi)} = -\frac{(\gamma_X + \gamma_I)\phi}{\nu\left(\frac{\lambda_X}{\sigma_X} + \phi\right)} \quad \dots \tag{9.40}$$

となる。

注9.13: (9.40) 式に基づいて考察すると、中 性子束が低いとき、すなわち¢≪λ<sub>X</sub>/σ<sub>X</sub>のとき は

$$\Delta \rho = -\frac{(\gamma_X + \gamma_I)\phi}{v\frac{\lambda_X}{\sigma_z}} = -\frac{\sigma_X(\gamma_X + \gamma_I)}{v\lambda_X}\phi \propto \phi$$

となり、 $^{135}$ Xeの毒作用の反応度損失が中性 子束に比例することとなる。逆に、中性子束 が高く $\phi$ > $\lambda_X/\sigma_X$ とできる場合①には、

$$\Delta \rho = -\frac{(\gamma_X + \gamma_I)\phi}{\nu\phi} = -\frac{(\gamma_X + \gamma_I)}{\nu}$$

となる。これより、<sup>135</sup>Xeの毒作用には(y<sub>1</sub>+y<sub>X</sub>)/v という最大値が存在することがわかる。すなわ ちゅがいくら大きくなってもこの値を超えること はない。<sup>235</sup>Uを燃料とする熱中性子炉では、こ の値は0.026 (Δk)となる。この値は、原子炉 の運転の観点から見て、大きな値である。した がって、原子炉の余剰反応度と原子炉の制御 系の設計では、この反応度損失に打ち勝つ余 裕を持つようにしなくてはならない。

 $\lambda_{x}/\sigma_{x}$ =0.756×10<sup>17</sup>(m<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup>)であり、たとえば 典型的な軽水炉の中性子束は10<sup>17</sup>(m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>)で あることから、この条件をほぼ満たしていると 考えてよい。 この式の中の変数のうち、¢以外は定数であり、平衡状態の<sup>135</sup>Xeの毒作用すなわち 反応度損失量は、中性子束の大きさにのみ依存する量となっていることがわかる<sup>(注9,13)</sup>。

(注9.13)より、典型的な軽水炉においては、<sup>135</sup>Xeの反応度損失は2.6%Δk程度である。たとえば、PWRにおける燃焼中の反応度変化は1か月に1%Δk程度であるため、Xeによる反応度損失は大きいと言える。

# (3) 原子炉停止後の<sup>135</sup>Xe濃度

原子炉を停止すると、<sup>135</sup>Xeの濃度は平衡状態から変化する。<sup>135</sup>Xe自身が不安定 核なので、停止後十分時間が経つと、最終的に<sup>135</sup>Xeの濃度はゼロとなる。しかし、 <sup>135</sup>Xeの場合、親核の<sup>135</sup>Iの半減期が<sup>135</sup>Xeの半減期より短い(すなわち $\lambda_I > I_X$ )ことか ら、単調にゼロにならずに<sup>135</sup>Xe濃度がいったん上昇する特徴がある。ここでは、原子 炉停止後特有の振舞いをする<sup>135</sup>Xe濃度の時間変化に着目する。

はじめに原子炉が一定の出力で平衡状態にあったとする。このときの<sup>135</sup>Iと<sup>135</sup>Xe 濃度は、それぞれ (9.32) と (9.34) 式で与えられる $I_0$ 、 $X_0$ である。まず<sup>135</sup>Iから考える。 原子炉停止後の<sup>135</sup>I濃度は、(9.30) 式において、中性子束をゼロとした式、すなわち

$$\frac{dI(t)}{dt} = -\lambda_I I(t) \quad ....$$
(9.41)

で与えられる。この式を、初期状態の135I濃度をIoとして解くと

 $I(t) = I_0 \exp(-\lambda_1 t)$  (9.42)

となる。次いで、<sup>135</sup>Xeに対しても同様にして(すなわち式(9.31)においてφ=0として)、 さらに(9.42)式を代入すると、

$$\frac{dX(t)}{dt} = -\lambda_X X(t) + \lambda_I I(t) = -\lambda_X X(t) + \lambda_I I_0 \exp(-\lambda_I t) \quad \dots \qquad (9.43)$$

となる。この微分方程式を解くと(Appendix V参照)、

$$X(t) = \exp(-\lambda_{X}t) \left( \int_{0}^{t} \exp(\lambda_{X}t') (\lambda_{I}I_{0} \exp(-\lambda_{I}t')) dt' + X_{0} \right)$$
  
$$= \exp(-\lambda_{X}t) \left( \frac{\lambda_{I}}{\lambda_{X} - \lambda_{I}} I_{0} \left[ \exp(-(\lambda_{I} - \lambda_{X})t') \right]_{0}^{t} + X_{0} \right) \qquad (9.44)$$
  
$$= \frac{\lambda_{I}}{\lambda_{X} - \lambda_{I}} I_{0} \left[ \exp(-\lambda_{I}t) - \exp(-\lambda_{X}t) \right] + X_{0} \exp(-\lambda_{X}t)$$

となる。この式の右辺第1項は、停止後の<sup>135</sup>Iの崩壊で生成した<sup>135</sup>Xeの濃度の変化であり、第2項は原子炉停止時に存在した<sup>135</sup>Xeが崩壊することによる<sup>135</sup>Xe濃度の変化を表す。この (9.44) 式を、<sup>135</sup>Xe毒作用を表す式 (9.27)、すなわち

$$\Delta \rho(t) = -\frac{\Sigma_a^p}{\Sigma_a} = -\frac{X(t)\sigma_X}{\Sigma_a} \quad (9.45)$$

に代入し、(9.34) 式による $X_0$ 、(9.32) 式による $I_0$ および (9.39) 式による $\Sigma_f / \Sigma_a$ を利用 すると、

$$\Delta\rho(t) = -\frac{1}{\nu} \left( \frac{\gamma_I \sigma_X \phi}{\lambda_X - \lambda_I} \left( \exp(-\lambda_I t) - \exp(-\lambda_X t) \right) + \frac{(\gamma_X + \gamma_I) \phi}{\frac{\lambda_X}{\sigma_X} + \phi} \exp(-\lambda_X t) \right)$$
(9.46)

となる。図9.6に中性子束を変えたときのΔρ(t)の値を示す<sup>(注9.14)</sup>。

この図からわかるように、<sup>135</sup>Xe濃度は一度上昇し、10時間程度経過したところでピークに至り、その後、数10時間かけてゼロに向かって減少して行く。毒作用の最大値、すなわちピーク時の反応度損失は、中性子束が10<sup>17</sup>(m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>)以下のときには非常に小さいが、中性子束が大きくなると毒作用も大きくなり、中性子束が2×10<sup>18</sup>(m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>)になるとピーク時の反応度損失が-0.33 (<sup>235</sup>Uを燃料として用いる炉心の場合)にも達する。この場合、原子炉の制御系が0.1 (10%)の反応度余剰を持っていたとしても、原子炉停止後1時間以内に原子炉を再起動しない限り、30時間以上にわたり原子炉を再起動できないことになる<sup>(注9.15)</sup>。

最後に原子炉停止後<sup>135</sup>Xe濃度が最大となる時間について見ておく。原子炉停止後

注9.14: なお、平衡時の濃度 I<sub>0</sub>とX<sub>0</sub>が運転中の 中性子束に依存することから、図9.6に見られるように、原子炉停止後の<sup>135</sup>Xeの濃度変化も中性子 束に依存することとなる。

注9.15:この期間はreactor dead timeと呼ばれ、 原子炉を艦船などの動力源として用いる場合に 深刻な問題となり得る。すなわち、何らかのトラブル により原子炉が停止し、すぐに再起動できなかっ た場合、長時間にわたって動力源が失われること になるためである。従って、例えば艦船で用いられ る動力用の原子炉においては、燃料の<sup>235</sup>U濃縮 度を高めることで、炉心の余剰反応度を大きくす る設計がなされている。

- 166 -

<sup>135</sup>Xe濃度が最大となる時間は、(9.44)式を微分し、dX/dt=0と置くことにより得られる。すなわち、

$$\frac{dX(t)}{dt} = \frac{\lambda_I}{\lambda_X - \lambda_I} I_0 \left( -\lambda_I \exp(-\lambda_I t) + \lambda_X \exp(-\lambda_X t) \right) - \lambda_X X_0 \exp(-\lambda_X t) = 0 \quad (9.47)$$

より求めることが可能である。

のように求められる。





図9.6 原子炉停止時のXe毒作用の時間変化

この式に、 $\lambda_I$ =0.1035(h<sup>-1</sup>)、 $\lambda_X$ =0.0753(h<sup>-1</sup>)を代入し、 $I_0$ 、 $X_0$ として平衡状態の値を 使うと、中性子束濃度が高いとき、約11時間となる(図9.6参照)。

#### (4) Xeの空間振動

以上のように、<sup>135</sup>Xe濃度は時間変化をするが、大きな原子炉の中では、Xeの時間 変化が場所ごとに異なることがある。原子炉の内部の異なる場所で別のXe変動が起 こることがあり、それを通常Xeの空間振動(Xe oscillation)と呼んでいる。以下、そ の現象の概要を説明する。

大きな原子炉を考え、その原子炉の一部分の空間領域で、一時的にある領域(領域Iと呼ぶ)の中性子束が高くなり、一方別の領域(領域IIと呼ぶ)の中性子束は小さくなったとする。中性子束が高くなった領域Iでは、高くなった中性子束の効果により(より多くの中性子が<sup>135</sup>Xeにより吸収されることとなるので)、<sup>135</sup>Xeの濃度が低下しはじめる。濃度が低下すると正の反応度が投入されるので、その領域Iの中性子束がさらに増大する結果となる。これは更に<sup>135</sup>Xeの濃度を下げ、反応度と中性子束を増す。しかし、一定時間後には、その間に増加した<sup>135</sup>Iの崩壊により<sup>135</sup>Xeが増えはじめるため、やがて中性子束の増加傾向は止まり、減少に転ずることとなる。

一方で、はじめに出力が低下した領域Ⅱではまったく逆の位相(出力の時間変化) でこの振動現象が起る(中性子束低→Xe濃度高→反応度低→中性子束低・・・)。こ の結果、領域IとⅡの間において、原子炉内出力分布が振動する現象が起こる。この ような現象がXeの空間振動である。詳細な<sup>135</sup>Xe振動解析から、<sup>135</sup>Xe振動の周期は 約1日であることがわかっていて、通常の制御棒操作で容易に制御できる。しかしな がら、<sup>135</sup>Xe振動により加えられる局所的な中性子束(出力)の増加は比較的大きい ことがあるため、燃料に損傷を与える可能性があるので、このXeの空間振動に対す る十分な注意が必要である。なお、発電用の原子炉では、炉外・炉内に配置された 中性子検出器によりこのような振動の監視を行っている。

## 9.3.4 Smの毒作用

<sup>149</sup>Smは、熱中性子に対して約5.9×10<sup>4</sup> (barn) という吸収断面積を持つ。この断面 積は、<sup>135</sup>Xeの3.0×10<sup>6</sup> (barn) に比べると1/50程度であるものの、他の主要な核分裂 生成物に比べると格段に大きな値であり、この毒作用も原子炉物理上重要な項目と なっている。

しかし、<sup>149</sup>Smの特徴は、Xeと違って安定な原子核である点である。このため、 <sup>149</sup>Smの濃度や毒作用の時間的な挙動は<sup>135</sup>Xeの場合とは異なる。<sup>149</sup>Smに関する チェーンを次に示す。

 $\overset{149}{\text{Nd}} \xrightarrow{\beta, T_{1/2} = 2h} \overset{149}{\longrightarrow} \text{Pm} \xrightarrow{\beta, T_{1/2} = 54h} \overset{149}{\longrightarrow} \text{Sm}(\cancel{2} \cancel{2}) \qquad \dots \qquad (9.50)$ 

<sup>149</sup>Ndの崩壊定数は<sup>149</sup>Pmの崩壊定数に比べて大きいので、核分裂により直ちに <sup>149</sup>Pmができると考えることができる。以下、P、Sをそれぞれ<sup>149</sup>Pm、<sup>149</sup>Smの濃度、 $\lambda_p e^{149}$ Pmの崩壊定数、 $\sigma_s e^{149}$ Smの微視的吸収断面積、 $\gamma_p e^{149}$ Pmの核分裂収率とする。

先の表9.1には、それら生成消滅に関する数値データを、主な核分裂原子核である <sup>233</sup>U、<sup>235</sup>U、<sup>239</sup>Puに対して示している。<sup>149</sup>Pm、<sup>149</sup>Smに対する生成消滅の式を、前節 にならって作成すると以下のようになる。

$\frac{dP(t)}{dt} = -\lambda_p P(t) + \gamma_p \Sigma_f \phi$ <sup>149</sup> Pmの崩壊 核分裂に による消滅 よる崩壊		(9.51)
$\frac{dS(t)}{dt} = -\sigma_s S(t) \phi + \lambda_p P(t)$ 中性子吸収に <sup>149</sup> Pmの崩壊 よる変換消滅 による消滅		(9.52)
この式から、 <sup>149</sup> Pmと <sup>149</sup> Sm6 dt=0として求めると、	の濃度が平衡に達したときの濃度を、dP	//dt=0, dS/

$$P_0 = \frac{\gamma_P \Sigma_f \phi}{\lambda_P} \quad \dots \tag{9.53}$$

$$S_0 = \frac{\lambda_P P_0}{\sigma_S \phi} = \frac{\lambda_P}{\sigma_S \phi} \frac{\gamma_P \Sigma_f \phi}{\lambda_P} = \frac{\gamma_P \Sigma_f}{\sigma_S}$$
(9.54)

となり、そのときの毒作用 (反応度損失量) は、(9.35) 式を<sup>149</sup>Smに書き換えた式、すなわち、

$$\Delta \rho = -\frac{\Sigma_a^P}{\Sigma_a} = -\frac{S_0 \sigma_s}{\Sigma_a} \quad \dots \tag{9.55}$$

に、(9.54)式によるSoおよび(9.39)式によるΣfΣaを代入した次式で得られる。

$$\Delta \rho = -\frac{\gamma_P \Sigma_f}{\sigma_S} \frac{\sigma_S}{\Sigma_a} = -\frac{\gamma_P}{\nu} \quad .....$$
(9.56)

平衡に達するまでの時間は<sup>135</sup>Xeの場合に比べると長く、運転開始後数日を要する。<sup>149</sup>Smの平衡時の濃度は中性子束に依存しない点が、<sup>135</sup>Xeの場合と異なる。平衡時の<sup>149</sup>Smの毒作用は、 $y_p$ として<sup>235</sup>Uの熱中性子核分裂に対する1.13%を用いると、0.00463( $\Delta k$ )となる。

また原子炉停止後のSmの毒作用は (9.51) 式、(9.52) 式で φ=0と することにより得られる。

$$\frac{dP(t)}{dt} = -\lambda_p P(t) \qquad (9.57)$$

$$\frac{dS(t)}{dt} = \lambda_P P(t) \qquad (9.58)$$

を、初期条件P(0)=P0、S(0)=S0の下で解くことにより得られ、

 $P(t) = P_0 \exp(-\lambda_P t) \quad (9.59)$ 



図9.7 原子炉停止時のSm毒作用の時間変化

$$S(t) = \int_{0}^{t} \lambda_{p} P_{0} \exp(-\lambda_{p} t') dt' + S_{0} = P_{0} \Big[ -\exp(-\lambda_{p} t') \Big]_{0}^{t} + S_{0} \qquad (9.60)$$
$$= P_{0} \Big[ 1 - \exp(-\lambda_{p} t) \Big] + S_{0} = \frac{\gamma_{p} \Sigma_{f} \phi}{\lambda_{p}} \Big[ 1 - \exp(-\lambda_{p} t) \Big] + \frac{\gamma_{p} \Sigma_{f}}{\sigma_{s}}$$

となる。これから、<sup>149</sup>Smの原子炉停止後の毒作用による反応度の時間変化を求める。 (9.55)式に、(9.60)式のS(t)を代入し、さらに(9.39)式によるΣ<sub>d</sub>/Σ<sub>a</sub>を利用すると、

$$\Delta \rho = -\frac{S(t)\sigma_{s}}{\Sigma_{a}} = -\frac{\sigma_{s}}{\Sigma_{a}} \left( \frac{\gamma_{p}\Sigma_{f}\phi}{\lambda_{p}} \left[ 1 - \exp(-\lambda_{p}t) \right] + \frac{\gamma_{p}\Sigma_{f}}{\sigma_{s}} \right)$$
  
$$= -\frac{1}{\nu} \sigma_{s} \left( \frac{\gamma_{p}\phi}{\lambda_{p}} \left[ 1 - \exp(-\lambda_{p}t) \right] + \frac{\gamma_{p}}{\sigma_{s}} \right) \qquad (9.61)$$
  
$$= -\frac{\gamma_{p}}{\nu} \left( 1 + \frac{\sigma_{s}\phi}{\lambda_{p}} \left[ 1 - \exp(-\lambda_{p}t) \right] \right)$$

となる。つまり原子炉停止後の毒作用は、中性子束に依存する。図9.7に種々の中性子 束に対する原子炉停止後の<sup>149</sup>Smによる反応度変化を示す。 $2 \times 10^{18} (m^{-2} \cdot s^{-1})$ の中性 子束に対しては、<sup>149</sup>Smの毒作用による反応度は最大 $-0.027 (\Delta k)$ となる。これは<sup>135</sup>Xe による反応度よりはるかに小さい。しかし、<sup>135</sup>Xeの場合と違い、<sup>135</sup>Smは安定核であ るので、時間がたっても減ることがないことに注意する必要がある。

# 9.4 まとめ

本章では原子炉の長い時間範囲で起る時間的挙動として、燃料の燃焼と核分裂 生成物XeとSmの毒作用について説明した。

燃焼については、初めに、その基本的な考え方、定量的な微分方程式の立式、その 解法などについて学んだ。また、実際の原子炉における燃焼では、運転に伴う核燃料 の燃焼、親物質からの生成、また核分裂生成物の生成などを考慮する必要があり、そ のためには数十を超える生成消滅の微分方程式を解く必要があることを学んだ。現在、 それらの解法には数値的な解析が行われており、その代表的な手法を紹介した。

ついで、核分裂生成物の中でも核分裂で生じる割合が高く、ともに大きな中性子 吸収断面積を持つXeとSmについて学んだ。そこでは、これらが及ぼす毒作用、その 影響(反応度の変化)、その具体例が説明された。これらにより、XeあるいはSm、特 にXeは原子炉の特性、臨界性に大きな影響を有していることがわかる。このことを意 識し、8.7節のチェルノブイリ原発事故と反応度効果を今一度読み返してみると、その 重要性がわかる。

# 《演習問題》

- [1] 厚さ0.001cm、面積1cm<sup>2</sup>の金箔 (<sup>197</sup>Auが100%存在)を熱中性子束10<sup>5</sup>cm<sup>-2</sup>sec<sup>-1</sup> で1日照射する。照射後1日たったときの<sup>198</sup>Auの放射能は何ベクレルか計算せよ。 ただし、金の密度は19.3g/cm<sup>3</sup>、熱中性子に対する放射化断面積は98.8 (barn) お よび<sup>198</sup>Auの半減期は2.698日とする。またexp(-0.2577)=0.773である。なお、金箔 中での中性子束の落ち込みは考慮しない。
- [2] 以下の文章を読んで問いに答えよ。

<sup>238</sup>Uは中性子捕獲反応 (微視的断面積*σ<sub>C</sub>*) により、<sup>239</sup>Uになる。<sup>239</sup>Uはベータ崩壊 壊 (半減期*T*<sub>1</sub>) して、<sup>239</sup>Npになる。<sup>239</sup>Npはベータ崩壊して (半減期*T*<sub>2</sub>) して<sup>239</sup>Pu になる。

- ①中性子照射中の各原子核の原子数密度を求めるための方程式を示せ。ただし、 <sup>238</sup>Uの時刻tにおける原子数密度を $N_{28}(t)$ とし、同様に<sup>239</sup>Uは $N_{29}(t)$ 、<sup>239</sup>Npは  $N_{39}(t)$ 、<sup>239</sup>Puは $N_{49}(t)$ と表すものとする。また、中性子束を $\phi$ とする。
- ②中性子束= $10^{18}$ (n·m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>)の場で<sup>238</sup>Uを照射しているとする。 $T_1$ =23.5分、  $T_2$ =2.35日であるので、<sup>239</sup>Uと<sup>239</sup>Npの原子数密度は照射開始後10日以上たつと 平衡状態となる。このとき、時刻t(t>10日)における<sup>239</sup>Puの原子数密度を表す式 を求めよ。ただし<sup>238</sup>Uの原子数密度の初期値を $N_0$ 、また<sup>238</sup>Uの微視的吸収断面 積を $\sigma_a$ =2 (barn)とする。
- [3] 天然ウランを燃料とする無限に大きな熱中性子炉が、その寿命期間を通じて一定の中性子束 $\phi$ を保って運転されるとする。<sup>235</sup>U、<sup>238</sup>U、<sup>239</sup>Puの熱中性子吸収断面積をそれぞれ $\sigma_a^{25}$ 、 $\sigma_a^{28}$ 、 $\sigma_a^{49}$ 、<sup>235</sup>U、<sup>239</sup>Pu、<sup>241</sup>Puの熱中性子核分裂断面積をそれぞれ $\sigma_f^{25}$ 、 $\sigma_f^{49}$ 、 $\sigma_f^{41}$ 、核分裂当りの中性子発生数をそれぞれ $v^{25}$ 、 $v^{49}$ 、 $v^{41}$ 、高速核分裂因子を $\varepsilon$ 、<sup>238</sup>Uの共鳴を逃れる確率をpとする。
- ①燃焼に伴う<sup>235</sup>Uの原子数密度の時間変化を求めよ。なお、高速中性子に対する <sup>235</sup>Uの吸収反応は無視する。
- ②熱中性子によって引き起こされる核分裂から生じる核分裂中性子の発生数(単位体積・単位時間当たり)を求めよ。なお、<sup>238</sup>U、<sup>240</sup>Puの核分裂は無視する。
- ③高速および熱中性子によって引き起こされる核分裂から生じる核分裂中性子の 発生数(単位体積・単位時間当たり)を求めよ。なお、<sup>238</sup>U、<sup>240</sup>Puの核分裂は無 視する。

(ヒント:②で求めた結果に基づき、高速核分裂因子をを考慮する)

④③で求めた核分裂中性子が減速している途中で引き起こす共鳴吸収の発生数 (単位体積・単位時間当たり)を求めよ。

(ヒント:共鳴を逃れる確率をpとすると、共鳴を逃れない確率、すなわち共鳴吸 収される確率はどうなるか)

- ⑤燃焼に伴う<sup>239</sup>Puの原子数密度の時間変化を求めよ。なお、以下の仮定をせよ。
  - ・高速中性子に対する<sup>239</sup>Puの吸収反応は無視する。
  - ・④で求めた共鳴吸収は<sup>238</sup>Uによるものであり、結果として<sup>239</sup>Puが生成される。
  - ・燃焼に伴う<sup>238</sup>Uの原子数密度の変化は無視する。

[4] 原子炉で生成される<sup>135</sup>Xeと<sup>149</sup>Smについて、下図に示す生成経路を仮定して、 以下の問に答えよ。解答に当たっては、核分裂による生成率にはy、核種濃度 にはN、崩壊定数には $\lambda$ 、吸収断面積には $\sigma$ を用い、下添え字<sub>IV-X</sub>、P、sにより<sup>135</sup>I、 <sup>135</sup>Xe、<sup>149</sup>Pm、<sup>149</sup>Smを区別するものとする。なお、ここで考える原子炉の巨視的 核分裂断面積を $\Sigma_f$ 、巨視的吸収断面積を $\Sigma_a$ 、定格出力運転時の中性子束を $\phi$ と する。また、原子炉中の中性子吸収物質の反応度価値 $\Delta \rho$ は、次式で表すことが できるものとする。

$$\Delta \rho = 1 - \frac{J}{d}$$

ここで、fは中性子吸収物質が存在しないときの熱中性子利用率、f'は中性子吸収物質が存在するときの熱中性子利用率である。



- ①<sup>149</sup>Pm、<sup>149</sup>Smに対する生成消滅の式を記すとともに、原子炉定格出力運転時の <sup>149</sup>Pm、<sup>149</sup>Smの核種濃度の平衡値N<sub>P</sub><sup>0</sup>、N<sub>S</sub><sup>0</sup>を求めよ。
- ②①で求めた原子炉定格出力運転時の<sup>149</sup>Smがもつ中性子吸収効果の反応度価値 値 Δρ<sub>s</sub>を求めよ。また、その反応度価値の中性子束(の大きさ)依存性について 説明せよ。
- ③定格出力運転している原子炉を停止したときの<sup>149</sup>Smの核種濃度の時間変化を 表す式 $N_s(t)$ を求めよ。また、停止後十分な時間が経過した後の<sup>149</sup>Smの核種濃 度 $N_s^{\infty}$ を求めよ。
- ④<sup>135</sup>I、<sup>135</sup>Xeに対する生成消滅の式を記すとともに、原子炉定格出力運転時の<sup>135</sup>I、 <sup>135</sup>Xeの核種濃度の平衡値N<sub>1</sub><sup>0</sup>、N<sub>x</sub><sup>0</sup>を求めよ。
- (5)④で求めた原子炉定格出力運転時の<sup>135</sup>Xeがもつ中性子吸収効果の反応度価 値Δρ<sub>X</sub>を求めよ。また、その反応度価値の中性子束(の大きさ)依存性について 説明せよ。

# 第10章

# 原子炉の炉心設計

# 1.はじめに

- 2.加圧水型原子炉(PWR)の炉心設計
- 3. 沸騰水型原子炉(BWR)の炉心設計
- 4. 高速増殖炉(FBR)の炉心設計
- 5.核計算手法(炉心計算システム)

〔この章のポイント〕

原子炉の炉心設計は、原子炉物理に基づいた大掛かりな予測計算 に基づき実施する。これを炉心設計という。炉心設計は、各炉心におい て年に1回程度行われる燃料交換にあわせて実施される。炉心内にお ける燃料配置は毎サイクル異なるので、炉心設計も毎サイクル実施する 必要がある。

原子炉物理は、主として原子炉の核的な振る舞いを中心に学ぶが、炉 心設計では、核的な特性のみならず、熱水力特性・機械的特性・経済的 特性などについてバランスよく配慮する必要があり、広い分野についての 知識が必要である。これらの種々の特性はお互いに影響を及ぼすため に、フィードバック計算と呼ばれる繰り返し計算が必須となる場合がある。

炉心設計には、炉心解析システムと呼ばれる一連のコード(プログラム) システムを用いる。炉心解析システムは原子炉物理のほぼ全ての側面を 含んだものであり、実際のプラントの複雑な解析を行うために、そのプログ ラムのサイズは数十万行にもなることがある。

# 第10章 原子炉の炉心設計

## 10.1 はじめに

原子炉物理は原子炉の炉心設計のために発展してきた学問分野であるといえる。 したがって、原子炉の炉心設計のためには、第9章までに学んだ断面積、中性子の空間・エネルギー分布、反応度フィードバック、動特性、燃焼計算など、原子炉物理のほ ほ全ての分野についてバランスのとれた知識が必要となる。

また、実機の炉心設計においては、原子炉物理のみではなく、燃料の機械設計、 熱水力設計(高速炉の場合は熱流力設計)、コスト解析などに加え、発電プラント全 体の知識も必要となる。この意味では、炉心設計はまさに原子力工学の総合力が問 われる作業であるともいえる。

実機の設計では、所要のパラメータをコンピュータコード (プログラム) に入力し、 コンピュータによるシミュレーション計算を用いて設計案が作成される。新しい知見 を考慮し、かつ計算精度をより向上させるためにコードは年々改良される。設計現場 においては、この改良とアウトプットされた計算結果の正しい解釈のために原子炉物 理の知識が不可欠である。

核的な設計の観点のみからすると、燃料の濃縮度を上げて核分裂を起こしやすく するとか、燃料棒を増やすなどすれば非常に大出力の発電所がつくれると思われる かもしれない。しかし、熱の伝達に使用する蒸気の物理的な条件や燃料被ふく管そ の他構造材料の物理的・強度的制約から、実現可能な出力には限度がある。実機の 設計には燃料の核分裂および制御に関係する核設計(neutronics design)と、炉心 の冷却性能などの熱的な条件に関係する熱水力設計(thermal hydraulics design)、 材料・構造に関係する構造・機械設計(mechanical design)などの側面がある。目 的とする電気出力と経済性を前提に、これらの側面が最適化された所に実際の設計 が落ち着くのである。

以下では、加圧水型原子(軽水)炉(Pressurized Water Reactor: PWR)、沸騰水 型原子(軽水)炉(Boiling Water Reactor: BWR)および高速増殖炉(Fast Breeder Reactor: FBR)の炉心設計活動について、主に核設計の面から概要を紹介する。

# 10.2 加圧水型原子炉 (PWR) の炉心設計

PWRプラント(発電所)の系統図を図10.1に示す。後述するように、PWRでは高圧 の冷却材(一次冷却材)を炉心に循環させることで、炉心内で冷却材を沸騰させるこ となく熱除去を行う。一次冷却材の熱を利用し、熱交換の機能をつかさどる蒸気発



原子炉格納容器

生器において二次冷却材を沸騰させ、蒸気を発生させる。発生した蒸気(二次冷却 材)はタービンに送られ、発電を行う。

本節では、PWR炉心の核設計について概要を述べる。はじめにPWR炉心の核設 計の設計目標および設計方針について述べたあと、燃料集合体および炉心の核設計 方法について概要を示す。実機の炉心においては、核設計の目標(制限)値は安全 解析の結果により決定される。また、核設計は熱水力設計および燃料機械設計とも 相互に関連する。そのため、これらの関係についても概要を述べる。

実機<sup>(注10.1)</sup>の炉心設計<sup>(注10.2)</sup>は非常に複雑な作業となるため、一連のコードシステム(炉心設計システム)を用いる必要がある。10.5節にPWR炉心設計に一般的に用いられているコードシステムについて概要を示す。

# 10.2.1 PWRの炉心構造の特徴

PWRの原子炉容器内の炉心構造を図10.2に、また表10.1にPWRの主要パラメータ を示す。PWRの最大の特徴は、高圧(約15MPa)の冷却材を用いており、通常の運 転条件においては炉心内にボイド(蒸気)が発生しないことである。このため、BWR の燃料集合体で用いられているチャンネルボックス(蒸気と水の流れを整えるための 燃料集合体の周りの覆い)が存在しない。

炉心下部から流入する冷却材の温度は約285℃(冷却材密度約760kg/m<sup>3</sup>)であり、 定格出力運転時には炉心で加熱されて炉心上部において約320℃(冷却材密度約 680kg/m<sup>3</sup>)となる。この間の冷却材密度の変化は、水密度が炉心内で70%以上も変 化するBWRに比べるとはるかに小さい。

冷却材の密度は中性子の減速を通じて核分裂の増減に影響を及ぼすが、冷却材 密度変化の少ないPWRの炉心内における中性子のエネルギー分布、すなわち中性子 エネルギースペクトルの空間的変化は、BWRに比べて小さいと言える。

この結果、燃料集合体内部の燃料棒毎の濃縮度分布に工夫を凝らす必要がなく、



注10.1:発電などを実際に行っている原子炉 を実機と呼ぶことがある。これに対して、そ の原子炉もしくは炉心の一部を模擬した実験 (一般にごく低いレベルの出力で運転される) をモックアップと呼ぶ。商用の原子力発電炉 は実機体系であり、第11章で説明する臨界実 験の一部はモックアップ体系となる。

注10.2:核設計は、炉心の核的な挙動の解析 であるが、炉心設計は核設計に加え、熱水力 や構造・機械設計なども含めた設計活動を示 す場合が多い。なお、BWRの設計において は、燃料集合体の核的な側面からの設計を 特に核設計、炉心の設計を炉心設計と区別す ることもある。

図10.2 APWRの原子炉容器内の構造

## 第10章 原子炉の炉心設計

#### 表10.1 PWRの主要なパラメーター覧

	APWR <sup>1)</sup>		従来型	PWR	
ループ数	4ループ <sup>2)</sup>	4ループ	3ループ	3ループ	2ループ
電気出力 (kW)	約154万	約118万	約89万	約83万	約58万
熱出力 (MW)	約4,451	約3,411	約2,652	約2,432	約1,650
原子炉圧力(MPa[gage])	約15.4	約15.4	約15.4	約15.4	約15.4
1次冷却材全流量(kg/h)	約77×10 <sup>6</sup>	約60×10 <sup>6</sup>	約46×10 <sup>6</sup>	約45×10 <sup>6</sup>	約30×10 <sup>6</sup>
1次冷却材入口温度(℃)	約289	約289	約284	約287	約288
1次冷却材出口温度(℃)	約325	約325	約321	約322	約323
炉心		C	ši.		
炉心有効高さ(m)	約3.66	約3.66	約3.66	約3.66	約3.66
炉心等価直径 (m)	約3.89	約3.37	約3.04	約3.04	約2.46
炉心UO2重量(t)	約121	約89	約72	約71	約48.5
燃料集合体形式	17×17	17×17	17×17	15×15	14×14
燃料集合体数(体)	257	193	157	157	121
燃料棒クラスタ数3) (本)	69	53	48	48	29

1) 改良型PWR (Advanced PWR)

2) 冷却材を循環させる配管 (ループ)の数を示す。一般に、熱出力が大きくなるとループ数も多くなる。

3) PWRでは、燃料集合体内の制御棒案内管に棒状の制御棒(Ag-In-Cd合金、ステンレス被覆)を炉心上部から挿入する。一つの集合体に 挿入される制御棒は束ねられており、(果実などの)「房」の様に見えるため、クラスター(cluster)と呼ばれる。

PWRの燃料集合体内の燃料棒配置は、BWRに比べて均一なものとなっている。このことが、PWRの燃料集合体設計をBWRのそれに比べて簡単なものにしている。

また、運転中の反応度制御を冷却材中に溶かしたホウ素により行っていることも PWRの特徴である。BWRでは炉心内を流れる冷却材流量と制御棒によって炉心の 反応度制御を行っているが、PWRでは、ホウ素によって反応度制御を行っているた め、運転時において制御棒はほとんど全引き抜き状態である<sup>(注10.3)</sup>。

制御棒は中性子の強吸収体であることから、制御棒を炉心に挿入すると、その近辺の領域における出力分布にひずみが生じる。しかし、PWRにおいては上述の通り 運転時に制御棒をほとんど全引き抜き状態にしており、中性子の吸収は炉心全体に



注10.3:原子炉の運転に伴って、①燃料の燃 焼、②核分裂生成物(FP)の生成、③可燃性 毒物の燃焼、④燃料・減速材・構造材の温度 および密度変化に起因する反応度変化が生じ る。したがって、これらの反応度変化を制御 することが必要となる。なお、①~③は第9 章で、④は第8章でそのメカニズムを学んだ。
まんべんなく存在する冷却材中のホウ素によっている。従って、冷却材の密度分布の 違いに加え、反応度制御の観点からもPWR炉心はBWR炉心に比べて核的に均一な 構造であるといえる。

## 10.2.2 設計目標

炉心設計の最大の設計目標は、燃料を破損させることなく所定の出力にて炉心を 安全に運転できるようにすることである。この設計目標を実現するために、炉心設計 において満足すべき炉心特性パラメータの範囲は、プラントの安全性を考慮する安 全解析、燃料の機械的な振る舞いを考慮する燃料機械設計、冷却材の熱的な条件 を考慮する熱水力設計などの結果から決められている。

炉心特性パラメータとは、燃料棒の単位長さあたりの出力(燃料棒線出力密度) やドップラー・冷却材温度係数などの反応度係数、制御棒の反応度価値などのこと

#### 表10.2 PWR燃料集合体の主要な仕様一覧

		17×17型燃料集合体	15×15型燃料集合体	14×14型燃料集合体	
燃料ペレット					
材料		UO <sub>2</sub> (一部Gd <sub>2</sub> O <sub>3</sub> を含む)	UO <sub>2</sub> (一部Gd <sub>2</sub> O <sub>3</sub> を含む)	UO <sub>2</sub> (一部Gd <sub>2</sub> O <sub>3</sub> を含む)	
235r r.)曲 éch ide	UO2のみ [wt%]	約4.8以下	約4.6以下	約4.8以下	
100辰柏皮	Gd2O3入り [wt%]	約3.2以下	約3.0以下	約3.2以下	
ガドリニア濃度 [wt%	.]	約10以下	約10以下	約10以下	
che ult	UO2のみ [%TD] 1)	約97	約97	約97	
密度	Gd2O3入り [%TD]	約96	約96	約96	
直径 [mm]	ೆ ಕ್ರಾ. ಸ್.	約8.2	約9.3	約9.3	
ペレット中心最高温度	〔定格出力時〕[℃]	約1800	約2000	約2000	
ペレット平均最高温度	度(定格出力時)[℃]	約1200	約1200	約1300	
被ふく管					
材料		ジルコニウム基合金2)	ジルコニウム基合金	ジルコニウム基合金	
外径 [mm]		約9.5	約10.7	約10.7	
厚さ [mm]		約0.6	約0.6	約0.6	
被ふく管表面最高温」	度(定格出力時)[℃]	約350	約350	約350	
燃料棒全長(端栓とも)	[m]	約3.9	約3.9	約3.9	
燃料棒配列		17×17	15×15	14×14	
燃料棒本数 [本]		264	204	179	
燃料棒ピッチ [mm]		約12.6	約14.3	約14.1	
集合体全長 [m]		約4.1	約4.1	約4.1	
支持格子					
L L stat		ニッケル・クロム・鉄合金			
材料		およびジルカロイー43)	ニッケル・クロム・鉄合金	ニッケル・クロム・鉄合金	
集合体当たりの支持権	各子数	9	7	7または8 <sup>4)</sup>	
制御棒案内シンブル					
材料		ジルカロイ-45)	ジルカロイー4	ジルカロイー4	
1集合体当たりの本数	收[本]	24	20	16	
61.77	上部 [mm]	約12.2	約13.9	約13.7	
外径	下部 [mm]	約10.9	約12.4	約12.2	
厚さ [mm]		約0.4	約0.4	約0.4	
炉内計装用案内シンブ	V				
材料		ジルカロイー4	ジルカロイー4	ジルカロイー4	
1集合体当たりの本数	收[本]	1	1	1	
外径 [mm]		約12.2	約13.9	約10.7	
厚さ [mm]		約0.4	約0.4	約0.6	
燃焼度					
取替炉心平均 [GWd	/t]	約50	約49	約51	
燃料集合体最高 [GW	Vd/t]	55	55	55	
線出力密度		Action (	30.5027	5.000	
定格出力時平均「kW	[/m]	約18	約20	約20	
定格出力時最大 [kW	//m]	約43	約48	約49	

1) TD:理論密度(Theoritical Density)

2) ジルカロイー4をベースに合金成分を調整した改良合金、またはZr-Nb二元合金をベースに合金成分を調整した改良合金。

3) 最上部・最下部の支持格子はニッケル・クロム・鉄合金。中間部の7個の支持格子はジルカロイー4

4) 装荷する炉心により支持格子の個数が異なる。

5) Sn-Fe-Cr系ジルコニウム合金

である。たとえば、炉心内で局所的に熱出力が大きくなって燃料が破損することがな いように燃料棒の最大線出力密度の上限値が決められており、炉心設計においては、 解析結果がこの上限値を超えることがないように炉心設計を行う。

また、炉心設計においては、安全性を満足した上で、経済性をできるだけ向上する ように配慮することも重要となる。

上記のように、炉心設計においては、安全性と経済性という「枠」の両面を考慮する 必要があるため、炉心設計者が白紙の状態から設計をスタートさせることはできない。

しかし、安全性と経済性の枠を考慮してもなお、炉心設計者にはかなりの自由度 (裁量)が与えられている。この自由度を活用できるかどうかは炉心設計者の能力 (経験、知識ときには工学的なセンス)にかかっていると言っても過言ではない。

#### 10.2.3 燃料集合体核設計

#### (1) 燃料棒および燃料集合体幾何形状

PWRの燃料集合体の構造を図10.3に、主要な仕様を表10.2に示す。PWRの燃料 集合体核設計において、炉心の核特性に大きな影響を与えるパラメータの一つは、 燃料棒ピッチ(燃料棒の間隔)である<sup>(注10.4)</sup>。この間隔は、炉心の出力密度、冷却材 の除熱性能、燃料集合体の中性子増倍率、反応度係数などの観点から決められる。

燃料棒ピッチが小さいと、炉心内に多数の燃料棒を配置できることとなり、単位体 積あたりの出力を高めることが可能である。反面、冷却材流路が狭くなり、除熱性能 が問題になる可能性がある。逆に燃料棒ピッチを大きくした場合、出力密度は低くな るが、除熱の面からは楽になる。

燃料棒ピッチはさらにまた核特性にも大きな影響を及ぼす。PWRの17×17型燃料 集合体の単一セル(典型的な燃料棒一本のみに着目した体系)における燃料棒ピッ チと無限増倍率の関係を計算により評価したものを図10.4に示す。

燃料棒ピッチを大きくすると減速材の量が増えるために第6章で学んだように中性 子の減速が促進され、核分裂反応に寄与しやすい熱群の中性子束(運動エネルギー が小さくなった中性子)が大きく(多く)なる。図10.4の燃料棒ピッチの小さい左側の 領域は、中性子の減速が不足していることから、「減速不足領域」と呼ばれ、燃料集 合体の無限増倍率が小さくなる。

一方、燃料棒ピッチをあまりにも大きくすると、中性子の減速が「十分である」状態 となるが必ずしも増倍率を大きくすることにはならない。この領域では減速材による 中性子吸収も増えるため、燃料に吸収される中性子が少なくなるので相対的に増倍 率は小さくなるのである。図10.4の右側がこの領域にあたり、「減速十分(過剰)領 域」と呼ばれる。その結果、増倍率は、ある燃料棒ピッチのところで最大値をとるこ ととなる。すなわち、増倍率の観点からは、ある最適な燃料棒ピッチ(燃料対減速材 の体積比)が存在する。



図10.4 燃料棒ピッチと無限増倍率の関係(PWR、235U濃縮度4.1wt%、寿命初期)

注10.4:燃料棒直径も核特性に影響を与える が、運転中のペレットの中心温度などの観点 から、その直径を大きく変えることはできない。 実機のPWRの燃料棒ピッチは、この最適点より、減速が「少し足りない」領域に設定 されている。たとえば、表10.2によると、17×17型燃料集合体の燃料棒ピッチは1.26cm であり、図10.4より、無限増倍率がピークを取る燃料棒ピッチより狭く設定されている。

なお、表10.2より、17×17型燃料集合体のペレット直径は平均0.82cmであることから、燃料(ペレット)対減速(冷却)材の体積比は約2.4(運転時の平均水密度は700kg/m<sup>3</sup>程度であることに注意)である。15×15型、14×14型燃料は燃料棒の直径が太くなるため、燃料棒ピッチも大きくなる。これは、減速材の温度係数について配慮した結果である。

炉心の温度が上がると減速材の密度は減少する。このとき、減速が「十分な」領域の燃料棒ピッチを採用していると、密度が減ることは減速材が少なくなることを意味するので、このような場合には(中性子の吸収が少なくなって生ずる正の反応度効果が中性子の減速が少なくなる負の反応度効果を上回り)、増倍率が増加することとなる。すなわち、減速材温度係数が正の状態となるため、炉心の安全性上好ましくない。

一方、減速が「若干不足している」状態では、減速材の密度が低下すると増倍率も 低下するので、減速材温度係数は負の値となる。燃料の有効利用の観点からいえば、 増倍率が最も大きくなる最適燃料ピッチで設計することが望ましいが、安全性の観 点からこのような設計を採用していない一例である。このような反応度係数について は、第8章で説明した。

さて、BWRでは、後述するように制御棒が燃料集合体の間に挿入されるため、制 御棒の形状を変更することなく集合体内部の幾何形状を変更することが可能である。 したがって、様々な燃料棒配列(たとえば8×8、9×9、10×10など)が炉心に混在す るケースがある。

PWRではこのようにせず、原則として同じ幾何形状の燃料集合体が炉心に装荷される。従って、燃料集合体の核設計に際しては、燃料集合体幾何形状は決まっているものとして取り扱うことが普通である。<sup>(注10.5)</sup>また、燃料集合体内には、制御棒案内管、計装用案内管が配置されるが、燃料集合体内におけるこれらの配置についても、燃料交換ごとに自由に変更することはできず固定されている<sup>(注10.6)</sup>。

#### (2) 濃縮度

前述のようにPWRでは燃料集合体内の減速材の密度分布が比較的一様であるため、一般的に燃料集合体内部で径(水平)方向の<sup>235</sup>U濃縮度分布は一様として設計することが可能である。すなわち、燃料棒毎に<sup>235</sup>Uの濃縮度を変更することは行わない(ただし、後述の可燃性毒物を含む燃料棒を除く)。

一方、軸(垂直)方向については、燃料棒上端・下端領域の<sup>235</sup>U濃縮度を低下した 軸方向ブランケット燃料というものが海外では使用されている。軸方向ブランケット 燃料は、炉心上端・下端領域の出力を(<sup>235</sup>U濃縮度を低下させることにより)意図的 に下げているため、炉心上部・下部からの中性子の漏れ量が少なくなるとともに、濃 縮度の高い部分、つまり中央部分(すなわち無限増倍率の大きな部分)でより大きな 出力を出すことが可能となる。第4章、第5章で学んだように、このような設計により、 炉心の実効増倍率を高くすることが可能であり、経済性の向上につながる。

燃料集合体平均の<sup>235</sup>U濃縮度は、核設計上の制限ではなく、主として機械設計 (燃焼度の制限値すなわち最高燃焼度制限値)とのかねあいから決定される。<sup>235</sup>U 濃縮度が高いほど高い燃焼度を達成できるため、機械設計の観点から決められた 最高燃焼度制限値をバランスよく満足するような<sup>235</sup>U濃縮度を決定する<sup>(注10.7)</sup>。た とえば最高燃焼度制限値39GWd/t, 48GWd/t, 55GWd/tに対する<sup>235</sup>U濃縮度は、 PWR燃料集合体の設計においてはそれぞれ、3.6wt%、4.1wt%、4.8wt%程度(17× 17燃料集合体の例)となる<sup>(注10.8)</sup>。

#### (3) 可燃性毒物

PWRにおいては、運転中の炉心の過剰反応度は冷却材に意図的に添加したホウ 素によって調整されている。炉心の過剰反応度が大きいときは、これを補償するため のホウ素濃度も高くしなければならないが、ホウ素濃度があまりにも高くなりすぎる と、減速材温度係数が正になる可能性がある<sup>(注10.9)</sup>。

この観点から、炉心の寿命初期(新燃料が装荷されて運転開始間もない時期)の反

注10.5:厳密に言えば、燃料集合体の幾何形 状は核設計を通じて決められるが、このよう な検討は、PWRの新しい炉型を設計すると きのみに行われるのが一般的である。PWR において新しい燃料集合体の設計を行う場 合には、本文に記載したように幾何形状は 「与えられた条件」としてこれを変えずに設 計するのが普通である。

注10.6:この幾何形状は、前述のように熱・ 増倍率・反応度係数などに与える影響を考慮 してプラント設計時の核設計で決められてい る。日本では、燃料集合体の幾何形状は初 装荷炉心から大幅に変更された例はない。ち なみに、海外のPWRプラントでは、燃料棒配 列を変更した燃料集合体を途中のサイクル から導入した例もあるが、例外であると考え て良い。

注10.7: 濃縮度が最適な値より低いと目標と する最高燃焼度より低い取出燃焼度しか達 成できない。また、逆に濃縮度が高すぎると、 反応度が余っている(完全に燃え切っていな い)にもかかわらず、最高燃焼度制限値の観 点から燃料を取り出さざるを得なくなる。い ずれのケースも経済性が損なわれる。

注10.8:現行の軽水炉燃料の製造や輸送に 対しては、世界的に<sup>235</sup>U 濃縮度が5wt%以 下という条件で認可がなされており、現在の <sup>235</sup>U濃縮度はこの上限に近づいている。その ため、<sup>235</sup>U濃縮度が5wt%を超える次世代高 燃焼度燃料導入のための検討が進められて いる。

注10.9: PWRでは炉心の反応度制御のため に、冷却材中に中性子を吸収するホウ素を溶 かして利用する。ホウ素濃度は、水密度とと もに変化する。減速材温度が上昇すると、水 密度が小さくなり、水の中に溶けているホウ 素の濃度も小さくなる。その結果、ホウ素に よる中性子吸収が減少するため、増倍率を 大きくする方向に働く。言い換えると、冷却材 中のホウ素の存在は減速材温度係数を正側 にする働きがあり、その効果は、ホウ素濃度 が高いほど顕著になる。従って、PWRで最も 減速材温度係数が正側になるのは、ホウ素 濃度が最も高くなる寿命初期の高温零出力 状態である。



図10.5 集合体内のガドリニア入り燃料棒本数・ガドリニア濃度と無限増倍率 (PWR、17×17燃料集合体、<sup>235</sup>U濃縮度4.1wt%)

応度を抑制し、ホウ素濃度が低い状態で済むように可燃性毒物 (burnable absorber, burnable poison) と言われるものが一般的に用いられる。ここで言う可燃性というのは、 ウランが核分裂するのを燃えると表現するのと同じように、中性子を吸収して他の核種 に変わり元の状態から減っていくことを表している。なお、「毒物」は中性子を吸収する 物質を示す "poison" の和訳であり、人体にとっての毒物という意味ではない。

新燃料は核分裂性物質を多く含むため無限増倍率が高く、炉心内にそのまま配置 すると大きな出力ピークを生じる可能性がある。このような大きな出力ピークは熱除 去の観点から好ましくない。このため、燃料の寿命初期における無限増倍率を抑制 する必要がある。この観点からも可燃性毒物が使用される。

可燃性毒物としては、制御棒案内管に内挿物として挿入して使用するBPR (Burnable Poison Rod)、燃料に混ぜて使用するガドリニア(Gd<sub>2</sub>O<sub>3</sub>)、エルビア (Er<sub>2</sub>O<sub>3</sub>)、燃料のペレット表面にホウ素をコーティングするボロンコーティング燃料 などが実用化されている。これらのいずれも、中性子を吸収する核種が燃焼に伴って 減少し、中性子の吸収効果が減少していく効果を利用している。

たとえば、BPRの場合は、意図的に入れた<sup>10</sup>Bが(n,a)反応や(n,y)反応により<sup>7</sup>Liや<sup>11</sup>Bなどに変化する現象を利用している。<sup>7</sup>Liや<sup>11</sup>Bの微視的吸収断面積は<sup>10</sup>Bに比べるとはるかに小さいため、燃焼に伴って中性子の吸収効果が減少する効果が得られる。可燃性毒物の利用は、第9章で学んだ燃焼の応用例である。日本では、BPRおよびガドリニア入り燃料が使用されているが、近年は廃棄物低減の観点から可燃性毒物が燃料と一体になったガドリニア入り燃料が主として用いられている。

ガドリニア入り燃料では、ガドリニアを混入する燃料棒本数、燃料集合体内の燃料棒 配置およびガドリニアの濃度を決定する必要がある。PWR燃料集合体におけるガドリニ ア入り燃料棒本数・ガドリニア濃度と燃料集合体の無限増倍率の関係を図10.5に示す。

ガドリニアを混入する燃料棒本数が多いほど中性子をよく吸収する燃料棒の本数 が増えることになるので、寿命初期の無限増倍率を低下させることが可能である。ま た、ガドリニアの濃度が高いほど、ガドリニアが燃焼を終えるまでの期間が長くなり、 反応度抑制の効果が持続する。ガドリニア入り燃料棒は出力が低くなるため、燃料 集合体の特定の場所にまとまって配置すると、その周辺の出力が非常に低くなり、そ の結果として、ローカルピーキング係数<sup>(注10.10)</sup>が高くなる傾向にある。したがって、燃 料集合体内にガドリニア入り燃料棒を分散してバランスよく配置することにより、ロー カルピーキング係数を低く抑えるように工夫している。

### 10.2.4 炉心核設計

現在、日本の商業用軽水炉(light water reactor)では一年に一回原子炉を停止し、 定期検査を行うことが義務づけられている<sup>(注10.11)</sup>。定期検査の際には、原子炉圧力 容器の上蓋を取り外し、炉心内に存在する燃料集合体を使用済み燃料プールに取り 出す。図10.6にPWRの炉心配置図を示す。

注10.10:ある燃料集合体内の燃料棒出力の 平均値を1としたときのその燃料集合体内の 燃料棒出力の最大値をローカルビーキング係 数という。燃料集合体内の全燃料棒の出力 の平均を1と規格化しているため、集合体内 部で出力の低い位置があれば、(逆に高くな る場所が発生し)ローカルビーキング係数は 高くなる傾向にある。全ての燃料棒が同じ出 力であれば、ローカルピーキング係数は1にな るが、集合体内部には可燃性毒物や制御棒 案内管が存在し、中性子束が平坦にならな いので、ローカルビーキング係数を1にするこ とはできない。

注10.11:2008年現在、電気事業法により、13 ヶ月を超えない運転期間ごとの定期検査が 義務付けられている。



図10.6 PWRの炉心配置(一例)

				3.50 U 31.9	4.10 U 0	4.10 U 0	4.10 U 34.2	4.10 U 0	4.10 U 0	3.50 U 31.9				
		4.10 G 32.9	4.10 U 0	4.10 U 13.5	4.10 G 0	4.10 U 14.7	4.10 U 11.3	4.10 U 14.7	4.10 G 0	4.10 U 13.5	4.10 U 0	4.10 G 32.9		
	4.10 G 32.9	4.10 U 0	4.10 G 17.8	4.10 G 0	4.10 U 13.9	4.10 G 18.8	4.10 G 0	4.10 G 18.8	4.10 U 13.9	4.10 G 0	4.10 G 17.8	4.10 U 0	4.10 G 32.9	
	4.10 U 0	4.10 G 18.0	4.10 G 0	4.10 U 29.5	4.10 G 18.5	4.10 G 0	4.10 G 20.3	4.10 G 0	4.10 G 18.5	4.10 U 29.5	4.10 G 0	4.10 G 18.0	4.10 U 0	
3.50 U 31.8	4.10 U 13.6	4.10 G 0	4.10 U 29.6	4.10 U 11.3	4.10 G 0	4.10 U 29.5	4.10 G 20.4	4.10 U 29.5	4.10 G 0	4.10 U 11.3	4.10 U 29.6	4.10 G 0	4.10 U 13.6	3.50 U 31.8
4.10 U 0	4.10 G 0	4.10 U 14.0	4.10 G 18.6	4.10 G 0	4.10 G 18.3	4.10 U 31.7	4.10 G 18.9	4.10 U 31.7	4.10 G 18.3	4.10 G 0	4.10 G 18.6	4.10 U 14.0	4.10 G 0	4.10 U 0
4.10 U 0	4.10 U 14.8	4.10 G 18.8	4.10 G 0	4.10 U 29.5	4.10 U 31.7	4.10 U 15.0	4.10 G 0	4.10 U 15.0	4.10 U 31.7	4.10 U 29.5	4.10 G 0	4.10 G 18.8	4.10 U 14.8	4.10 U 0
4.10 G 34.1	4.10 U 11.4	4.10 G 0	4.10 G 20.3	4.10 G 20.4	4.10 G 18.9	4.10 G 0	4.10 U 23.7	4.10 G 0	4.10 G 18.9	4.10 G 20.4	4.10 G 20.3	4.10 G 0	4.10 U 11.4	4.10 G 34.1
4.10 U 0	4.10 U 14.8	4.10 G 18.8	4.10 G 0	4.10 U 29.5	4.10 U 31.7	4.10 U 15.0	4.10 G 0	4.10 U 15.0	4.10 U 31.7	4.10 U 29.5	4.10 G 0	4.10 G 18.8	4.10 U 14.8	4.10 U 0
4.10 U 0	4.10 G 0	4.10 U 14.0	4.10 G 18.6	4.10 G 0	4.10 G 18.3	4.10 U 31.7	4.10 G 18.9	4.10 U 31.7	4.10 G 18.3	4.10 G 0	4.10 G 18.6	4.10 U 14.0	4.10 G 0	4.10 U 0
3.50 U 31.8	4.10 U 13.6	4.10 G 0	4.10 U 29.6	4.10 U 11.3	4.10 G 0	4.10 U 29.5	4.10 G 20.4	4.10 U 29.5	4.10 G 0	4.10 U 11.3	4.10 U 29.6	4.10 G 0	4.10 U 13.6	3.50 U 31.8
	4.10 U 0	4.10 G 18.0	4.10 G 0	4.10 U 29.5	4.10 G 18.5	4.10 G 0	4.10 G 20.3	4.10 G 0	4.10 G 18.5	4.10 U 29.5	4.10 G 0	4.10 G 18.0	4.10 U 0	
	4.10 G 32.9	4.10 U 0	4.10 G 17.8	4.10 G 0	4.10 U 13.9	4.10 G 18.8	4.10 G 0	4.10 G 18.8	4.10 U 13.9	4.10 G 0	4.10 G 17.8	4.10 U 0	4.10 G 32.9	
		4.10 G 32.9	4.10 U 0	4.10 U 13.5	4.10 G 0	4.10 U 14.7	4.10 U 11.3	4.10 U 14.7	4.10 G 0	4.10 U 13.5	4.10 U 0	4.10 G 32.9		ŗ
				3.50 U 31.9	4.10 U 0	4.10 U 0	4.10 U 34.2	4.10 U 0	4.10 U 0	3.50 U 31.9	-濃縮 -燃焼 -燃焼	度 (wt%) タイプ(I 度 (GWd	J/G=G(	dなし/Gda 初期)

図10.7 PWRにおける炉心装荷パターン(一例。濃縮度は新燃料時点)

取り出された燃料集合体は、水中テレビカメラなどを使用して外観検査が行われ、 異常の無いことが確認される。万が一、異常が発見されれば、次サイクルに当該燃料 を装荷することはできない。

その後、よく燃焼した燃料からおおむね1/3程度が新燃料と交換され、再び炉心内に 燃料が装荷される。そのため、炉心内部では、燃焼が進んだ燃料と新燃料が混在して 使用される。 一般に燃焼の進んだ燃料は核分裂性物質の濃度が減少し、中性子を吸収する核分裂生成物が蓄積するため、無限増倍率が低くなり、出力が低くなる傾向にあり、逆に新 燃料は無限増倍率が高く、その結果、出力が高くなる傾向にある。このような燃料集合 体毎の特性を考慮しつつ、炉心内の燃料配置(装荷パターン、図10.7)を設計すること が炉心核設計の主要な業務になる。炉心に装荷される燃料の燃焼度は一体ごとに異 なっているため、燃料配置はすべての炉心についてサイクルごとに必ず設計を行う必要 がある。つまり炉心核設計は、発電所が運転される限り続くのである。

装荷パターンの設計に際しては、後述する種々の制約条件を満たした上で経済的 な装荷パターンを構成する必要がある。以下では、装荷パターン設計時に考慮する主 要な項目について説明を行う。なお、参考として、表10.3にPWR炉心における主要な 核特性パラメータを示す。

項目	値	備考
平均高速中性子束	約3×10 <sup>18</sup> (m <sup>-2</sup> ·s <sup>-1</sup> )	
平均熱中性子束	約4×10 <sup>17</sup> (m <sup>-2</sup> ·s <sup>-1</sup> )	
即発中性子寿命	約15µs	
実効遅発中性子割合	約0.006	平衡サイクル初期2)
	約0.005	平衡サイクル末期
ドップラ係数	約-3.8~-2.8×10 <sup>-5</sup> ∆k/k/℃	平衡サイクル
and the second and the second s		

約-63~-1.9×10<sup>-5</sup>∆k/k/℃

表10.3 PWR炉心の主要な核特性パラメーター覧(一例)<sup>1)</sup>

減速材温度係数1)参考文献1の表6.3より転載

2) 平衡サイクルとは、同一の運転期間で同じ燃料交換を繰り返し、炉心特性がサイクル毎に変化しなくなった状態の炉心を示す

平衡サイクル

表10.4	取 恭 炉	心設計の	評価項目	(PWR)
-------	-------	------	------	-------

項目	内容
径方向出力ピーキング係	燃料棒一本の出力を軸方向に積分したときの最大値。(炉心平
数1)	均の値を1とする相対値) 熱的な条件からの制約となる。
燃料集合体最高燃焼度	燃料集合体の燃焼度の最大値。被ふく管などの健全性の観点
	からの制約となる。
減速材温度係数	減速材の温度が変化したときの炉心反応度の変化率。炉心の
	固有の安全性(負のフィードバック効果)を確保するため、通常
	運転時には負でなければならない。
反応度停止余裕	炉心内の制御棒のうち、最も大きな反応度価値を有する制御棒
	一本が完全に引き抜かれ、炉心に挿入できない場合の未臨界
	度 <sup>2)</sup> 。スクラム <sup>3)</sup> 時の炉心停止性能からの制約である。
最大線出力密度	燃料棒の単位長さあたりの出力の最大値。冷却材喪失事故時
	の燃料からの崩壊熱除去の観点からの制約である。
最大反応度添加率	炉心起動時に誤った手順で制御棒を引き抜いた際の単位時間
	あたりの反応度添加量の最大値。燃料破損を制限する観点か
	らの制約である。
制御棒落下時制御棒価	制御棒を駆動する機構のトラブルのため、制御棒が駆動機構
値	から切り離されて自重により炉心に挿入される可能性がある。
制御棒落下時出力ピーキ	この場合の(落下した)制御棒の価値と、そのときの炉心の出
ング係数	力ピーキング係数である。制御棒が落下すると、炉心内の出力
	分布が歪む可能性がある。このために、炉心の熱的な観点から
	制限値を設けている。
制御棒飛出時制御棒価	制御棒駆動機構にかけている圧力が何らかの理由で失われた
値	場合、制御棒一本が炉心から急速に押し出される可能性がある。
制御棒飛出時出力ピーキ	この場合の(飛び出した)制御棒の価値とそのときの炉心の出
ング係数	力ピーキング係数である。炉心内の出力分布が歪むため、熱的
	な観点から燃料の破損を制限するための制約である。
ドップラー係数	燃料温度が変化した時の炉心反応度の変化率。制御棒飛出な
	ど、炉心に反応度が急速に添加される際に出力を抑制する主要
	なメカニズムであり、燃料の破損を制限するための制約である。

1) 正式には核的エンタルピ上昇熱水路係数と呼ばれる。

2)通常の反応度とは正負逆の定義で、未臨界度=(1-k)/kで定義される。炉心の実効増倍率が1未満の時、 未臨界度は正の値をとる。

3) 異常が発生したときに、制御棒の急速挿入などにより、炉心を緊急に停止させることをスクラムと呼ぶ。

#### (1) 安全性

装荷パターン設計に際して第一に考慮する項目が安全性である。現在、PWRでは、 装荷パターン設計時に表10.4に示す11の項目について評価を行い、それぞれの項目に ついて炉心特性の解析値が制限値を満足していることを確認している。図10.8に一例 として、運転中の径方向出力ピーキング係数の変化を示す。

なお、安全性は、炉心に装荷される燃料の種類・構成もさることながら、装荷パターンにも大きく依存している。つまり、装荷パターンの善し悪しによって炉心の安全性が決定される場合も多い。

# (2) サイクル長

原子力発電所の運転期間(一般には起動から燃料取替えのための定期検査まで の期間を指し、サイクル長と呼ばれる)は、火力・水力など他電源も考慮した発電計 画の関係から決定される。従って装荷パターン設計時には、要求された運転期間を 確保できるように新燃料体数を決定しなければならない。

新燃料体数が多すぎると、当該サイクルの運転終了時に炉心の過剰反応度が余る (大きすぎる)こととなり、経済性が低下する。一方、新燃料体数が少ないと予定された運転期間の間、運転を続けることができない。そのため、新燃料体数は、精度の 良い炉心設計システムを用いて慎重に決定する。前述のように、PWRでは炉心の反







注10.12:このように、炉心内の燃料配置は、 炉心の安全性・経済性に大きな影響を及ぼ すため、どのように「適切な」 燃料配置を決め るかが重要になる。燃料配置は燃料と炉心内 の配置位置の組み合わせで決まるため、「す べての燃料と炉心配置の組み合わせ」につい て炉心特性を評価できれば最も確実である。 しかし、残念ながら、すべての組み合わせは 非常に膨大(1020~1030)なものになるため、す べての組み合わせを評価することは非現実的 である。そこで、技術者が試計算を繰り返し たり、数理的な最適化法を用いたりすること により適切な燃料配置を設計している。特に、 数理的な最適化法により装荷パターンを自動 生成することは、将棋や囲碁のソフトの作成 と通じるところがあり、興味深いテーマであ

注10.13:運転時の異常な過渡変化は、プラン ト寿命中に一回は起こりえると考えられる異 常な事象を対象とする。一方、事故は運転時 の異常な過渡変化を超えるものであり、発生 確率は低くなるものの施設の安全設計の妥当 性を評価するために想定する事象を示す。

注10.14:核分裂生成物(FP)のうちガス状の もの。KrやXeなどが代表的なものである。FP ガスは燃焼とともに燃料棒内に蓄積し、内圧 を上昇させる原因となる。

注10.15:ペレット-被ふく管相互作用 (Pellet-Clad Interaction, PCI) とは、ペレットの熱 膨張や燃焼に伴うふくれ (スウェリング)、冷 却材圧力による被ふく管の長期的な変形 (ク リーブダウン、被ふく管半径が小さくなる)な どによって、ペレットと被ふく管の間に強い相 互作用が発生する現象を言う。被ふく管が破 損する原因になる。 応度は主として冷却材中のホウ素によって制御されている。図10.9に運転中のホウ素 濃度の変化の一例を示す。

(3) 経済性

燃料の経済性(燃料サイクルコスト)は使用済み燃料の到達燃焼度(取出燃焼 度)で決定される。取出燃焼度が高いほど一体の燃料集合体から多量の熱を発生 したことになり、より経済的になるといえる。従って、装荷パターンの設計においては、 できる限り取出燃焼度を高めるように考慮を払う。

一般的に、制約条件が多いほどこれらを満足する装荷パターンが作成しにくくなり、 経済性も低下する傾向にある。たとえば、安全性パラメータのうち、もっとも厳しい制 約条件となる炉心内の出力ピーキング係数と取出燃焼度は相反する関係にあり、出力 ピーキング係数の制限値が緩やかなほど取出燃焼度を高くできる装荷パターンを設 計可能である。従って、制約条件を満足しつつ、いかに経済的な装荷パターンを作成 するかが炉心核設計のキーポイントとなる<sup>(注10.12)</sup>。

#### 10.2.5 核設計と安全解析

軽水炉の安全評価においては、運転時の異常な過渡変化や事故<sup>(注10.13)</sup>について 代表的な事象を選定した上で、これらの事象一つひとつに対して炉心を含むプラント 全体の挙動を評価し、安全性の確認を行っている(安全解析)。安全解析において は、反応度フィードバック係数など、炉心の核的な挙動に影響を与えるパラメータを 入力値として用いている。

たとえば、PWRの制御棒駆動機構が破損し、制御棒が短時間に炉心から飛び出 す制御棒飛出事故においては、炉心の最大到達出力は制御棒飛び出しに伴う添加 反応度が大きいほど高くなる。

一方、炉心出力の上昇に伴って燃料温度も上昇するが、ドップラー係数(燃料温度の 変化に伴う炉心反応度の変化)は負の値であることから、ドップラー効果は最大到達 出力を抑制する方向に働く。実際、短時間に反応度が添加される制御棒飛出事故にお いては、ドップラー効果は炉心の安全性を確保する重要な役割を果たしている。

また、炉心の最大到達出力が同じであっても、制御棒飛び出し時の炉心内の出力 ピーキング係数が高いほど、燃料棒の最大線出力密度(したがって燃料温度)は高くな る。従って、制御棒飛出事故の解析においては、制御棒の添加反応度、ドップラー係数 などの反応度フィードバック係数や制御棒引き抜き時の出力ピーキング係数といった炉 心の核的なパラメータが安全解析の重要な入力値として用いられることとなる。

上述のように、安全解析では炉心の主要な核的パラメータを入力値として用いているがこれらのパラメータは装荷する燃料や炉心内の燃料配置方法などによって変化する。

そこで、安全解析に用いる入力値は、通常の炉心の変化によって生じる変動を、解 析結果が厳しくなる側に余裕を持って包絡するように決められる。たとえば、制御棒 飛出時のドップラー効果は、負のフィードバック効果によって炉心の最大到達出力を 制限する方向に働く。

従って、ドップラー係数の絶対値が小さいほど出力の抑制効果が小さく、最大到達 出力は大きくなる。そのため、安全解析においては、解析結果が厳しくなるように、さ まざまな炉心状態を想定して、絶対値が小さなドップラー係数が用いられている。

表10.4に示した取替炉心設計時の確認項目の多くは、プラントの安全解析の入力 値となっている。炉心設計時にこれらのパラメータが安全解析によって確認された 制限値内にあることを確認することで、炉心の安全性を確保することが可能となる。

#### 10.2.6 核設計と機械設計/熱設計

実機の炉心設計においては、核設計と燃料の機械設計および熱水力設計には密接 な関連がある。燃料の機械設計においては、燃料棒がこれまでにどのような出力を出 していたか(出力履歴)が重要となる。これは、燃料棒内圧を決定するFPガス<sup>(注10.14)</sup> の放出率やペレットの熱伝導度が燃焼度に依存するためである。この出力履歴は炉心 核設計の結果より得られる。また、運転時の異常な過渡変化時などにおける燃料棒出 力の変化速度が機械設計におけるペレット-被ふく管相互作用解析の入力データとし て用いられる<sup>(注10.15)</sup>。

一方、炉心核設計においては、燃料の機械設計の結果として得られる燃料棒温度が

核計算の入力値として用いられる。また、最高燃焼度制限値や燃料棒の出力変化率など、 燃料機械設計の観点から評価された制限値が核特性解析の制限値として用いられる。

熱水力設計の入力値としては、燃料棒ごとの出力分布が用いられる。特にPWRでは、ある一本の燃料棒の出力を炉心の上部から下部まで軸方向に積分して得られる 燃料棒出力(径方向出力ピーキング係数)が重要となる。径方向ピーキング係数があ まりにも大きいと、燃料棒からの熱流束が大きくなりすぎ、燃料棒を破損させる可能 性がある<sup>(注10.16)</sup>。このため、熱水力設計から得られた径方向出力ピーキング係数の 制限値を炉心核設計における制限値としている。

また、炉心核特性解析においては、冷却材の密度は中性子の減速を通じて炉心核 特性に影響を与える重要なパラメータである。

逆に、炉心の出力分布は炉心内の冷却材密度分布に影響を与える。そのため、実 機の炉心設計計算においては、核特性解析と熱水力特性解析を切り離すことはでき ず、核計算と熱水力計算を繰り返し行い、相互に矛盾のない解析結果を得る核-熱 水力フィードバック計算が必須となる<sup>(注10.17)</sup>。

一般に、核計算と熱水力計算において矛盾のない計算結果を得るためには、最低 でも数回の核-熱水力フィードバック計算が必要となる。なお、PWRでは、通常の運 転条件では沸騰現象は発生しないため、熱水力解析の対象は単層流である。そのた め、二層流を対象とするBWRに比べると、(核計算と結合される)熱水力解析は比 較的単純である。

炉心設計計算時に行われる熱水力解析では、燃料集合体は径方向に2×2チャン ネル程度に分割され、チャンネル間の冷却材の混合がないとの仮定の下、燃料から冷 却材に伝えられるエンタルピー量を軸方向に積算していくことで、各軸方向位置にお ける冷却材のエンタルピーを計算することができる。最終的に、このエンタルピー(と 圧力)から蒸気表を用いて冷却材温度と冷却材密度を算出する。

以上のように、核設計と燃料の機械設計・熱水力設計は相互に密接に関連してお り、相互に影響を及ぼす関係となっている。そのため、炉心の核設計を行う技術者 は、核特性のみに注意を払った解析を行ってはならない。核特性解析の結果が影響 を与えうる機械設計および熱水力設計について理解し、炉心をシステム全体としてと らえるように心掛ける必要がある。

10.3 沸騰水型原子炉 (BWR) の炉心設計

沸騰水型原子炉 (Boiling Water Reactor, BWR) は、PWRと同様、軽水を減速・ 冷却材とした原子炉で熱中性子炉の一つである。BWRのプラント系統図を図10.10 に示す。PWRとの大きな相違は、炉心内で沸騰が起こっていることで、その蒸気を直



図10.10 BWRのプラント系統図

注10.16:燃料棒からの熱流束が大きくなると、 燃料棒表面からの除熱が追いつかず、燃料 棒表面に蒸気の膜が張った状態の膜沸騰現 象が生じる。膜沸騰が生じると、燃料棒から 冷却材への伝熱性能が極端に低下するため、 燃料棒の温度が急上昇し、場合によっては燃 料棒の破損につながる場合がある。このよう な状態を核沸騰現象からの離脱(Departure from Nucleate Boiling, DNB)と呼ぶ。ま た、このときの熱流束を限界熱流束(Critical Heat Flux, CHF)とよぶ。なお、「核沸騰現 象」の「核」は、核反応の「核」とは関係ない ことに注意。沸騰が燃料表面の特定の一点 (核)から生じているため「核沸騰」と呼ばれ

注10.17:通常は、ある冷却材密度分布(炉心 内一様)を仮定して核計算を行い、炉心内の 出力分布を得る。この出力分布を用いて、炉 心内の熱水力解析を行う。この結果得られた 新たな冷却材密度分布を用いて核計算を実 施する。このような手続きを、核計算および熱 水力計算の結果が収束するまで繰り返す。

# 第10章 原子炉の炉心設計



構造

接タービンに送って発電する点である。したがって、炉心内に蒸気(ボイド)が生じて おり、それにより中性子の挙動が変化する。

## 10.3.1 BWRの炉心構造の特徴

BWRの原子炉容器内の構造を図10.11に、また、表10.5に、BWRの主要パラメータを 示す。図10.11で燃料集合体や中性子計装管が置かれている部分を炉心という。BWR の炉心高さは約3.7m、炉心直径は約3~5mであり、原子炉圧力は約7MPaでPWRの 約1/2である。冷却材である軽水は、再循環ポンプで炉心下部に送り込まれ、炉心で加 熱され、沸騰する。沸騰した冷却材は、気水分離器で蒸気と液体に分離され、蒸気は さらに蒸気乾燥機で乾燥されて出口ノズルからタービン側に送られる。

#### 表10.5 BWR炉心の主要パラメーター覧

項目	プラント	ABWR*)	BWR-5
電気出力 (MW)		1356	1100
原子炉熱出力 (M'	W)	3926	3293
原子炉圧力 (MPa)	)	7.17	6.93
主蒸気流量 (t/h)		7640	6410
給水温度(℃)		216	216
定格炉心流量(kg	/h)	$52 \times 10^{6}$	48×10 <sup>6</sup>
燃料集合体数(体)	)	872	764
炉心等価直径 (m)	)	5.2	4.8
炉心有効高さ(m)		3.7	3.7
制御棒本数(本)		205	185
炉心平均出力密度	(MW/m <sup>3</sup> )	50.6	50.0
百乙居亡主众思	内径 (m)	7.1	6.4
原于炉庄刀谷岙	高さ (m)	21.0	22.2
原子炉再循環方式 (ポンプ台数)	:	原子炉内蔵型 再循環ポンプ(10)	外部再循環ポンプ (2) ジェットポンプ (20)
山伽水町山十十十	通常	微調整電動式	水圧駆動式
则1即1至影到 刀 式	スクラム	水圧駆動式	水圧駆動式

\*改良型(Advanced) BWR



(a) 燃料集合体(チャンネルボックスを外した状態)(b) 原子炉内の燃料集合体の構成 図10.12 BWR燃料集合体の構造と原子炉内での装荷状態

### 第10章 原子炉の炉心設計

BWRの炉心は、燃料集合体、制御棒、中性子計装管などから構成されている。燃 料集合体は、図10.12に示すような燃料棒やウォータロッドが束ねられたものを、チャ ンネルボックスの中に入れて構成される。燃料棒には図10.13に示す燃料ペレットが 充填されている。チャンネルボックスは、冷却材の流路を構成し、燃料棒によって加 熱され、沸騰した蒸気の浮遊を防止する役割をしている。また、チャンネルボックスの 外側、すなわち、燃料集合体と燃料集合体の間には、沸騰しない水の領域(ギャップ 水)があり、中性子の減速を促進する役割を持つとともに、制御棒を挿入するための 空間、さらに中性子計装管(注10.18)の設置場所の役割を果たしている。

制御棒は、十字型をしており、燃料集合体4体に1体の割合で配置されている。 BWRの制御棒は、PWRとは異なり炉心の下部から挿入される。中性子計装管は燃 料集合体16体に1体の割合で設置されている。

#### 10.3.2燃料集合体設計

#### (1) 燃料集合体仕様

BWR燃料集合体の主要パラメータの例を、表10.6に示す。

項目	9×9燃料	高燃焼度8×8燃料
1.燃料集合体		
燃料棒配列	9×9	8×8
燃料棒本数 (本)	74 (うち部分長燃料棒:8)	60
集合体全長 (m) (つかみ部分を含む)	約4.47	約4.47
平均濃縮度(wt%)	約3.7 (取替)	約3.4 (取替)
燃燒度 (MWd/t)		
取出平均	約45,000 (取替)	約39,500 (取替)
集合体最高	55,000	50,000
最大線出力密度(kW/m)	44.0	44.0
2.燃料棒		
ペレット材	UO <sub>2</sub> , UO <sub>2</sub> -Gd <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	UO <sub>2</sub> , UO <sub>2</sub> -Gd <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
ペレット直径 (mm)	約9.6	約10.4
ペレット長さ (mm)	約10	約10
ペレット密度 (%TD)	約97	約97
燃料被ふく管材質	ジルカロイ-2 (ジルコニウム内張)	ジルカロイ-2 (ジルコニウム内張)
燃料被ふく管外径 (mm)	約11.2	約12.3
燃料被ふく管肉厚 (mm)	約0.71	約0.86
谢羽读古海巨文 ()	標準燃料棒約3.71	約2.71
旅科準有劝及さ(III)	部分長燃料棒約2.16	示53.71
ペレット-被ふく管間隙 (mm)	約0.20	約0.20
初期He加圧量(MPa[abs])	約1.0	約0.5
プレナム体積比	標準燃料棒約0.1 部分長燃料棒約0.2	約0.1
燃料被ふく管外面最高温度(℃)	約310	約310
Gd <sub>2</sub> O <sub>3</sub> 濃度 (wt%)	3~5程度	6以下
3.ウォータロッド <sup>2)</sup>		
形状	管状	管状
外径 (mm)	約24.9	約34.0
本数 (本)	2	1
4.スペーサ3)		
型式	丸セル型	丸セル型
個数	7	7
5.タイプレート <sup>4)</sup>		
上部タイプレート	改良型	従来型
下部タイプレート	改良型	従来型

#### 表10.6 BWR燃料集合体の基本仕様例<sup>1)</sup>

1) 1,100MWe級BWR/5型プラント取替燃料設計例

2) 図10.14に示すように、BWR燃料集合体内には、中性子の減速効果を改善するように沸騰していない 水が流れているウォータロッドが存在する。図10.14のウォータロッドは管状であるが、設計によっては 四角状のものもある。

3) 燃料棒を束ねている金具。(図10.12参照)
 4) 燃料集合体の上部および下部の金具(図10.12参照)



図10.13 酸化ウラン燃料ペレット

注10.18:BWRでは、中性子計装管内には中 性子束を測定する検出器 (インコアモニター) が設置されており、運転時の炉心の状態を監 視している。ちなみにPWRでは、炉心内の中 性子束分布は炉心下部から挿入する可動式検 出器 (movable detector, MD) により測定さ れる。MDは、燃料集合体の中心に存在する 計装用案内管の中に挿入され、当該部分の中 性子束を測定する。 MDが挿入される集合体 の位置は決まっており、炉心内に存在する全 燃料集合体のうち、約1/3にMDが挿入される。 運転中、MDを炉心に挿入して中性子束分布 を測定する頻度は概ね一ヶ月に一回である。 リアルタイムでの炉心の状態は、炉心外に設 置された炉外検出器によって行う。

BWR燃料集合体の燃料棒配列は、7×7、8×8、9×9と取出燃焼度の増加に伴っ て大きくなっており、最近では10×10燃料棒配列も使用されている。燃料集合体設計 では、濃縮度および濃縮度分布、可燃性吸収材(毒物)であるGd2O3入り燃料棒の 本数およびGd<sub>2</sub>O<sub>3</sub>濃度を、目標取出燃焼度や熱的余裕などの観点から決める。した がって、実際には燃料集合体核特性解析だけでは決めることができず、炉心核熱水 力特性解析の結果を含めて決めていかねばならない。

図10.14に、BWR燃料集合体の設計例を示す。

# ①濃縮度と濃縮度分布

濃縮度は、目標燃焼度を達成するように決める。これまでのBWR燃料集合体の設 計では、目標取出平均燃焼度が33、40、45GWd/tと増加するにつれて、燃料集合体 平均濃縮度は約3.0、3.4、3.7wt%と増加している。

BWR燃料集合体は、濃縮度の異なる数種類の燃料棒から構成されている。燃料 集合体の水平方向に見ると、ギャップ水に面した燃料棒の濃縮度は低く、特に、コー ナーの燃料棒 (燃料タイプ4) は最も濃縮度が低い。これはギャップ水の中性子減速 作用のため、ギャップ水に面した燃料棒の周辺では熱中性子が多くなり、燃料棒出 力が高くなる傾向があるためである。そこで、コーナー部では、出力分布の平坦化の ために濃縮度を低く設定している。

高さ方向についても同様で、冷却材は燃料集合体下端から流入し、加熱されてボ イドが発生する。すなわち、燃料上部にいくほどボイド率が高く、冷却材の量が少な くなる。このため中性子の減速作用は、燃料上部ほど弱くなり、濃縮度が一様であれ ば燃料集合体下部の出力が高くなる傾向がある。この傾向を改善し、高さ方向の出 力分布を平坦化するため、下部の濃縮度を低くした燃料棒 (燃料タイプ2) が使用さ れている。さらに中性子の漏れを小さくし、経済性を高める目的で上下端には天然ウ ランを用いている(注10.19)。

#### ②可燃性中性子吸収材(可燃性毒物)

BWRでは可燃性中性子吸収材としてガドリニア (Gd2O3) が用いられている。ガド リニアは、ウラン燃料に混合したUO2-Gd2O3燃料の形で使用される。ガドリニアに 含まれるガドリニウムには、<sup>155</sup>Gdと<sup>157</sup>Gdという二つの強吸収体があるが、これらが 中性子を吸収してできる156Gdと158Gdは中性子を吸収する力が弱いので、強吸収体 が燃えた後まで影響が残らないという長所がある(注10.20)。

新しい燃料は、核分裂性物質の量も多く、高い反応度を持っている。ガドリニアは、 新しい燃料集合体の反応度を抑制し、炉心の過剰反応度を押さえる役割と新燃料



図10.14 BWR燃料集合体の設計例

ことで中性子の漏れを少なくしている。

注10.20:<sup>155</sup>Gd、<sup>157</sup>Gdの熱中性子吸収断面

積はそれぞれ6.1×10<sup>4</sup>、2.5×10<sup>5</sup> (barn) であ

るのに対し、<sup>156</sup>Gd、<sup>158</sup>Gdは約2 (barn)と小 さい。反応度の抑制が不要になった後まで、

中性子吸収が残るとそれを補償するため濃縮

度を高くしなければならないので、不経済で

#### 原子炉物理



注10.19:反応度の高い燃料を炉心の外周に 配置すると、盛んに核分裂を起こして、生じた 中性子の多くが連鎖反応に寄与することなく、 炉外に漏れてしまう。これは燃料を無駄に 使ったことになり、不経済である。そこで、炉 心の外周に燃焼の進んだ燃料を配置して、外 周部での核分裂数を少なくし、中性子の漏れ を少なくする工夫がされる。燃料の上下端も 同様で、反応度の低い天然ウランを配置する

集合体の出力ピーキングを低減する役割を持っている。さらに、燃料高さ方向に濃度 を変えたガドリニア入り燃料棒は、濃縮度と同様、高さ方向の出力分布の平坦化に用 いられる。

ガドリニア入り燃料棒の本数を多くすると、初期の反応度抑制量が大きくなる。一 方、ガドリニア濃度を高くすると燃え尽きるまでの期間が長くなり、これによって抑制 する期間を調節できる。したがって、この二つのパラメータをうまく調節することで、下 で説明するように所定の過剰反応度を得ることができる。

#### (2) 燃料集合体核特性

図10.15に、ボイド率0%、40%、80%で燃焼した燃料集合体における無限増倍率の燃焼変化の一例を示す。ボイド率が高い場合は中性子の減速が十分でないので、ボイド率が低い場合より無限増倍率は小さい。しかし、減速が十分でない状態では、<sup>238</sup>Uの中性子吸収が多くなり、Puへの転換が進むので、燃焼が進むとボイド率が低い場合よりも無限増倍率が大きくなる。

燃焼初期の無限増倍率の低下(落ち込み)は、上述したガドリニアによる中性子吸収による効果である。燃焼が進むと無限増倍率は上昇し、<sup>155</sup>Gdと<sup>157</sup>Gdが燃え尽きる約10GWd/tでピークとなり、その後は燃焼とともに低下する。一般には、経済性を考えて無限増倍率のピークが、運転サイクルの終わる燃焼度近傍になるように設計する。

ガドリニアを含有する燃料の設計への理解を深めてもらうために、概念的な説明 をする。上で示した無限増倍率の変化を、図10.16のように直線で模擬する。すなわち、 新燃料はガドリニアの燃焼に伴い、無限増倍率が燃焼度(E)の関数でa・E+b(a>0)の ように変化する。一方、2サイクル目以降の燃料は、燃焼とともに-c・E+b'(c>0)のように 無限増倍率は減少する。ここで、







図10.16 BWR燃料集合体における無限増倍率の概念図

- ・各サイクルで1/4ずつ燃料を取り換える
- ・新燃料も2サイクル目以降の燃料も燃焼の進み方は同じ
- ・炉心の反応度が、各燃料の無限増倍率の平均値に比例する

と仮定すると、サイクル初期とサイクル末期の状態は表10.7のようになる。もし、サイクル 初期とサイクル末期の炉心反応度を等しくするには、新燃料の無限増倍率の傾きを2サ イクル目以降の無限増倍率の傾きの3倍(a=3c)にすればよい。このとき新燃料のサイク ル初期の無限増倍率は4サイクル目燃料のサイクル末期の無限増倍率に等しくなる。一 般に、サイクル末期の炉心の過剰反応度が0となるように濃縮度を設計するから、このよ うにガドリニアを設計すれば運転期間を通じて過剰反応度を0にできる<sup>(注10.21)</sup>。

# 10.3.3 炉心核熱水力特性

# (1) 炉心設計

図10.17に、炉心内の燃料集合体の装荷パターン例を示す。原子炉は、定期的に検査 をするように定められている。BWRでもPWRと同様、その期間に古い燃料を取り出し、 新燃料を装荷する。反応度の高い燃料同士が隣接すると、その位置に出力ピークが生 じ、熱的に厳しくなることや、炉停止余裕が小さくなることを考慮して、新燃料同士や2 サイクル目燃料同士はできるだけ面(横)隣接しないように分散して装荷されている。

#### 表10.7 無限増倍率のサイクル初期とサイクル末期の状態

Mits del	無限増倍率		
邓杰个十	サイクル初期	サイクル末期	
新燃料	b	$a \cdot \Delta E + b$	
2サイクル目燃料	$-c \cdot \Delta E + b'$	$-c \cdot 2\Delta E + b'$	
3サイクル目燃料	$-c \cdot 2\Delta E + b'$	$-c \cdot 3\Delta E + b'$	
4サイクル目燃料	$-c \cdot 3\Delta E + b'$	$-c \cdot 4\Delta E + b'$	
無限増倍率の平均値	$-6c \cdot \Delta E + (b+3b')$	$(a-9c) \cdot \Delta E + (b+3b')$	
(炉心の無限増倍率)	4	4	



注10.21:ただし、あくまでも理想的な状態を 仮定した説明であり、実際にはこのようにはな らない。しかし、このような考え方で運転期間 を通じて過剰反応度の変動を小さくした設計 ができる。 また、コントロールセルと呼ばれる運転中に制御棒を挿入する場所には、制御棒操 作に伴う出力変動をできるだけ小さくするように反応度の低い燃料を配置する。さら に、中性子の漏れを少なくするように、最外周に燃焼が進んだ反応度の小さい燃料を 配置する。

このように、解析結果を基に、熱的、機械的な制限や経済性を考慮しながら、燃料 をどのように装荷していくかを決めることが炉心設計の課題である。参考として、表 10.8にBWR炉心の主要な核特性パラメータの一覧を示す。

表10.9に、取替炉心設計の評価項目を示す。このうちのいくつかを以下で説明する。 (2) 炉心核熱水力特性

BWRでは、炉心冷却材流量と制御棒によって炉心反応度を制御している。炉心核 熱水力計算では、①臨界を保って所定の運転期間、所定の出力が得られ、かつ、② 熱的制限値に対して余裕のある運転ができるかを確認する。①では、実効増倍率が 評価項目であり、冷却材流量と制御棒で炉心を臨界に維持できることを確認する。

一方、②では、最大線出力密度および最小限界出力比が評価項目である。最大線 出力密度とは、燃料棒の単位長さ当りの出力(線出力密度)の炉内の最大値で、加 熱による燃料被ふく管の破損に関する制限値である。一方、最小限界出力比は、限界 出力比=限界出力/燃料集合体出力で定義される限界出力比の炉内の最小値であ る。限界出力というのは、核沸騰から膜沸騰に遷移する状態(沸騰遷移)になる燃料 集合体出力のことで、その制限値は運転時の異常な過渡変化も考慮して決められる。

項目	値	備考
平均高速中性子束	約1.2×10 <sup>18</sup> (m <sup>-2</sup> ·s <sup>-1</sup> )	
平均熱中性子束	約4.4×10 <sup>17</sup> (m <sup>-2</sup> ·s <sup>-1</sup> )	
即発中性子寿命	約43µs	
<b>皮热泡炎由松子面</b> 人	約0.0072	第1サイクル初期
美知進免甲性丁割合	約0.0053	サイクル末期
) م الا <del>ال</del> ال	約-1.6×10 <sup>-5</sup> ∆k/k/℃	第1サイクル初期
トッフフ係奴	約-2.1×10 <sup>-5</sup> Δk/k/℃	サイクル末期
ようになる	約-0.69×10 <sup>-3</sup> Δk/k/%ボイド	第1サイクル初期
ホ1 F 休奴	約-0.88×10 <sup>-3</sup> Δk/k/%ボイド	サイクル末期
出力反応度係数	約-0.03より負((Δk/k) /(Δp/p))	

# 表10.8 BWR炉心の主要な核特性パラメーター覧(一例)<sup>1)</sup>

1) 参考文献1の表6.6より転載

#### 表10.9 取替炉心設計の評価項目 (BWR)

項目	内容
燃料集合体最高燃焼度	燃料集合体の燃焼度の最大値。被ふく管などの健全性の観点
	からの評価項目である。
	炉心内の制御棒のうち、最も大きな反応度価値を有する制御棒
炉停止余裕	一本が完全に引き抜かれ、炉心に挿入できない場合の未臨界
	度。スクラム時の炉心停止性能からの評価項目である。
	スクラム時の制御棒の挿入量と原子炉に投入される負の反応度
スクラム反応度	の関係。スクラム時に、いかに迅速に負の反応度が投入される
	かという制御能力に対する評価項目である。
具十始山力家府	燃料棒の単位長さ当りの出力の最大値。燃料被ふく管の変形
取八脉山刀笛及	による損傷を防ぐための制約である。
	沸騰遷移が起こり始めると予測した燃料集合体出力(限界出力)
是小阳田山土地	と実際の出力との比の炉内最小値。運転時に異常な過渡変化
取小股外面力比	が起こっても燃料棒の冷却性能を維持するための評価項目で
	ある。
減速材温度係数	減速材温度が変化したときの炉心反応度の変化量。
ドップラー係数	燃料温度が変化したときの炉心反応度の変化量。
減速材ボイド係数	減速材のボイド率が変化したときの炉心反応度の変化量。
	炉心熱出力が変化したときの炉心反応度の変化量。減速材温
山力巨広座反粉	度係数、ドップラー係数、減速材ボイド係数を全て総合した反
山刀风心没怵致	応度係数で、炉心の固有の安全性(負の反応度フィードバック)
	を確保するため、運転期間を通じて負になるように設計する。

図10.18、図10.19に、最大線出力密度と最小限界出力比の燃焼度変化例を示す。 二つの例とも、運転制限値に十分余裕がある運転が可能であることを示している。

# (3) 炉停止余裕

BWRの炉心計算コードでは、運転時ばかりでなく、冷温時の解析も実施する。炉 停止余裕解析は、その解析の一つである。

原子炉は、最大反応度価値を持つ制御棒が挿入されなくても、他の制御棒によっ



<sup>- 192 -</sup>

て炉を停止できるように設計される。制御棒の反応度価値が大きいのが冷温時であ るため、冷温時を対象に、最大価値の制御棒以外が全挿入された状態の実効増倍 率を評価する。この実効増倍率と臨界状態の実効増倍率(k<sub>eff</sub>=1)の差、Δk=1-k<sub>eff</sub>を 炉停止余裕と言い、図10.20に示すように、運転期間を通じて炉停止余裕が1%Δk以 上あることを確認する。

# 10.4 高速増殖炉 (FBR) の炉心設計

本節では、高速増殖炉 (FBR: Fast Breeder Reactor) の炉心設計について述べる が、これに先立って高速炉と軽水炉との違いについて簡単に触れ、その後に炉心設 計上で考慮すべき点の違いを中心に述べるという構成としたい。

広義の高速炉とは、「高速中性子を使って、核分裂反応を維持する原子炉」である。 高速中性子を使用するために、冷却材として液体状の水を使用することはなく、ナトリウム、NaK、鉛ビスマス、Heガス、CO<sub>2</sub>ガスなどが用いられる<sup>(注10.22)</sup>。また、使用する燃料は、第3章で述べたように、プルトニウムとウランを混合して用いる混合酸化物 (Mixed Oxide: MOX) 燃料が一般的である。ここでは、その中でも最も一般的な概念である 「ナトリウム冷却高速炉」(以降、単に「高速炉」と呼ぶ)に絞ることにする。

なお、参考としてナトリウム冷却高速炉のプラント系統図を図10.21に、高速増殖 原型炉「もんじゅ」の炉心配置図の一例を図10.22に、「もんじゅ」および高速実験炉 「常陽」の炉心の主要パラメータを表10.10に示す。

# 10.4.1 FBRの特徴

(1) ナトリウムの使用

高速炉は、核分裂によって発生した高速中性子を、軽水炉のように一旦減速せずに、 そのまま燃料に当てて再び核分裂を起こすことを大きな特徴としている。すでに述べた ように、水素はすぐれた減速材であることから、高速炉の冷却には軽水以外の媒体を 用いる必要があり、熱伝導性の高さ、放射化後の減衰の早さ、構造材料との化学的相 性の良さなどの特徴をあわせ持つナトリウムが選定されたという経緯がある。

ナトリウムは、常圧で98℃~880℃の広い温度範囲で液体であり、通常の運転条件 である200~550℃をカバーして十分に余裕がある。軽水に圧力をかけて、強制的に 沸点を上昇させて利用している軽水炉では、配管に穴が開けば、そこから冷却材が 急激に沸騰して流失することは免れないが、高速炉では、通常のタンクからの漏水と 同様のメカニズムでゆっくりと流失が起きる。 注10.22:液体状の水を冷却材に用いる高速 炉は、水が有する良好な中性子減速効果の ため成立が困難であるが、「超臨界圧」の水 を用いた高速炉概念は存在する。水の場合、 374℃、218気圧の臨界点を上回ると、液体で も気体でもない「超臨界圧」状態になり、液 体に比べて密度が減少する。このため、減速 効果が小さくなり高速中性子スペクトルを実 現できる。超臨界圧状態の水による冷却は 火力発電所などで既に採用されており、冷却 材温度を高めることが出来ることから、発電 効率(熱効率)を向上させることが可能である。 一方、温度・圧力条件が高くなり、材料の腐 食が厳しくなるため、これらの条件に耐えうる 材料の開発が検討課題になる。





図10.22 高速増殖原型炉「もんじゅ」の炉心配置図(初臨界時)と原子炉容器

表10.10 FBRの原子炉および炉心の仕様<sup>1)</sup>

種類	項目	実験炉「常陽」 (MK-Ⅲ炉心)	原型炉「もんじゅ」
	電気出力(MW)	( - )	280
	熱出力(MW)	140	714
ार्ख	原子炉圧力(MPa)[gage]	約0.49	約0.78
尿乙	(原子炉容器入口、カバーガス)2)	約9.8×10 <sup>-4</sup>	約0.054
炉	1次冷却材全流量(kg/h)	約2.7×10 <sup>6</sup> (2ループ分) <sup>3)</sup>	約15.3×10 <sup>6</sup> (3ループ分)
	1次冷却材原子炉容器入口温度(℃)	約350	約397
	1次冷却材原子炉容器出口温度(℃)	約500	約529
	炉心燃料領域数	2	同左
	炉心燃料領域有効高さ(m)	約0.50	約0.93
	炉心燃料領域等価直径(m)	約0.80	約1.8
	軸方向ブランケット厚さ(上部、下部)(m)	—	約0.3、約0.35
炉	半径方向ブランケット等価厚さ(m)	—	約0.3
心	炉心燃料領域燃料装荷量	約160kg( <sup>239</sup> Pu+ <sup>241</sup> Pu) <sup>4)</sup> 約110kg( <sup>235</sup> U) <sup>4)</sup>	約1.6t(金属Pu) <sup>5)</sup> 約4.3t(金属U) <sup>5)</sup> [ <sup>241</sup> Amを含む]
	軸方向ブランケット燃料装荷量	-	約4.5t(金属U) <sup>5)</sup>
5	半径方向ブランケット燃料装荷量	-	約13t(金属U) <sup>5)</sup>

1) 参考文献1) の表6.7を一部変更

2) カバーガス:原子炉停止中には、Naと空気の反応を防ぐためにアルゴンが封入されている。これ をカバーガスという。

 3) ループ:原子炉容器と中間熱交換器、1次循環ポンプを配管でつないだ1次冷却系のこと。冷却 材であるNaが循環している。
 4) 最大

5) 初期装荷量

また、高速炉のナトリウム機器は、リークジャケットまたはガードベッセルと呼ばれ る容器で覆われており、配管等から流失が起きても、リークジャケットに溜まったナト リウムの液位が上昇し、液面が水頭圧的に均衡した(圧力のバランスが取れた)時点 で自然に流失が止まるようになっている。

軽水炉では、冷却材喪失事故が起こったことを想定して、大掛かりな非常用炉心 冷却装置 (Emergency Core Cooling System: ECCS) が設置されるが、高速炉では その必要がない。これは、ナトリウムの冷却材としての特徴である常圧で液体であり かつ自然循環能力が高いという点を考慮すれば、常に液位を確保することで原子炉 の安全性を確保するという設計が可能だからである。

一方、高速炉では安全余裕を把握するとの観点から、設計では想定する必要のない事象(設計外事象)までを念のために考慮して、技術的には起こるとは考えられない事象を評価の対象としている。この場合には、炉心設計上、ナトリウムボイド反応度

(sodium void reactivity)を考えなければならない。すなわち、仮想的な冷却材の喪失(沸騰または流失)を想定すると、場合によっては炉心全体で数ドルの正の反応度が投入されるという可能性がある。この問題については、後にやや詳しく述べる。

#### (2) 燃料の違い

高速炉では、高速中性子を利用するが、このエネルギー領域の核分裂断面積は軽 水炉の熱中性子に対するものよりも2~3桁小さくなる。この状態で、炉心出力を軽水 炉並みにするために、中性子束を高くすることと、燃料の富化度を上げることが同時 に行われる<sup>(注10.23)</sup>。

軽水炉の平均中性子束は10<sup>17</sup>~10<sup>18</sup>[m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>]程度であるが、典型的な高速炉の平 均中性子束は10<sup>19</sup>[m<sup>-2</sup>·s<sup>-1</sup>]程度である。また、燃料の富化度についても、軽水炉が 5%程度であるのに対して、高速炉では20%程度である。燃焼に伴い、原子炉では核 分裂性物質が消費されると同時に、大きな中性子吸収断面積を持つ核分裂生成物 が炉内に蓄積して、炉心の過剰反応度が消費されていく。

高速炉では、まず炉心部の内部転換率<sup>(注10.24)</sup>が0.8~0.9程度と高いために、核分裂性物質の目減りが非常に小さい。次に、発生した核分裂生成物の高速中性子に対する断面積が軽水炉の熱中性子に対するものより2~3桁小さい。このため、運転中に炉心が確保しておかねばならない過剰反応度は軽水炉よりも格段に小さくて済む。よって、反応度の制御は軽水炉のように可燃性毒物を併用する必要がなく、制御棒だけで行われる。

出力を平坦化するため、BWRでは10.3.2節に述べたように濃縮度が異なる複数の 燃料棒が使われるが、高速炉では高速中性子の飛程が長いため、燃料集合体内で の細かい配置では効果がなく、燃料集合体単位で使い分けが行われる<sup>(注10.25)</sup>。

最も一般的な設計では、図10.22に示されるように炉心の中央付近(内側炉心、 inner core)に比較的低富化度の燃料を、その周辺部(外側炉心、outer core)に比 較的高富化度の燃料を配置する「二領域炉心」の形が取られる。炉心の中央付近の 燃料をうすめることで、中性子束分布のピークがなまり(小さくなり)、結果的に出力 分布を平坦化することができる。富化度の調整は、内側炉心と外側炉心の最高出力 が合うように決められる。

この他、第3章でも述べたように、高速炉にはPu燃料の増殖を目的としたブラン ケット燃料集合体が存在する。ブランケット燃料集合体は、一般に炉心を覆う形で周 辺部に置かれるが、最初は劣化ウランのみの状態から徐々にプルトニウムが蓄積し、 出力が増加していく。

#### 10.4.2 設計目標

高速炉においても、軽水炉と同様に「燃料を破損させることなく、所定の出力において炉心を安全に運転すること」が設計目標であることに変わりはない。ただし、軽水炉では冷却材の除熱性能が最大線出力密度の上限値を決めていたが、高速炉の場合にはナトリウムの性能の高さからこの制限がなくなり、専ら燃料被ふく管の温度が使用制限を越えないことと、燃料が溶融しないことという燃料側の制限値のみが 条件となる。これは、将来、高性能燃料が開発されれば、最大線出力を引き上げることが原理的に可能であることを示している。

燃料側の制限値のうち、燃料が溶融しないという条件については、必ずしも必然的 なものではなく、ひとつの目安と考えるべきである。なぜならば、燃料の中心付近が部 分的に溶融したとしても、その周りの低温部分が固体であれば、溶融部分はしっかりと 保持されて、燃料全体の健全性は直接問題にはならないからである。

実際に、実験炉「常陽」では、意図的に試験燃料を部分的に溶融させる試験 (Power To Melt: PTM試験)を実施し、燃料健全性には何の問題もないという結果 注10.23: ウラン燃料は<sup>235</sup>Uを主たる核分裂 性物質として使用する。このため、核分裂性 物質の量を<sup>235</sup>U濃縮度という形で示す。一方、 FBRで使用されるMOX燃料は、Pu (具体的 には、<sup>239</sup>Puおよび<sup>241</sup>Pu)を核分裂性物質とし て使用する。このため、Puの重量割合を富化 度という形で示す。Pu/(U+Pu+Am)をPu富化 度と呼び、特に、核分裂性Pu(<sup>239</sup>Pu, <sup>241</sup>Pu)の 重量割合(<sup>239</sup>Pu+<sup>241</sup>Pu)/(U+Pu+Am)を核分 裂性Pu富化度(もしくはPu-fissile, Pu-f富化 度)と呼ぶ。これに対する形で前者のPu富化 度を全Pu富化度(もしくは、Pu-total, Pu-t富 化度)と呼ぶ場合もある。なお、Amを重量割 合の分母に入れているのは、<sup>241</sup>Puが崩壊して <sup>241</sup>Amになる現象を考慮しているためである。

注10.24:プランケット部を除いた炉心部分だけでの転換率を内部転換率と呼ぶ。転換率は、親物質から生成される核分裂性物質の量と核分裂により消費される核分裂性物質の量の比である。詳しくは第3章および第9章を参照のこと。

注10.25:軽水炉における熱中性子の平均自 由行程はおおむね1cm程度であるのに対し、 高速炉における高速中性子の平均自由行程 は10cm以上である。そのため、軽水炉に比べ て、高速炉では中性子束の空間分布の変化は はるかになだらかである。 が報告されている。ただし、「原子炉運転中に異常な過渡変化が起こっても炉心は 損傷に至る前に収束され、通常運転に復帰できる状態で維持されること」とする安 全評価に関する基本方針に基づき、設計としては保守性を持たせて、燃料の溶融を 防止することとしている。

#### 10.4.3 燃料集合体設計

(1) 燃料棒および燃料集合体の幾何形状

「もんじゅ」の燃料集合体の構造を図10.23に、主要な仕様を表10.11に示す。すで に述べたように、高速炉ではナトリウムの除熱機能が優れているため、きわめて狭い 流路でも燃料ピンの除熱は確保される。このため、燃料ピンの外側にステンレス製の ワイヤを螺旋状に巻いたワイヤスペーサー (wire spacer) が通常用いられている。

ワイヤの直径は1mm強程度であり、ワイヤが挟まれることで形成されるナトリウムの流路はこの幅となる。

ピンは正三角形格子の形に束ねた後、六角形のラッパー管の中に収納される。流路が狭い分、燃料ピンの表面を流れるナトリウムの流速は大きく、最も早い部分で 8m/sに達する。軽水炉では、燃料ピッチによって核特性が大きく変化するが、高速炉の場合にはその影響は小さい。

(2) Pu富化度

10.2.3節および10.3.2節で述べたように、軽水炉では燃焼による反応度低下が大き く、最高燃焼度制限値を上げて、原子炉をより長期間運転しようとすると、ウラン濃 縮度を上げる必要がある。一方、高速炉では、燃焼による反応度低下がほとんど問題 にならず、むしろ燃料の機械的健全性によって最高燃焼度が制限される。したがって、 最高燃焼度とPu富化度に相関関係はない。

燃料の健全性を脅かす要素としては、燃焼とともに蓄積される核分裂性ガスの 内圧上昇と、燃料ペレットが変形することで生じる被ふく管との機械的相互作用 (PCMI: pellet cladding mechanical interaction)や、燃焼に伴う燃料ピン内FPガ ス圧の上昇による被ふく管のクリープ破損・疲労損傷の効果が主なものである。



図10.23 高速増殖原型炉「もんじゅ」の燃料集合体の構造

#### 表10.11 「もんじゅ」の燃料集合体の仕様

種類	項目	炉心燃料集合体	ブランケット燃料集合体
	燃料要素配列	正三角形配列	同左
	燃料要素配列ピッチ (mm)	約7.9	約13
	集合体当たり燃料要素本数	169	61
	燃料要素全長(m)	約2.8	同左
	炉心燃料核分裂性Pu富化度		
燃	初装荷燃料 (wt%) 1)		
料	I型	約15以下、約20以下	
集	Ⅱ型	約16以下、約21以下	-
合	Ⅲ型	約16以下、約21以下	_
体	取替燃料 (wt%)	約16以下、約21以下	-2
	<sup>235</sup> U含有率 (wt%) [ <sup>235</sup> U/U]	約0.2~1.0	約0.3
	炉心燃料集合体平均取出燃烧度 (初味黄炬;) 平衡恒;) (AMAdda)	\$112,000 \$180,000	
	燃料集合体最高	*915,000、*980,000	
	取出燃焼度(MWd/t)	約94,000	約5,800
	外径(mm)	約6.5	約12
	被ふく管肉厚(mm)	約0.47	約0.5
	被ふく管材料	SUS316相当ステンレス鋼	同左
144	ペレット直径(mm)	約5.4	約10.4
燃	ペレット-被ふく管間隙(mm)	約0.16	約0.2
科	ペレット密度(%TD)	約85	約93
安害	ペレット材	Pu、U混合酸化物	UO <sub>2</sub>
212	プレナム有効体積(cm <sup>3</sup> /本)	25	87
	燃料最高温度2)(℃)	2,350以下	1,850以下
	被ふく管最高温度2)(℃)	675以下 <sup>3)</sup>	700以下 <sup>3)</sup>
	ラッパ管材料	SUS316相当ステンレス鋼	同左
1999	集合体対辺間距離		
17/1	(六角内辺) (mm)	約105	同左
官	燃料要素間隔保持方式	ワイヤスペーサ型	同左
ペーサ	スペーサの材料	SUS316相当ステンレス鋼	同左

 初装荷燃料I型は、核分裂性Pu富化度がH5年10月25日時点、またはH6年4月1日時点で、内側炉 心14.4wt%、外側炉心19.9wt%となるよう調整して製造し、炉心に装荷され、H6年からH7年にか けて燃焼した燃料である。初装荷燃料II型は、核分裂性Pu富化度がH8年8月15日時点で、内側 炉心16.0wt%、外側炉心21.0wt%となるよう調整して製造された燃料である。初装荷燃料II型お よび取替燃料は、核分裂性Pu富化度を内側燃料約16wt%、外側燃料約21wt%にする。
 2) 定格出力時

3) 肉厚中心

J) MJ-4-1--

前者の影響を緩和するため、高速炉の燃料にはガス溜め (gas plenum) が設けら れている。また、高速炉では中性子による被ふく管材料の損傷が比較的大きく、中性 子照射量とガスの内圧がともに最高となる燃焼末期が最も条件が厳しくなる。このよ うに、材料さえ持てば、10年以上燃料交換なしに連続運転できる原子炉を設計する ことも理論上は可能であり、高速炉の持つポテンシャルの高さのひとつである。現在 のところ、既存の材料では3年間程度炉心に装荷、最高燃焼度で120~150GWd/t程 度が限界である。

#### (3) 可燃性毒物

すでに述べたように、高速炉は燃焼に伴う反応度の低下が小さいため、可燃性毒物を使用する必要がない。しかし、はじめから10年を超える連続運転を想定した超 長寿命炉心においては、反応度変化を緩和するために可燃性毒物を加える設計がな されることがある。

このために有効な核物質が、第3章で説明したいわゆるマイナーアクチニドであり、 中でも357Np、245Amは親物質としての性能が高く、適切に炉心に配置することによっ て、燃焼反応度劣化を大幅に低減することができる。353Npと355Amが可燃性毒物と して働く仕組みは以下の通りである(注10.26)。

<sup>237</sup><sub>93</sub>Np(n,γ) → <sup>238</sup><sub>93</sub>Np(β<sup>-</sup>) → <sup>239</sup><sub>94</sub>Pu(n,γ) → <sup>239</sup><sub>94</sub>Pu(核分裂) <sup>241</sup><sub>95</sub>Am(n,γ) → <sup>242</sup><sub>95</sub>Am(β<sup>-</sup>) → <sup>242</sup><sub>96</sub>Cm(α) → <sup>238</sup><sub>94</sub>Pu(n,γ) → <sup>239</sup><sub>94</sub>Pu(核分裂) <sup>241</sup><sub>95</sub>Am(n,γ) → <sup>242m</sup><sub>95</sub>Am(核分裂) 注10.26:<sup>24</sup>55Amは、<sup>26</sup>5Amの励起状態である が、エネルギー的に安定な状態となっている (準安定、metastable)核種である。熱エネ ルギー領域における微視的核分裂断面積が 極めて大きいという特徴を持っており、この値 は<sup>255</sup>Uの約11倍、<sup>253</sup>2Puの約8倍にも達する。こ のような特性を活用すると、非常にコンパクト な原子炉を作ることも可能となるかもしれな い。ただし、<sup>2455</sup>Amを燃料に使用できるほど 生成することは、これ自体が大変な労力を要 することは確かである。

項目	値	備考
平均高速中性子束	約4×10 <sup>19</sup> (m <sup>-2</sup> ·s <sup>-1</sup> )	100keV以上
平均全中性子束	$6 \sim 9 \times 10^{19} (m^{-2} \cdot s^{-1})$	
即発中性子寿命	0.40∼0.45µs	_
実効遅発中性子割合	0.0034~0.0038	
ドップラ係数	$-(5.7 \sim 7.6) \times 10^{-3} T dk/dT$	
燃料温度係数	$-(3.3\sim3.9)\times10^{-6}\Delta k/k/^{\circ}C$	0
構造材温度係数	+(6.0~10)×10 <sup>-7</sup> ∆k/k/℃	
冷却材温度係数	$+(1.0\sim14)\times10^{-7}\Delta k/k/^{\circ}C$	
炉心支持板温度係数	$-(10\sim 12)\times 10^{-6}\Delta k/k/^{\circ}C$	
出力係数	$-(9.4 \sim 11) \times 10^{-6} \Delta k/k/MW$	
一炉心燃料集合体最大ボイド反応度2)	$+(1.1\sim1.5)\times10^{-4}\Delta k/k$	集合体一体

表10.12 FBR炉心(もんじゅ)の主要な核特性パラメーター覧(一例)<sup>1)</sup>

1) 参考文献1の表6.10より転載

2) 一体の燃料集合体の冷却材がボイドになったときの反応度

#### 10.4.4 炉心核設計

高速炉においても、軽水炉と同様に、定期的に原子炉全体の1/3~1/4程度の燃料 が取り出され、新燃料に交換される。しかし、高速炉では中性子の飛程が長く、軽水 炉のように局所的に出力が高くなる現象が出にくいこと、また、もともと炉心部の内部 転換率が高いために、新燃料とより燃焼の進んだ燃料との出力差が小さいことから、 燃料の装荷パターンを毎サイクルごとに最適化する効果は軽水炉ほど大きくはない。

このため、あらかじめ燃料交換パターンを決めておき、その交換パターンのいずれ の状態においても核熱設計上要求される安全余裕が確保されていることを確認する だけでよい。参考として、表10.12にFBR炉心(もんじゅ)の主要な核特性パラメーター 覧を示す。

(1) 安全性

原子炉に対して要求される安全余裕としては、核的条件と熱的条件の2つに大別 できる。

核的条件では、まず原子炉が持つ最大反応度(過剰反応度)が、定められた上限 値を超えないことが求められる。次に、その過剰反応度に対して、十分に反応度を打 ち消すことができる性能(制御棒価値)を制御棒が有していることが求められる。

高速炉では、軽水炉のようにECCSを持たず、ホウ酸水を炉心に注入することで炉 心を停止する機能はない。反応度の制御は、すべて制御棒が担っている。十分な安 全裕度を確保する観点から、制御棒を「運転用」と「緊急停止用」の2系統に分け、 さらに、その系統で最も大きい価値を持つ制御棒が、何らかの理由で炉心に挿入さ れなかった場合においても、各系統が独立して過剰反応度を上回る制御棒価値を持 つように設計される。

熱的条件では、まず燃料中心温度が融点を超えないことが要求される。これは、 間接的ではあるが、燃料の最大線出力密度を制限することにより事実上達成される。 次に、運転の全期間にわたって、燃料被ふく管の温度が使用制限温度以下となるこ とが要求される。

軽水炉では、10.2.4節および10.3.3節に述べたように、この他に燃料集合体最高燃 焼度や最大反応度添加率などのチェック項目があるが、高速炉の場合には燃料交換 パターンが決まっているため、同じ炉心装荷パターンを繰り返すだけになり、サイクル 毎の変動は比較的小さい。炉心の特性が燃料配置に大きく依存している軽水炉とは 若干状況が異なっているといえる。

(2) ナトリウムボイド反応度

安全性に関わる問題のひとつで、高速炉に固有かつ重要な指標としてナトリウムボ イド反応度がある。軽水炉では、冷却材である水が失われると、大きな負の反応度 が入って自動的に炉心は未臨界へと静定するが、高速炉では、場合によっては逆に 正の反応度が入って大きなエネルギーを発生する可能性もある。

すでに述べたように、念には念を入れた安全評価を行うために、たとえ技術的に は起こるとは考えられない事象をもあえて想定し、その起因となる事象とこれに続く 事象経過に対する防止対策が有効に働き、放射性物質の放散が適切に抑制される こと、言い換えると、高速炉の安全余裕が適切であることを確認することが行われて いる。

たとえば仮想的に冷却材流量が減少し、燃料被ふく管からの除熱が十分できない 状態を想定すると、この状態が続いてやがて炉心内のナトリウムがボイド化する可能 性がある。一般に、小型炉心においては、全炉心がボイド状態になった場合のナトリ ウムボイド反応度は負であるが、中型炉以上の規模では正である。この炉物理的なメ カニズムは以下のように説明される。

ナトリウムがボイド化すると、中性子の吸収反応が減少するばかりでなく、中性子 に対する減速効果が小さくなり、中性子のエネルギー分布は高い側へシフト(移動) する。<sup>234</sup>Puは、中性子エネルギーが高くなるとより多くの核分裂中性子を放出するの で、この現象によって正の反応度が入る。

一方、炉心周辺部では、炉心から漏えいする中性子に対してナトリウムが反射体の 働きをしており、ボイド化によって反射体効果が小さくなり、負の反応度が入る。全体 としては、中性子漏えいがより支配的な小型炉では反応度の総和は負となり、漏えい の寄与が少ない中型炉以上の規模では総和が正となる。

この特性は、実は増殖性能と表裏一体の関係にあり、炉心設計上、炉心内部(中 央部分)において高い増殖率を狙うほどナトリウムボイド反応度は正側になるという 傾向がある。たとえば、ナトリウムボイド反応度を負に保つために、小型炉にすれば、 中性子を炉外へ逃がして浪費することになり、増殖率は下がる。このため、いかなる 事象が起きてもボイド化しない炉心や、増殖性能を温存したままナトリウムボイド反 応度を低く抑えた炉心、さらにはナトリウムよりも融点が高い鉛ビスマスを冷却材に 採用した炉心などの設計研究が進められている。

#### (3) その他

軽水炉では、炉心装荷パターンによって交換する新燃料の数や、燃料サイクルコ ストにも影響が出てくるが、高速炉では交換する燃料数が固定されている。このため、 燃料サイクルコストも大きくは変わらない。

高速炉で、燃料交換パターンを変えないもうひとつの理由は、燃焼と共に燃料集合体が変形し、真っ直ぐでなくなるという問題の存在がある(炉心周辺方向に燃料集合体が曲がり、あたかも花が開花するように見えることからフラワリング:floweringと呼ぶ)。変形の方向や大きさは、燃料の燃焼度や中性子束の大きさ、温度によって複雑に変化するため、燃焼が進んだ燃料同士を入れ替えることを避けるのが一般的である。

高速炉では、燃料交換をナトリウム雰囲気中で完全な遠隔操作で行うため、万が 一交換作業中に詰まりやひっかかりが生ずれば、そのままでは燃料集合体を目視出 来ないため、修復するのに大掛かりな作業を要する。これらの諸事情により、今のと ころは燃料交換パターンを一定とする方法が最も支持されている。

#### 10.4.5 核設計と機械設計/熱設計

高速炉では、冷却材の密度変化が核特性にほとんど影響を与えないため、軽水炉のような核・熱水力計算フィードバック計算は不要である。また、運転条件として圧力変化を考慮する必要もない。この結果、核計算と熱計算は独立に行われる。

# 10.5 核計算手法 (炉心計算システム)

# 10.5.1 軽水炉の炉心計算システム

炉心計算システムは、おおざっぱに言うと、現在の炉心状態を起点として、今後の 炉心状態を予測するためのツールである。取替炉心の設計などでは、設計案の性能 を実際のプラントで事前に試験することはできない。従って、炉心設計システムを用 いて設計案の性能を精度良く予測できることは極めて重要となる。また、炉心設計で は限られた時間内に多数の設計案を評価する必要があることから、精度のみならず、 計算時間が短いことや使い勝手が良いことも重要な要素となる。

一般に、コードの精度と計算時間、汎用性と使い勝手は相反する傾向にある。そこで、商業用軽水炉の核設計コードは、炉心タイプ (PWR/BWR)の特性をうまく考慮し、それぞれのタイプに特化したものとなっている場合が多い。

計算精度をできるだけ上げるためには、炉心内の中性子の挙動を詳細に評価する 必要がある。このためには、複雑な炉心内の幾何形状を正確に考慮したうえで、中性 子の幅広いエネルギー分布を計算に取り入れる必要がある。さらに、中性子の挙動 は炉心内の減速材(軽水炉の場合、冷却材である軽水)の状態や各領域の温度など にも大きく影響されることから、核的な計算のみならず、熱的にも詳細な取り扱いが 必要となってくる。

しかし、実機の炉心内で起きている複雑な核・熱の挙動をそのままシミュレーショ ンすることは、現在の計算機をもってしても困難であり、設計計算で必須の条件であ る「短い計算時間」とは全く相容れないことは明らかであろう。そこで、現在主流の 炉心設計計算では、燃料集合体の内部で発生している核分裂や吸収などの反応を 平均化し、さらに中性子のエネルギー分布も1~3群に分けることで、計算時間の大幅 な短縮を図っている。

炉心計算システムは、燃料集合体核定数作成コードおよび炉心計算コードの二つ に大別される(図10.24)。

燃料集合体核定数作成コードは、燃料集合体一体を対象として詳細な核特性の 解析を行い、炉心計算コードで必要とされる燃料集合体内を平均化した核定数(主 として反応断面積からなるデータ)を準備する。

燃料集合体核定数作成コードは、原子炉の幅広い運転状態をカバーできる核定数 を準備するため、燃焼度・温度などを変更しつつ、一タイプの燃料集合体設計当たり 数百点以上にもなる一連の計算を実施する。燃料集合体計算においては、燃料集合 体内の詳細な中性子挙動を評価する必要があるため、中性子輸送方程式に基づい た高精度な解析を行うことが一般的である。燃料集合体計算においては、燃料集合 体内の複雑な幾何形状 (ペレット・被ふく管・減速材など)を直接取り扱える中性子 輸送計算法が用いられる<sup>(注10.27)</sup>。図10.25にBWR燃料集合体の計算モデルの一例 を示す。このように、燃料集合体の複雑な幾何形状をそのまま近似なしに取り扱うこ とで、中性子束分布の計算を精度良く行うことができる。なお、図10.25において、点 線は中性子輸送計算に用いるメッシュ分割を示している。このように詳細なメッシュ 分割を用いるのは、数値計算時の誤差を低減するためである。

作成された燃料集合体核定数は表 (テーブル)の形に編集され、炉心計算コード



図10.24 燃料集合体核定数作成コードおよび炉心計算コード

注10.27: キャラクタリスティクス法、Current Coupling Collision Probability (CCCP) 法 などの輸送計算手法が良く用いられる。



図10.25 燃料集合体の計算モデルの一例(BWR燃料集合体)

に入力される。炉心計算コードは、炉心全体を対象とするもので、核定数テーブルを 元にして、炉心の様々な状態をシミュレーションし、臨界性・出力分布などを算出する。 炉心全体という大きな領域を対象として取り扱うため、エネルギー群数は1~3群で中 性子拡散理論に基づいた解析が行われることが一般的である<sup>(注10.28)</sup>。

炉心計算コードは、炉心の実効増倍率、中性子束分布や制御棒反応度価値といっ た基本的なパラメータを計算できる機能に加えて、炉心の安全性解析や燃焼解析 に必要な様々な機能が不可欠である。そのため、実機の炉心設計に用いられている コードは、数十万行のサイズになることが多い。

## 10.5.2 FBRの炉心設計システム

本節では、紙面の関係上、高速炉と軽水炉の主な違いだけを述べる。まず、中性子のエネルギーの多様性が特徴として挙げられる。高速炉で最も個数が多い中性子は、数百keV付近のエネルギーを持ち、これをピークとしてなだらかな分布を示す。ブランケット燃料内では核分裂が減少し、減速過程が支配的になるので、スペクトルが軟化していく。

軽水炉では、多くても3群計算が使われることが一般的であるが、高速炉では上 記のようにエネルギー分布が多様であり、さらに、中性子の平均自由行程が長いこと から、領域間で中性子エネルギースペクトルに相互干渉が起きやすい。従って、7群、 18群、70群など、より多群に分割した計算が行われる。

次に、中性子の飛程が大きいことから、燃料集合体内の燃料ピン単位の非均質な配置の効果は軽水炉と比べて小さい。そのため、燃料集合体内は均質として計算し、非 均質な配置の効果は別途実施する補正計算を用いて取り入れるか、計算上の不確か さとして考慮される場合が多い。軽水炉では、燃料集合体核定数作成コードと炉心計 算コードの2段階で計算が行われるが、高速炉ではしばしば燃料集合体を均質と見な して、そのまま炉心計算コードだけを使って計算される。ただし、最近では高速炉でも ピン単位の非均質な効果を正確に取り扱う手法が開発されており、軽水炉で採用され ている「燃料集合体-炉心」の二段階で計算が行われるようになりつつある。

他方、高速炉においては、軽水炉には見られない中性子ストリーミング (neutron streaming) と呼ばれる現象が無視できない。冷却材のナトリウムは、燃料や構造材 と比較すると中性子の透過性が格段に大きいため、あたかも川の流れのようにナト リウムの部分を通って中性子が漏えいする。高速炉では、制御棒が上方に引き抜か れた後の部分にはナトリウムが満たされており、そのナトリウム・チャンネル (sodium

注10.28: 炉心計算においては、燃料集合体 内の構造を平均化して取り扱い、燃料集合体 一体を径方向に2×2メッシュなど比較的粗く 分割して解析する場合が多い。そのため、こ のようなメッシュ分割でも精度の高い結果が 得られる近代ノード法が一般的に用いられる。 近代ノード法では、メッシュ内の中性子束分 布を関数(多項式や拡散方程式の解析解で ある三角関数、双曲線関数など)で表現する ことで、計算精度の向上を図っている。なお、 最近、燃料棒一本一本を直接メッシュに割り 当てて計算を行う詳細メッシュ計算について も実用化が図られている。 channel)や燃料集合体内のナトリウム部分で主にこの現象が起き、鉛直方向に中性子の流出が起こる。この現象を正確に取り扱うには、中性子の飛行方向を精度よく考慮できる輸送理論が不可欠であり、特に、燃料-ナトリウムの非均質構造を考慮した輸送計算が重要になる。

第4章で学んだ拡散理論は、中性子の飛行方向の角度分布を近似的に扱っている ことから、特定の方向に中性子が飛行することによって起こる中性子ストリーミング 効果を精度よく計算することは難しい。また、炉心からブランケットへ流入する中性子 の挙動にも、輸送計算が重要な役割を果たす。特に、ブランケットでの<sup>238</sup>Uの捕獲反 応率を計算することは、高速炉の第一の使命である増殖性能に直接関わる問題であ り、今もなお輸送計算法の高度化が図られている。

# 10.6まとめ

本章では、軽水炉 (PWRおよびBWR)、高速増殖炉 (FBR)の炉心設計および炉 心計算システムについて説明した。本文中でも記述したように、炉心設計は、核設計 のみならず、熱水力設計・燃料の機械設計など様々な要素が複雑に関連する。その ため、核設計の概要のみならず、核設計と熱水力・機械設計などとの関連についても 簡単な説明を行った。

炉心設計を行うための炉心解析システムは、上記のように複雑な現象を取り扱うことから、必然的に大型のものとなる。このようなシステムを開発するためには、原子炉物理の知識のみならず、プログラミングに関する豊富な経験と深い知識が要求される。

# 第11章

# 原子炉物理の実験

- 1.はじめに
- 2. 未臨界実験装置
- 3. 臨界実験装置
- 4.発電炉の総合試験
- 5.代表的な測定項目
- 6.まとめ

[この章のポイント]

これまで学んだ原子炉内での中性子の増倍、中性子の空間的あるい は時間的な挙動に関して、実験的に調べる方法を紹介する。測定方法 はできるだけ一般的な内容に限ってあり、その概要にとどめている。測 定方法について学ぶ前に、どのような実験装置があり、発電炉ではど のような測定を行うかについて紹介し、その後、中性子増倍体系を臨 界状態にする手順、反応率及び反応度の測定方法について紹介する。 これらは、これまで学んだ原子炉物理の知識の集大成とも言える。

# 第11章 原子炉物理の実験

#### 11.1 はじめに

通常、工学の分野では、新たに設計したものを実用化するまでには、いろいろな過 程を踏む。特に、新しいアイデアに基づいて設計した部分については、その性能を調 べるために模型を製作し、実際の使用状況等に近い状態で性能に関する試験デー タを取り、設計結果と比較する。これをモックアップ実験(mockup experiment) (または、モックアップ試験)と呼ぶ。

原子炉の場合も、同様に、新しいタイプの原子炉を開発する場合には、モックアッ プ実験を行う。また、新しく建設された発電炉では、その機能を確認する総合試験の 一部として、核特性を実験的に確かめる試験を行う。これらを原子炉物理試験(また は原子炉物理実験)と呼ぶ。さらに、現行の、あるいは新型の原子炉の設計や解析 の精度を向上するために、ある特定の核特性に関する計算精度を評価したり、計算 手法や計算に用いる核データを修正するのに実験データが必要とされる。このような 目的の実験をベンチマーク実験(benchmark experiment)と呼び、実験データをベ ンチマークデータと呼ぶ。

新型原子炉開発のためのモックアップ実験や設計および解析精度の向上に必要 な実験データの取得は、未臨界実験装置や臨界実験装置を用いて行い、発電炉の 炉物理試験は、建設された発電炉が全出力運転を開始する前に実施する。臨界実 験装置を用いる実験や発電炉の炉物理試験では、原子炉の臨界点を測定した後、制 御棒校正を行い、反応率、余剰反応度、反応度係数等を求める。

ここでは、これら炉物理の実験における実験装置、実験実施項目の概要について、 述べる。とくに、反応度測定では、まず原子炉を臨界に保った後、反応度を投入し、 その出力変化の測定から投入した反応度を知る方法と、最初に臨界にしないで未 臨界状態でスタートする測定について紹介する。これは、今後、未臨界での測定がク ローズアップされていくであろうと考えられるからである。なお、詳しい測定原理、測 定手法等については、参考文献1)~4)を参照されたい。

#### 11.2 未臨界実験装置

未臨界実験装置とは、対象としている原子炉と同一の炉心組成を構成するが、予 想される臨界体系の大きさの数分の1程度の大きさのものである。この実験装置では、 体系が臨界に至らないことから、連鎖反応を定常的に発生させるためには、外部か ら中性子を絶えず供給する必要がある。その供給方法として、①定常運転中の原子 炉から熱中性子柱<sup>(注11.1)</sup>を通して熱中性子を導入する方法、②加速器あるいは他の 放射性元素の中性子源を利用する方法などが一般的に用いられている。

第4章で示したように未臨界の定常状態では、中性子源からの距離が増大するに つれて、体系内の中性子束分布は指数関数的に減少する。特に、境界および中性子 源から離れた体系内での分布は、簡単な拡散方程式の解として求めることができる ので、中性子束の減衰の情報から臨界量を算出することが容易にできるのが特徴で ある(これを指数実験(exponential experiment)と呼ぶ)。

この実験装置は未臨界であるために、操作面での安全性が大きく、後述の臨界実 験装置に見られるような安全装置を必要とせず、放射能も弱く、計測系も簡単で、か つ融通性に富むため、学生実験用として利用されることが多い。なお、指数実験によ る臨界量のほかに、拡散距離等を測定できるので、原子力研究の初期には、各種の 炉物理の実験に使用されてきた。

しかし、小型であるため、中性子の漏れ、すなわち炉の端部での中性子束分布への補正が必要であること、中性子束が低いこと、反応度に関係する直接的な物理特性(温度係数やボイド係数などの反応度係数、<sup>235</sup>Uや<sup>10</sup>Bなどの代表的な物質が炉心の中心に挿入された場合の反応度価値、制御棒効果など)を測定できないことなどの欠点がある。原子力研究の初期に比べると、今日では臨界実験装置や研究炉が整備され、臨界実験が主位を占め、かつ計算によってかなりの精度で核特性を予測できるようになってきたため、指数実験によって臨界量を算出する程度の実験は、積極

注11.1:原子炉から特に熱中性子だけを取り 出す実験設備の一つ。通常、炉心部から遮蔽 の外側まで重水や黒鉛のような中性子吸収断 面積が小さく、中性子散乱断面積が大きな物 質で構成される。 的に実施されることは少なくなった。

現在、国内の7大学が未臨界実験装置を保有し、学生実験として指数実験などの 教育に使用しているが、ほとんどの大学において研究用には利用されていない。

## 11.3 臨界実験装置

臨界実験装置は、核燃料を減速材や反射材と組み合わせて一定量集めて中性子 を増倍することができる体系(中性子増倍体系と呼ぶ)を臨界に至らしめ、体系の臨 界状態そのものについての研究を行うことを目的とした装置である。

臨界実験装置の特徴は、①炉心の構造を容易に変更できる、②低出力で運転する、 ③核分裂生成物の蓄積がきわめて少ない、④運転の起動、停止を頻繁に行うことが できる、⑤スクラムが容易にできる、などが挙げられる。これらの特徴を活かして、臨 界実験装置では、コールド(核燃料が燃焼していない)でクリーンな(炉心に余計な 中性子吸収材が入っていない)状態の実験を行うことができる。

今日のようにコンピュータ技術が発展し、各種の核データおよび核計算コードが 開発・整備されつつある状況では、核設計の核計算への依存度が高まっているので、 簡単な形状や組成で行われた実験データは、核データを含む核計算手法の検証に 好都合なため、重宝される。このような状況から、臨界実験装置の果たすべき役割と して、新型炉開発のモックアップ実験だけでなく、核計算法を検証するための種々の ベンチマークデータの提供が大きくなりつつある。

わが国の臨界実験装置を、表11.1にまとめ、その中で代表的な臨界実験装置の概 観を図11.1に示す。

# 11.4 発電炉の総合試験

建設した発電炉の総合試験の一部として実施する炉物理試験は、原子炉安全確 保の観点から、事実上のゼロ出力から慎重に段階を踏みながら、徐々に出力を上げ て行う。

### 11.4.1 ゼロ出力試験

原子炉へ燃料を装荷する前に行われる各部の機能試験が満足すべき結果であり、 燃料を装荷することの安全性が確かめられた後、原子炉への燃料装荷が開始され る。ゼロ出力試験とは、この燃料装荷開始から順次燃料を加えて原子炉を臨界に達 成するとともに、低出力での核特性を確認するための試験である。

たとえば、軽水炉は、通常、最小臨界量の数倍から数十倍の燃料を持っている。し たがって、万一にも、核的暴走を起こさないように、停止余裕が十分あることを確かめな がら、一体ずつ燃料を装荷していく。BWRの場合は、最小臨界量まで燃料を装荷した 後、制御棒を引き抜いて、初めて臨界に到達したことを確認する。一方、PWRの場合は、 原子炉圧力容器が開放された状態では制御棒を動かせないこと、ホウ酸溶液の反応 度効果がよく知られていることから、ホウ酸溶液の濃度を十分に高く保った上で十分に 未臨界であることを確認しながら全燃料が装荷され、原子炉圧力容器が閉鎖された後、 制御棒を引き抜き、引き続いて冷却材のホウ酸溶液の濃度を希釈して臨界を達成する。

表11.1	わが国において	、現在稼働	中の臨界実験装置	(2007.12.1現在)	
			The second s		100.000

名称	所有有	所任地	土日的	形 式	<b>取</b> 大熱出刀	
TCA	原子力機構	茨城県東海村	軽水炉物理の研究	濃縮ウラン、プルトニウム、軽 水減速型	200 (W)	1962.8.23
NCA	東芝	神奈川県川崎市	動力炉およびその燃料要 素等の原子炉物理実験	低濃縮ウラン、軽水減速、非 均質型	200 (W)	1963.12.1
FCA	原子力機構	茨城県東海村	高速炉物理の研究	濃縮ウラン、プルトニウム、水 平2分割型	2,000 (W)	1967.4.29
KUCA	京都大学	大阪府熊取町	基礎研究、開発研究お よび教育訓練	濃縮ウラン、非均質型(軽水 減速および固体減速)	熱出力100 (W) 短時間最大:1000 (W)	1974.8.6
STACY	原子力機構	茨城県東海村	再処理施設の臨界安全 性に関する研究	低濃縮ウランの硝酸溶液、プ ルトニウムの硝酸溶液、低濃 縮ウランの燃料棒	200 (W)	1995.2.23
TRACY	原子力機構	茨城県東海村	再処理施設の臨界安全 性に関する研究	10%濃縮ウラン、硝酸水溶液	定常運転時:10,000(W) 過渡出力運転: 最大5×10 <sup>9</sup> (W)	1995.12.20



図11.1 臨界集合体の概念図(TCA(上)とFCA(下))(提供:日本原子力研究開発機構)

このような手順で行うのは、ホウ酸濃度の変更より、制御棒の落下の方が、緊急時に急速に負の反応度を炉心に印加できるという安全上の観点からである。

BWR、PWRの両炉心とも、臨界達成後、温度などを変化させて、原子炉の核特性 を確認するとともに、制御棒特性、計装、安全装置の作動を確かめる。

#### 11.4.2 出力上昇試験

各試験段階において、原子炉の特性が設計時に予測されていたとおりであり、プラントの諸設備、系統が所定の機能を持っていることが確認された後、原子炉の出力を上げ、これを動力源としてタービン発電機を回転させ、徐々に全出力達成までに至る出力上昇試験に入る。この段階では、試験といっても通常の運転操作によるものがほとんどで、試運転の性格が強くなっている。

特に、新たに建設された炉心や、炉心の核燃料が全て新しい燃料で構成される場合には、出力上昇は段階的に行い、各出力レベルで安全保護系の試験、計装装置の 校正、放射線測定、原子炉の静的特性および過渡特性の測定(制御材効果、反応度 の温度係数の測定を含む)、実際の運転状態での機器類の性能チェックなどを行っ て、さらに出力を上昇しても、安全上支障がないことを確認して、初めて次の段階に進 んでいく。したがって、一見同じような試験が、繰り返し行われる。

# 11.5 代表的な測定項目

# 11.5.1 臨界近接と臨界量

未知の中性子増倍体系を初めて臨界にする場合、意図せずに臨界超過とならない ように、非常に注意深く、周到な手順を踏んで行わなければならない。そのため、次 に述べる原理に従って手順が組まれる。中性子増倍体系(以後、炉心と呼ぶ)の近く に中性子源を置けば、中性子源から出た中性子は、炉心によって中性子が増倍する。 この炉心の実効増倍係数を $k_{eff}(<1)$ 、単位時間当たりの中性子源の強さをS(個/s)と すると、単位時間当たりの炉心内の中性子総数(N)(個/s)は、中性子源から発せら れた個数S(個/s)に加えて、S(個/s)の中性子をもとに増倍した中性子数 $Sk_{eff}$ (個/s)、 さらにその中性子によって増倍した中性子数 $Sk_{eff}^2$ (個/s)、…、で構成される。すなわ ち、単位時間当たりの炉心内の中性子総数(N)(個/s)は、以下のような等比級数の 和として表すことができる。

したがって、最初S(個/s)だった中性子がN(個/s)に増倍したので、このときの増 倍率Mは、

$$M = \frac{N}{S} = \frac{1}{1 - k_{eff}} \quad (k_{eff} < 1) \quad ....$$
(11.2)

となる。臨界近接とは、 $k_{eff}$ が1より十分小さい状態から出発して、次第に $k_{eff}$ を1に近づけるように、段階を踏みつつ燃料を追加して、Mの変化を調べ、 $M \rightarrow \infty$ すなわち臨界 ( $k_{eff}$ =1)の状態を実現する一連の手順である。

通常、増倍率の逆数 (1/M) を装荷された燃料の量の関数としてプロット (これを、逆 増倍曲線 (inverse multiplication curve) と呼ぶ) し、これを外挿することによって、臨 界 (1/M=0、すなわち、 $k_{eff}$ =1) にするために必要な燃料の量 (臨界量)を推定する。

図11.2に逆増倍曲線の例を示す。炉心によっては、k<sub>eff</sub>を変化させる変数として、燃料の量以外に、燃料の濃度、減速材や反射体の量、制御棒位置、ホウ素濃度などとの関係を見ることがある。安全に実験を行うために、最初のステップの装荷量は、計算による臨界量予測値の1/2以下とするのが通例である。その後ステップ毎に、直前のステップと今回のステップにおける中性子増倍の倍率の逆数(1/M)の値を直線で結んで外挿し、横軸との交点(図ではm)を臨界量予測値とする。

この結果から、各ステップにおいて追加する燃料の量も、外挿値に十分確信がも てるようになるまでは、外挿による予測値と現在の装荷量との差の1/2以内とするの が原則である。さらに、少なくとも2通りの制御棒の引抜き状態について、臨界量の推 定を行い、系が臨界未満の状態にあるうちに、次の装荷量に対応するk<sub>eff</sub>の増加分が、 制御棒で制御可能であることを確認することが重要である。

図11.2は、この手順に従って炉心の中心から外側に向かって核燃料を追加する臨 界近接を、第7ステップまで行った結果である。図11.2より明らかなように、中性子源、 炉心、検出器の位置関係によって、3種類の曲線を得る。これは、検出器が炉心で増 倍する成分と中性子源から直接入射する成分を検出することに由来する。すなわち、 炉心の中心から外側に向かって核燃料を追加していく場合、検出器が炉心で増倍す る成分だけを検出するときには曲線Aのように下に凸の曲線になる。一方、中性子源 からの直接成分が炉心からの増倍成分より大きい場合、検出器は炉心の中性子増倍



図11.2 逆増倍曲線の例

に鈍感な状態にあると言える。このような状況では、曲線Cのように上に凸の曲線になる。両者の中間の状況の場合、直線Bのようになる。

臨界に近い最終段階に至ると、外挿による予測値と現在の装荷量との差の1/2を 超えて燃料を追加し、制御棒で調整して、臨界(k<sub>eff</sub>=1)を達成する(図11.2では、ス テップ7から先の外挿を参照)。この場合、追加燃料によって炉心は臨界超過の状 態となるので、臨界からのk<sub>eff</sub>の超過分(余剰反応度)が、制御棒で制御可能範囲内 であることを確認して、追加しなければならない。このような場合の臨界量の測定で は、体系の余剰反応度を燃料の量に換算して、実効増倍率 k<sub>eff</sub>が、ちょうど1となる体 系の形状と組成を求めることが多い(ただし、この炉心は実体系の寸法や組成では なく、仮想的な値であることに注意する必要がある)。また、計算との比較を考え、余 剰反応度を含めた実際の炉心寸法と組成に対する実効増倍率を求めることもある (この場合、k<sub>eff</sub>>1)。

上述の臨界近接の方法は、臨界実験装置で一般的に用いられている未知の中性 子増倍体系を初めて臨界にする場合の手順であり、発電炉のような実機の臨界近接 の手順は、11.4.1で述べたように、上述とはまったく異なる。

実機では、装荷する燃料体数が炉心の形状から予め定められており、所定の燃料 体を装荷した後に、制御棒操作あるいは冷却水中のホウ素濃度調整によって炉を臨 界にする。この場合も、臨界達成の手順においては、逆増倍曲線を利用して、臨界時 の制御棒位置やホウ素濃度の予測をする。

## 11.5.2 反応率の測定

原子炉内の中性子束分布や中性子エネルギー分布に関する情報を得るために、中 性子検出器(箔や計数管)を用いて、核反応率を測定する。今、位置rにある点状の 検出器の核反応断面積をΣ<sub>D</sub>(E)とすると、反応率R(r)は次式で表される。

$$R(\mathbf{r}) = \int_0^\infty \Sigma_D(E)\phi(\mathbf{r}, E) dE \qquad (11.3)$$

検出器を炉心内で移動することにより、反応率の空間分布を得ることができ、計算との比較から中性子束分布の計算精度を評価することができる。また、中性子エネルギー感度の異なる検出器を複数利用したり、Cdのように熱中性子を吸収する物質や大きな共鳴吸収を有する物質で覆った(これによって特定のエネルギーの中性子を除くフィルターの役割をする)検出器を利用して、中性子エネルギーに関する情報を得る。このようにして測定した反応率の比(たとえば、<sup>238</sup>U核分裂率対<sup>235</sup>U核分裂率 比)を、スペクトル指標(spectral index)と呼ぶこともある。

箔を用いた測定では、通常、薄い円盤状の箔を用いるが、そのほかにワイヤー状の ものやリボン状のものを使用する場合もある。これらの箔等を炉心内の測定位置に セットし、ある一定時間中性子照射を行った後、その箔等を取り出し、中性子との核 反応によって生じた放射性核種の放射能測定から中性子束に関する情報を得る。測 定に用いる代表的な箔物質を表11.2に示す。

この方法では、他の中性子検出器に比べて、箔の質量や寸法が小さいので、測定 対象の中性子束分布に影響を与えることが少なく、また、中性子束分布測定の空間分 解能がよいことが特長である。反面、種々の補正や校正などが必要で、データ処理が 煩雑であり、照射した時から結果を得るまでに時間がかかる。

計数管を用いる測定では、BF<sub>3</sub>比例計数管、<sup>3</sup>He比例計数管や核分裂計数管(電離 箱の一種)を用いることが多い。これらの計数管の大きさは様々であるが、反応率分布 測定に用いる場合には、できるだけ小さい形状のものが望ましく、通常、直径が10mm 以下、有感部長さが10~30mm程度の円筒形状のものを用いる。また、原子炉がある出 力で運転中の特定の位置での核分裂率を測定する場合には、もう少し大きな円筒状の 核分裂計数管(直径:20~50mm、高さ:50~300mm程度)を用いることがある。

計数管を用いる測定は、データ処理が容易であり、オンタイムのデータ処理が可能 である。しかし、計数管の筐体や計数管に付随する信号線による測定値への影響を 評価する必要があり、また、計数率によって測定精度が決まることから、通常は1%よ り精度を高めるのは困難である。

#### 11.5.3 反応度の測定

反応度を測定するには、①臨界状態から反応度を外乱として加え原子炉出力の時 間的挙動の測定から反応度を求める方法と、②未臨界状態において反応度や中性子 を外乱として加え原子炉の出力変動から反応度を求める方法がある。

臨界の炉心を構成した後、最初に行う測定は、制御棒の移動距離に応じた反応度 効果を知ることである。この測定は制御棒校正と呼ばれ、原子炉の運転上、安全上、 非常に重要な試験である。すなわち、原子炉運転時の安全性を確保するために、余 剰反応度、停止余裕、炉心への反応度印加率を知る必要があるからである。

また、反応度係数や種々の反応度の測定では、炉心に印加された反応度を相殺す るように制御棒を操作して臨界を保ち、その制御棒の移動量から反応度を求める方 法が多く用いられるからである。

箔物質	吸収断面積 <sup>1)</sup> (barn)	散乱断面積 <sup>1)</sup> (barn)	同位元素 <sup>2)</sup> (存在比:%)	放射化断面積 <sup>3)</sup> (barn)	放射性同位元素 (半減期)
Mn	$13.2 \pm 0.1$	2.3±0.3	<sup>55</sup> Mn (100)	$13.2 \pm 0.1$	<sup>56</sup> Mn (2.58時間)
Cu	3.81±0.3	7.2±0.6	<sup>63</sup> Cu (69.1) <sup>65</sup> Cu (30.9)	$4.41 \pm 0.20$ $1.8 \pm 0.4$	<sup>64</sup> Cu (12.87日) <sup>66</sup> Cu (5.14分)
In	194±2	2.2±0.5	<sup>113</sup> In (4.23) <sup>115</sup> In (95.77)	$ \begin{array}{r} 56\pm12\\ 2.0\pm0.6\\ 160\pm2\\ 42\pm1 \end{array} $	<sup>114m</sup> In (50.0日) <sup>114</sup> In (72秒) <sup>116m</sup> In (50.0分) <sup>116</sup> In (14秒)
Dy	940±20	100±20	<sup>164</sup> Dy (28.18)	$2000\pm200\ 800\pm100$	<sup>165m</sup> Dy (1.3分) <sup>165</sup> Dy (140分)
Au	$98.5 \pm 0.4$	9.3±1.0	<sup>197</sup> Au (100)	98.5±0.4	<sup>198</sup> Au (2.698日)

表11.2 おもな箔物質とその特性

1) v<sub>0</sub>=2200m/sの値
 2) 箔物質中の同位元素

3) 同位元素が中性子捕獲反応によって放射性同位元素を生成する断面積 (v<sub>0</sub>=2200m/sの値)

制御棒反応度の測定方法には、①正のペリオド法(または炉周期法)、②補償法 (または比較法)、③ロッドドロップ法(制御棒落下法)、④インバース・カイネティク ス法、⑤中性子源増倍法などがある。

特に、正のペリオド法は、あらゆる反応度測定の基準として利用されることが多い。 また、ロッドドロップ法は、大きな負の反応度の測定(制御棒1体の全反応度測定な ど)に用いられる。

補償法を除くこれらの測定では、反応度印加前後の中性子束の時間変化を測定し、 その結果に対して、第7章の(7.11)式および(7.12)式で学んだ以下の1点炉近似動 特性方程式(または、それをある条件のもとに変形した式)を用いて解析し、反応度 を求める。

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho - \beta_{eff}}{\Lambda} n + \lambda C \qquad (11.4)$$
$$\frac{dC}{dt} = \frac{\beta_{eff}}{\Lambda} n - \lambda C$$

一般に、反応度の測定値は、実効遅発中性子割合<sup>(注11.2)</sup>  $\beta_{eff}$ で規格化された値で 求まるので、計算との比較には、核計算による $\beta_{eff}$ を利用しなければならない。反応 度測定方法の概要を以下に述べる。

### (1) 制御棒の校正

一定の出力状態(定常状態)にある原子炉の出力を変更する場合には、次の手順 を踏む。

- ①反応度を原子炉に印加することにより、一時的に未臨界状態や超臨界状態に原子炉を保って出力を変動させる。
- ②所定の出力に至れば、①で印加した反応度を相殺するように反応度を加えて、出力が一定になるように調整する。

この出力調整には制御棒を用いるため、制御棒の移動量によって原子炉に印加する 反応度を知っておく必要がある。言い換えれば、制御棒に反応度の単位で目盛りを打 つ必要がある。この作業を制御棒校正と呼ぶ。以下に、制御棒校正に使用する代表 的な反応度測定手法を示す。

a. 正のペリオド法

臨界状態の原子炉に正の反応度 (ρ<β<sub>eff</sub>)を投入した場合の、反応度と漸近ペリオド(または安定炉周期、出力がe倍になるまでの時間)との関係(この関係式を逆時



図11.3 臨界状態の原子炉にステップ状の反応度を印加した場合の中性子密度 の時間変化(図7.2と同じ)

注11.2:第3章で説明したように、遅発中性 子先行核から発生する中性子エネルギー(約 数100keV)は、核分裂で発生する中性子(即 発中性子)のエネルギー(平均エネルギーは 約2MeV)より低い。たとえば、遅発中性子が 熱中性子領域へ減速される確率は、即発中 性子のそれよりも大きい。言い換えれば、遅 発中性子と即発中性子を比べてみると、遅発 中性子の方が連鎖反応へ寄与する重みが大 きい。一方、高速中性子を介して連鎖反応が 維持されているような原子炉では、逆に、遅 発中性子の発生エネルギーが低いことから 連鎖反応へ寄与する重みが小さい場合もある。 このような重みを考慮した遅発中性子の割合 βを、実効遅発中性子割合βeffと呼び、後者を 実際には使用する。

間方程式と呼ぶ。7.3参照)から、反応度を求める方法である。

いま、原子炉が臨界状態に保たれている場合に、正の一定の反応度(ρ)を印加 する。そうすると、原子炉の出力は、図11.3に示すように、徐々に上昇を始める。反応 度印加後、ある程度の時間が経過すると、出力は時間に関して指数関数で増大する。 このような状態の時に、出力がe倍になる時間(T)を測定する(実際には、出力が2倍 になる時間(倍加時間(doubling time))を測定し、その結果をln2で割る)。その結 果を、第7章で示したように、以下の逆時間方程式((7.20)式と同じ)に代入して、印 加した反応度を求める((7.20a)式、(7.34)式参照)。

0 = -	Λ.	$\beta + \frac{\beta_{eff}}{\beta} \approx \frac{\beta}{\beta}$	$\beta_{eff}$	 (11.5)
r	T	$1 + \lambda T$	$1 + \lambda T$	(11.5)

ここで、T>Aとした。

\*\*\*\*\*

倍加時間から安定ペリオドを求めよ。

#### 〈解答11.1〉

〈例題11.1〉

安定ペリオドをT[s]とすると、原子炉出力の時間変化は次のように表せる。

 $n(t)=n_0e^{t/T}$ 

今、t=0からт秒後に、出力が2倍になったとすると、上式から以下の関係を得る。

 $n(\tau)/n_0 = e^{t/T} = 2$ 

ここで、両辺について対数をとると、以下のようになる。

 $\tau/T=\ln 2$ 

以上から、安定ペリオドT[s]と倍加時間τ[s]には、以下の関係がある。

$$T = \frac{\tau}{\ln 2}$$

#### b. 補償法

正のペリオド法の実験では、前述のように臨界状態から制御棒を移動することにより 正の反応度を加えて、そのときのペリオドを測定して、加えた正の反応度を測定する。そ の後、通常は別の制御棒を移動することにより、再び臨界に戻す操作を行う。このとき、 別の制御棒で加えた負の反応度は、先に加えた正の反応度に等しいはずである。

したがって、正のペリオド法において一方の制御棒(正の反応度を順次加える制御 棒)の校正と他方の制御棒(負の反応度を順次加える制御棒)の校正を同時に行う ことができることになる。このような方法による後者の制御棒の校正方法を補償法 (compensation method)または比較法(comparison method)と呼ぶ。

もし、前者と後者の制御棒価値が同じであり、しかも最初の臨界状態において、前者 が最下端、後者が最上端にあれば、前者の制御棒の全ストロークにわたって、正のペリ オド法を行うことにより、後者の制御棒の全ストロークの校正ができることになる。しか し、通常は、2つの制御棒価値が完全には一致しないため、後者の制御棒校正を完了 するためには別の方法(たとえば、正のペリオド法)を併用する必要がある。

#### c. ロッドドロップ法

原子炉の制御棒が完全に挿入されたときに炉心がどの程度臨界未満(または未臨 界)であるか、また、個々の制御棒について、それらを全引き抜き状態から全挿入状態 としたときの負の反応度効果(制御棒反応度価値)を知っておくことは、通常の運転 時の安全性を確保するために重要である。このような場合、前述のペリオド法で通常 取り扱うような反応度の範囲を超えた大きな負の反応度となる。

このような大きな負の反応度の絶対値の測定は、ロッドドロップ法(落下法:rod drop method)と呼ばれる方法により比較的簡単に行うことができる。図11.4にその 例を示す。なお、未臨界度の小さい場合には外部中性子源を用いた中性子源増倍法



図11.4<sup>235</sup>Uを燃料とする熱中性子炉体系でのロッドドロップ法の測定例

(後述)がしばしば用いられる。

ロッドドロップ法とは、原子炉を臨界状態にしてある一定の出力で長い時間(遅発 中性子先行核の寿命に比べて十分に長い時間)保っておいた後、制御棒を急速に挿 入(ロッドドロップ)して負の反応度を加えて、反応度印加前後の原子炉出力変動の 測定から、印加した反応度を求める方法である。そのデータ処理には外挿法と積分 法の2つの方法があり、以下に紹介する。

外挿法

反応度印加前の原子炉の中性子密度をn<sub>0</sub>、先行核密度をC<sub>0</sub>とすると、遅発中性 子先行核の寿命に比べて十分に長い時間、原子炉が臨界の定常状態を保っていた とすると、遅発中性子先行核も定常状態にある。したがって、dC<sub>0</sub>/dt=0であるから、 (11.4)式の遅発中性子先行核密度を表す式は、

$$\lambda C_0 = \frac{\beta_{eff}}{\Lambda} n_0 \qquad (11.6)$$

と書くことができる。

今、ここで原子炉に制御棒を急速に挿入(ロッドドロップ)し、反応度がpに変わったとする。しかし、出力が急変しても、しばらくの間、遅発中性子先行核の密度は臨 界時の値に保たれるので、(11.4)式の中性子密度の時間変化は次のように書ける。

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho - \beta_{eff}}{\Lambda} n + \frac{\beta_{eff}}{\Lambda} n_0 \cdots (11.7)$$

この解はt=0でn=noを初期条件とすると、次式で表される。

$$n(t) = \frac{\beta_{eff} n_0}{\beta_{eff} - \rho} - \frac{\rho n_0}{\beta_{eff} - \rho} e^{-\frac{\beta_{eff} - \rho}{\Lambda}t} \quad \dots \tag{11.8}$$

右辺第2項はρ<0であれば、Λ/(β<sub>eff</sub>+|ρ|)のペリオドで急速に減衰するので、原子炉の出力は急速に右辺第1項のみで表される次式に漸近する。

$$n_1 = \frac{\beta_{eff} n_0}{\beta_{eff} - \rho} \tag{11.9}$$

この (11.9) 式を反応度pを求める式に書き直せば、(11.10) 式を得る。
$$\rho = \frac{n_1 - n_0}{n_1} \beta_{eff} \qquad (11.10)$$

すなわち、ロッドドロップ前の出力 $n_0$ とドロップ後の出力 $n_1$ から反応度が求められる。この式では、(11.5)式の場合と異なり、 $\lambda$ などの遅発中性子の核的な定数が現れない。つまりこの方法では、これらの定数の知識なしに、ドル単位の反応度が求まる。実際には、遅発中性子の減衰があるから出力は(11.9)式で保たれるわけではなく、図11.4に示すように次第に減衰するので、その減衰曲線を制御棒を落下させた時刻t=0に外挿して $n_1$ を求める必要がある。このため、この方法は外挿法と呼ばれる。この方法では、時刻t=0への外挿を正確に行うこと、制御棒を挿入するまでの臨界状態を1/ $\lambda$ に比べて十分長く保つこと、制御棒と検出器の位置関係が測定結果に影響を及ぼす場合があることに注意を要する。

# 積分法

外挿法ではt=0付近の測定点を細かく取る等の測定上の工夫をしても、外挿に伴う誤差が避けられない。そこで、実際には、積分法が多く用いられる。(11.4)式をラプラス変換して解くと、次式を得る。

$$\tilde{n}(s) = n_0 \frac{\Lambda + \frac{\beta_{eff}}{s + \lambda}}{s\Lambda + s\frac{\beta_{eff}}{s + \lambda} - \rho} \quad \dots \tag{11.11}$$

ここで、

$$\lim_{s \to 0} \tilde{n}(s) = \lim_{s \to 0} \int_0^\infty e^{-st} n(t) dt = \int_0^\infty n(t) dt \quad \dots$$
(11.12)

の関係があるので、(11.11)式でs→0の極限をとって、これを(11.12)式に等しいと置けば次式を得る。

$$n_0 \frac{\Lambda + \frac{\beta_{eff}}{\lambda}}{-\rho} = \int_0^\infty n(t)dt \qquad (11.13)$$

さらに、
$$\Lambda$$
は $\frac{P_{eff}}{\lambda}$ に比べて無視することができるので、結局、次式でドル単位の反応

度が求められる。

0

$$-\frac{\rho}{\beta_{eff}} = \frac{n_0}{\lambda \int_0^{\infty} n(t)dt} \dots (11.14)$$

この方法では、制御棒を挿入するまでの臨界状態を1/Aに比べて十分長く保つこと、 制御棒と検出器の位置関係が測定結果に影響を及ぼす場合があること、計数開始 を正確に制御棒挿入に一致するようにすること、制御棒挿入前の臨界状態の出力n<sub>0</sub> の測定では検出器の不感時間が問題となるような高出力は避けることに注意を要す る。

# d. インバース・カイネティクス法(逆動特性法)

1点炉近似動特性方程式(11.4)式中の遅発中性子先行核に対して、時刻 $t' \sim t' + dt'$ の 微少時間dt'の間に生成される遅発中性子先行核濃度は $\frac{\beta_{eff}}{\Lambda} \times n(t') dt'$ である。その後、時刻t'から時刻tまで経過する間に先行核は崩壊することから、時刻tにおいて、時刻 $t' \sim t' + dt'$ の間に生成された遅発中性子先行核濃度は $\frac{\beta_{eff}}{\Lambda} \times n(t')e^{-\lambda(t-t')}dt'$ となる。し たがって、時刻t'について時刻-∞から時刻tまで積分することにより、時刻tにおける 遅発中性子先行核濃度C(t)は、求めることができる。すなわち、

$$C(t) = \int_{-\infty}^{t} \frac{\beta_{\text{eff}}}{\Lambda} n(t') e^{-\lambda(t-t')} dt' = \frac{\beta_{\text{eff}}}{\Lambda} \int_{0}^{\infty} n(t-u) e^{-\lambda u} du \qquad (11.15)$$

である。ここで、2番目の積分を得るには、 $t=\infty \tilde{c}C(t)e^{-\lambda t} \rightarrow 0$ となると仮定し、u=t-t'と変換した。この (11.15) 式を (11.4) 式中の中性子密度を表す式の右辺第2項に代入すると、次式のように表すことができる。

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho - \beta_{eff}}{\Lambda} n + \lambda \frac{\beta_{eff}}{\Lambda} \int_0^\infty n(t-u) e^{-\lambda u} du \qquad (11.16)$$

さらに、これをpについて解くと次式を得る。

これがインバース・カイネティクス法 (inverse kinetics method)の基礎式である。 すなわち、中性子密度の時間変化n(t)を測定し、これを上式にしたがって数値積分す ればドル単位の反応度が決定できる。国内では、微少な反応度の測定にこの原理を 利用したデジタル反応度計が開発されている。

(2) 未臨界状態で反応度を測定する方法

未臨界状態での反応度測定は、外部から中性子源によって体系に中性子を供給して、測定することが多い。中性子の供給方法がパルス的である場合は、供給直後からの中性子密度の時間的挙動を測定する。一方、定常中性子源を利用する場合は、定 常状態での中性子密度を測定する。以下に、それらの代表的な実験例を示す。

#### a. パルス中性子法

臨界未満の原子炉、臨界集合体などのように核燃料を含んだ集合体内にパルス 中性子を発生させると、図11.5に示すように、体系の中性子密度は、パルス中性子が 打ち込まれた後、急激に増加して、その後その体系固有の減衰定数で比較的穏やか に指数関数的に減衰し、さらに時間経過後、中性子密度が小さく、ゆっくりと減衰す る。この変化を用いて未臨界度を測定する手法をパルス中性子法 (pulsed neutron method)と呼ぶ。

前者の領域では相対的に遅発中性子の寄与が少ないので、中性子の生成は即発 中性子のみによって行われると考えることができるため、減衰は即発中性子によるも のであると考えることができる。一方、後者の中性子密度の変化は主に遅発中性子 が支配しており、減衰はその平均寿命に、また振幅は体系の反応度に依存する。



そこで、この前者の減衰について考える。いま、ここで考えている原子炉内には即 ×105

図11.5 軽水炉体系に入射したパルス中性子による中性子密度の減衰例

発中性子と遅発中性子が存在する。その中の即発中性子の時間的振る舞いを考える と、パルス中性子が入射した直後は、遅発中性子先行核の崩壊による遅発中性子の 発生を無視することができるから、第7章で即発中性子だけが原子炉内に存在する 場合の結果(7.13式)を参考に、次のように表すことができる。

$$\frac{\partial n(t)}{\partial t} = \frac{(1 - \beta_{eff})k_{eff} - 1}{\ell_{eff}}n(t) \quad \dots \qquad (11.18)$$

この式をn(t)について解くと、

$$n(t) = n_0 e^{-\frac{1 - (1 - \beta_{eff}) k_{eff}}{\ell_{eff}}t}$$
(11.19)

となる。ここで、(11.19)式の指数部の以下の項を即発中性子減衰定数と呼ぶ。

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1 - (1 - \beta_{eff}) k_{eff}}{\ell_{eff}} \\ &= \frac{\beta_{eff} k_{eff}}{\ell_{eff}} \left( \frac{1 - k_{eff}}{\beta_{eff} k_{eff}} + 1 \right) \qquad (11.21) \\ &= \frac{\beta_{eff}}{\Lambda} \left( \frac{-\rho}{\beta_{eff}} + 1 \right) \end{aligned}$$

この式を変形すると、

$$\frac{-\rho}{\beta_{eff}} = \frac{\alpha\Lambda}{\beta_{eff}} - 1 \qquad (11.22)$$

となる。いま、原子炉が臨界にあるときは、p=0より、上式は、

$$0 = \frac{\alpha_C \Lambda_C}{\beta_{eff_C}} - 1.$$
 (11.23)

と表せる。ここで、添え字Cは臨界時における値を示す。臨界に近い範囲では $\Lambda \cong \Lambda_C$ が成立し、また $\beta_{eff}$ はかなり深い未臨界になってもほとんど変化しない ( $\beta_{eff} \cong \beta_{effC}$ )の で、(11.22) および (11.23) 式から、

$$\frac{(-\rho)}{\beta_{\text{eff}}} = \frac{\alpha - \alpha_C}{\alpha_C} \quad \dots \tag{11.24}$$

の関係が求まる。このように、臨界時における減衰定数 $\alpha_c$ と、臨界に近い未臨界状態での減衰定数 $\alpha$ の測定から、未臨界状態の反応度をドル単位で求めることができる。この方法を、シモンズ-キング法(Simmons-King method)と呼ぶ。

しかし、制御棒のように大きな負の反応度が挿入されると、中性子束分布の大きな 変化のためΛが変化する。そこで、制御棒の反応度価値測定のような場合には、Λと Λ<sub>c</sub>の違いを考慮する (11.24) 式を修正した式が用いられる。

一方、シェストランド (Sjöstrand) は連続的にパルス中性子を打ち込んでいる時の 体系内の遅発中性子レベルにも着目し、その面積比から反応度を測定する方法を提 案した。

すなわち、図11.5に示すように、中性子源強度Sを瞬間的に炉心に打込んだ場合の中性子総数を即発中性子による寄与A<sub>a</sub>と遅発中性子による寄与A<sub>d</sub>に分けると、

(11.1) 式の場合と同様にして、 $A_p$ に対しては増倍率が $(1-\beta_{eff})k_{eff}$ 、即発中性子と遅発 中性子の両方を考える場合には増倍率が $k_{eff}$ の場合に相当すると考えることができる。 すなわち、

$$A_{p} = \frac{S}{1 - (1 - \beta_{eff})k_{eff}} = \frac{S}{1 - k_{eff}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\beta_{eff}}{\rho}} \dots (11.25)$$

$$A_p + A_d = \frac{S}{1 - k_{eff}} \qquad (11.26)$$

と表すことができることから、以下の関係式を得る。

$$-\frac{\rho}{\beta_{eff}} = \frac{A_p}{A_d} \qquad (11.27)$$

この方法は、シモンズ-キング法のα<sub>c</sub>のような反応度測定の基準点を必要としない のが特長である。しかし、A<sub>p</sub>の値は減衰曲線の立ち上がり部分の形状に影響を受け 易く、観測される減衰曲線の立ち上がり部分の形状は源中性子と検出器の位置に よって変化することから、この方法では、源中性子と検出器の位置に注意が必要で ある。

### b. 中性子源增倍法

臨界未満の原子炉では、臨界近接実験の原理((11.1)式および(11.2)式)で示したように、中性子源から出た中性子は $M=1/(1-k_{eff})$ の増倍をする。したがって、S(1/sec)を中性子源の強度、 $\epsilon$ を検出効率および検出器の配置によって決まる定数とすると、検出器の計数率Cと実効増倍率 $k_{eff}$ との間には次の式が成り立つ。

$$C = \varepsilon SM = \frac{\varepsilon S}{1 - k_{eff}}$$
(11.28)

今、既知の実効増倍率 $k_0$ で計数率 $C_0$ が得られ、未知の実効増倍係数 $k_{eff}$ で計数率 Cを得たとする。両状態に対する式を用いて、 $\epsilon$ Sを消去すると次式が得られる。

$$k_{\text{eff}} = 1 - \frac{C_0}{C} (1 - k_0) \qquad (11.29)$$

これより、未知の実効増倍率 $k_{eff}$ が、計数率の測定によって求められる。これを中 性子源増倍法 (neutron source multiplication method) と呼ぶ。ただし、この方法 では、 $k_0$ を校正した状態と未知状態とで $\epsilon$ Sが変わらないとしている点に注意を払う必 要がある。つまり、大きな実効増倍率の変化によって中性子束分布が著しく変わる場 合には、この方法の適用は困難となる。

#### c. 原子炉雑音解析

原子炉内の中性子数の増減は、核分裂反応による中性子発生や吸収反応による 中性子消失が不規則に引き起こされることから、非常に短い時間で考えると、原子 炉内の中性子数は連続した一定値であるのではなく、一時的に中性子が増加したり、 減少したりしている。原子炉の出力が定常状態であっても微少な不規則変動が生じ ている(たとえば、出力計をよく見ると一定値の周りに揺らいでいる)。この不規則変動 を原子炉雑音(reactor noise)と呼ぶ。

いま、ある核分裂連鎖反応に着目すると、源中性子が核分裂反応を引き起こし、中 性子を放出する。その中性子が、次の核分裂反応を引き起こしたり、吸収物質に吸収 されて消失する。つまり、一つの核分裂連鎖反応が時間的に無限に続くのではなく、 短時間で終了する連鎖反応があったり、比較的長時間続く連鎖反応があったりする。

原子炉内は、このような連鎖反応群がたくさん存在すると考えることができる。そこで、ある時刻t<sub>1</sub>に検出した中性子とそれとは異なる時刻t<sub>2</sub>に検出した中性子の関係を調べると、同一の連鎖反応群に属する場合とそれぞれ異なる連鎖反応群に属する場合がある。

前者の場合、2つの中性子に対して相関のある中性子と呼ぶ。つまり、2つの異な る時間の中性子についてその関係を調べ、その中の相関のある中性子の数から中性 子の増倍に関する情報(たとえば、即発中性子減衰定数、反応度など)を得ることが できる。このような実験を**炉雑音実験**(reactor noise experiment)と呼ぶ。 この相関のある中性子は、 $t_1 \ge t_2$ の時間間隔 (r) が短いと検出し易いと考えられる。この考え方に基づいて、ある時刻  $t_1$ に中性子を検出した後、相関のある中性子を検出する確率の時間分布を測定する方法をロッシーα法 (Rossi- $\alpha$  method) と呼ぶ。

一方、ある時間間隔において無作為に2つの中性子を検出する場合、その2つの中 性子が相関のある中性子である確率について時間間隔を変化させて調べる方法を ファインマン-α法 (Feynman-α method) と呼ぶ。これらの方法では、増倍率、中性 子平均寿命、核分裂率などの一部を既知とすることによって残りの諸量を求めること ができる。

また、前述のように、原子炉内の中性子数は連続した一定値ではなく、ランダムに 中性子が増減することから、中性子密度は、ある一定値の周りを揺らいでいるとみな すことができる。

同様に、遅発中性子先行核、反応度が、それぞれ一定値の周りで揺らいでいると考 えることができる。そこで、中性子密度、遅発中性子先行核、反応度が、それぞれの 一定値(平均値) $\langle n \rangle \langle C \rangle \langle \rho \rangle$ と、揺らぎの成分 $\Delta n(t) \wedge \Delta C(t) \wedge \Delta \rho(t)$ から成ると考 えることができる。すなわち、中性子密度、遅発中性子先行核、反応度は、以下のよう に表せる。

$n(t) = \langle n \rangle + \Delta n(t)$	 (11.30)
$C(t) = \langle C \rangle + \Delta C(t)$	 (11.31)
$\rho(t) = \langle \rho \rangle + \Delta \rho(t)$	 (11.32)

ここで、 $\langle n \rangle$ 、 $\langle C \rangle$ 、 $\langle \rho \rangle$ は、1点炉近似動特性方程式 (11.4)式を満足し、 $\Delta n(t)$ 、  $\Delta C(t)$ 、 $\Delta \rho(t)$ の時間平均はゼロである。いま、ある時刻  $t_1$ での出力の揺らぎ成分 $\Delta n(t_1)$ と、 $\tau$ 秒後の時刻  $t_2$  (= $t_1$ + $\tau$ )における出力の揺らぎ成分 $\Delta n(t_2)$ に対して、その積のサン プル平均値を自己相関関数 (auto correlation function) と呼び、次のように表す。

この自己相関関数は、 $\Delta n(t_1) \ge \Delta n(t_1+\tau)$ がどれだけ良く一致しているかを調べる (たとえば、どのような時間間隔の繰り返しパターン(周期的信号の存在)を判定す る)場合に有効な関数である。

この自己相関関数を周波数成分の連続スペクトルに分解する(この操作をフーリエ 変換<sup>(注11.3)</sup>と呼ぶ)と、

となり、これを自己パワースペクトル密度 (auto power spectral density) と呼ぶ。こ の自己パワースペクトル密度に関して、様々な周波数について調べる (これを周波数 特性を調べると呼ぶ) と、図11.6のような図を得る。ここで、図中の平坦な部分と右下 がりの部分をそれぞれ直線外挿した交点を折点と呼び、折点に対応する周波数を折 点周波数と呼ぶ。 $\rho$ が小さく、 $\beta_{eff}$ 》ー $\lambda\Lambda$ の場合には、(11.34) 式中の折点周波数 $\omega_1$ と  $\omega_2$ は次のように表される。

$$\begin{split} & \omega_1 \cong \lambda \rho / (\beta_{eff} - \rho) \\ & \omega_2 \cong (\beta_{eff} - \rho) / \Lambda \end{split}$$
 (11.35)

したがって、折点周波数から反応度を求めることができる。ここで、(11.33)~ (11.35)式の導出は、やや難しいので、結果のみを示した。この導出方法については、 参考文献8)に詳しい。

実際には、時間の関数として出力の揺らぎ成分 $\Delta n(t)$ を測定記録し、その結果を用いて、ある時刻 $t_1$ と $\tau$ 秒後の時刻 $t_1$ + $\tau$ における出力の揺らぎ成分 $\Delta n(t_1)$ と $\Delta n(t_1+\tau)$ の積を計算する。時刻 $t_1$ と時刻 $t_1$ + $\tau$ の時間差 $\tau$ を固定したままで様々な時刻に対する積を

注11.3:フーリエ変換(Fourier transform) は、関数をその周波成分の連続スペクトルに 分解することである。これに対して、フーリエ 逆変換は、連続スペクトルから関数を復元す ることである。フーリエ変換は、分光法にお けるスペクトル解析やX線散乱実験の解析な どの工学、理学の広い分野で利用されている。 (Appendix X参照)



図11.6 熱中性子炉における自己パワースペクトル密度の周波数特性の概要

計算し、その平均を求める。次に、時間差rを変えて同様の平均値を求める。その後、 求めた様々な時間差に対する平均値について、フーリエ変換に相当する計算処理を 行って (11.34) 式で表される $\Phi_{nn}(\omega)$ 、すなわち図11.6を得る。ここで、周波数が $\omega_2$ 付 近では、 $\omega^2 + \omega_1^2 \approx \omega^2$ 、 $\lambda^2 + \omega^2 \approx \omega^2$ と表すことができることから、(11.34) 式は、

$$\Phi_{nn}(\omega) \approx \frac{A}{\omega^2 + \omega_2^2} \quad \dots \tag{11.36}$$

と近似できる。そこで、折点周波数は、(11.36)式を用いて最小二乗法により $\omega_2$ を得、 その結果( $\beta_{eff}$ - $\rho$ )/ $\Lambda$ を得る

このフーリエ変換を利用する測定では、中性子密度の揺らぎ成分 $\Delta n(t_1)$ と反応度の揺らぎ成分 $\Delta p(t_2)$  (たとえば、冷却材が炉心下部から流入する時の振動による反応度の揺らぎ)のように、異なる揺らぎ成分の積の平均値(相互相関関数 (cross correlation function)と呼ぶ)について調べることもある。

特に相互相関関数に関しては、実際の発電炉に対して適用することにより、中性子増倍に関する情報の他に、原子炉内の機器の振動の解析に利用したりすることがある。

# 11.6 まとめ

ここでは、原子炉物理の実験の概要を紹介した。まず、モックアップ実験や設計および解析精度の向上などの基礎基盤研究に用いる実験装置の特長について簡単に触れた。また、発電炉で実施する実験項目について、簡単に紹介した。その後、原子 炉物理実験として実施される代表的な測定項目について、紹介した。

特に、臨界量が未知の原子炉を臨界にする手順について述べた。また、臨界に至った後、運転時の安全性確保の観点から重要な制御棒校正に用いられる反応度測定 法や、今後の原子炉物理実験において重要になるであろう未臨界状態での反応度測 定について紹介した。なお、詳しい測定原理、測定手法等については、参考文献11.1 ~11.4を参照されることを薦める。

# 第12章

# 広がる応用

- 1.はじめに
- 2. 原子炉物理の応用
- 3. 知識基盤としての原子炉物理
- 4. 教養としての原子炉物理
- 5.より専門的な原子炉物理
- 6.まとめ

[この章のポイント]

原子炉物理は、核分裂の連鎖反応という原子力エネルギーの根幹を なす物理現象を把握し制御するための学問である。しかし、原子炉物 理は、原子炉の設計や解析のみに活用されているわけではなく、臨界 安全・再処理・核不拡散・医療など非常に幅広い分野でも活用されて いる。

従って、原子炉物理は、原子力工学を学ぶものにとっては必須・不可 欠の知的基盤であり、本教科書がその基盤を築くための一助になれ ば望外の喜びである。

# 第12章 広がる応用

# 12.1 はじめに

第1章から第9章においては、原子核・断面積・中性子束などからはじまり、核分 裂の連鎖反応、中性子束の空間分布、エネルギー分布、実効増倍率などの基礎的な 概念を学んだ後、動特性や反応度フィードバック効果といった短期的な原子炉の振 る舞い、燃料の燃焼など長期にわたる原子炉の変化などについて説明を行ってきた。 第10章では原子炉物理学のもっとも大きな応用である原子炉の設計について概要を 説明し、第9章までに学んだ基礎的な知識がどのように役立てられているのかを見て きた。また、第11章では、原子炉物理の進歩と切り離せない臨界実験を実施し、その 結果を考察する上で、原子炉物理がどのように活用されているかを議論した。

以下では、原子炉物理が原子力工学のさまざまな分野で知識基盤として用いられ ていることを示し、原子炉物理が原子力工学を学ぶものにとって必須の知識であるこ とを述べる。

# 12.2 原子炉物理の応用

#### 12.2.1 臨界安全と原子炉物理

原子炉の設計においては、いかに効率よく連鎖反応を維持するかに注意が払われ る。言い換えると出来るだけ少ない量の核燃料物質を用いて、これを効率よく核分裂 されることにより、効率的な原子炉ができあがる。そのため、原子炉物理では、連鎖 反応を持続させるための条件について詳細に学ぶ。本教科書においては、第3章お よび第5章で連鎖反応を持続するための条件について述べた。少ない核燃料物質を 用いて連鎖反応を効率的に持続させるためには、

(1) 巨視的核分裂断面積の大きな燃料を用いる

- (2)核分裂断面積は低(熱)エネルギー領域において大きくなるため、減速材と燃料の割合を適切に設定し、中性子を十分に減速する
- (3) 中性子を吸収する物質をできるだけ少なくする
- (4) 体系からの中性子の漏えいを少なくする

等のことが重要となる。

さて、核燃料物質を取り扱う上で最も注意しなければならないのが、意図していない核分裂連鎖反応の持続による臨界事故である。このような事故の一例として第1 章、第5章においてJCOの臨界事故について概要を紹介した。

臨界事故を防ぐためには、あたりまえのことではあるが、核分裂による連鎖反応 を持続させないことが必要である。臨界事故を防ぐために行われるのが臨界管理で あり、臨界安全(criticality safety)と言う考え方にのっとって行われる。核分裂の連 鎖反応をいかに防ぐか、と言う観点からは、臨界安全は原子炉の設計(連鎖反応を いかに効率的に持続させるか)とは対極にあるともいえる。しかしながら、これは逆 に、臨界安全において原子炉物理の知識がそのまま役立つことを示している。すなわ ち、連鎖反応を効率的に持続させるための方策と逆のことをすることにより、連鎖反 応の持続を防ぐことが出来るのである。前述の(1)~(4)を参照すると、

- (1) 巨視的核分裂断面積の小さな燃料を用いる
- (2) 減速材と燃料の割合を(無限増倍率が小さくなるよう)設定する
- (3) 中性子を吸収する物質を多量に加える
- (4) 体系からの中性子の漏えいを多くする

#### ことが臨界安全上、重要ということになる。

では、(1)'~(4)'の対策は、臨界安全上、妥当なものであろうか?もちろん、原子炉 物理の観点からは、(1)'~(4)'は何れも無限増倍率もしくは実効増倍率を小さくする ものであることは明らかである。しかし、原子炉の炉心が決まった幾何形状を有する 燃料と、極端には変動しない減速条件を前提として設計されているのに対し、臨界 安全では核燃料物質を取り扱う様々なプロセス(濃縮、再転換、加工、輸送、貯蔵、 再処理など)を対象としていることを考慮に入れなければならない。

さて、(1)'は、臨界安全上、一般に<sup>235</sup>U(もしくは核分裂性物質)の濃縮度制限という形で考慮されている。軽水炉で用いられているウラン燃料においては、核分裂断面積の大きい<sup>235</sup>Uの濃縮度を高くすることで燃料の無限増倍率は大きくなり、ひいては燃料集合体一体当たりの発熱量(使用済み燃料の燃焼度)を高めることが可能となる(高燃焼度化、第10章)。

高燃焼度化は、使用済み燃料体数の削減が可能になること、さらに経済性の向上にもつながるため、積極的に推進されている。しかしながら、主として臨界安全上の 配慮から、軽水炉燃料に用いる<sup>235</sup>Uの濃縮度は現時点では5wt%以下とされており、 さらなる高燃焼度化にあたっての検討事項となっている。

(2) については、原子炉、特に熱中性子炉においては、減速材と燃料の割合をほぼ 最適に近い状態で配置することにより、効率的に連鎖反応を維持している。そのた め、温度上昇などで減速材の密度が小さくなると無限増倍率が減少する設計になっ ている。この点については、第8章および第10章において負のフィードバック効果とし て説明を行った。

一方、燃料の加工など、意図せぬ臨界を防ぐ必要のある施設においては、逆に減 速材(主として水)の存在を厳密に管理している。しかしながら、臨界安全評価にお いては、不測の事態を想定し、仮に設備が浸水したとしても未臨界であることを確認 することがある。この際、注意が必要なのは、たとえば燃料加工施設では、粉末状の UO2など、炉心に装荷される燃料とは異なる形状の核燃料物質を扱う場合があるこ とである。

原子炉に用いられる燃料(燃料と減速材が別の領域にある非均質な構造)とは、 減速や共鳴吸収の効果が大きく異なる形で現れる可能性があり、減速材と燃料の適 切な混合割合は一般に炉心とは異なる。そのため、「最適な条件で」減速材が存在し ても臨界に達しないように配慮して設計を行う必要がある。



(3) については、燃料集合体などの保管庫において、燃料集合体間に中性子をよく

図12.1 臨界安全確保のための手段の概要(文献1の図2.1を引用)

吸収するホウ素が含まれたステンレススチールを用いることで考慮されているのが一 例である。

臨界を維持するために最適な形状は、できるだけ漏れを少なくする形状、すなわち 体積に対する表面積の割合が最も小さい「球」である。臨界安全ではこれを逆から 捉え、できるだけ中性子の漏えいを大きくするように燃料取り扱い設備の形状を制限 することがある。たとえば、燃料を取り扱う部分を薄い平板状とし、中性子の漏えい を意図的に大きくするなどの工夫が行われる。これが(4)'であり、臨界安全において は、形状管理と呼ばれている。また、燃料集合体の貯蔵設備では、燃料集合体間の 間隔を大きく取ることにより、中性子の漏えいを大きくしている。

その他、一ヶ所に核分裂性物質を多量に集めないなど、基本的なことも含め、図 12.1に臨界安全確保のための手段の概要を示す。

以上、臨界安全の基本について述べてきたが、臨界安全の実現のためには、原子 炉物理の知識が不可欠であることは明らかである。炉心における連鎖反応は「意図 して」発生させるものであり、上述のように連鎖反応を維持できる条件は限られる。 一方、臨界安全は「意図しない」連鎖反応を防ぐものであり、連鎖反応の維持に関す る物理についてより深い理解と洞察が必要とされる。

#### 12.2.2再処理と原子炉物理

燃料の再処理工程においては、使用済み燃料に含まれるウラン・プルトニウムなど の量を適切に評価する必要がある。これは、核燃料物質の量を適切に管理する計量 管理および臨界管理の観点から重要である。

燃料に含まれるウラン・プルトニウム量は、第9章、第10章で説明した燃料の燃焼 計算による結果から求める。そのため、燃焼計算の結果には十分な信頼性が必要と なる。精度良い燃焼解析について説明することは本教科書の範囲を超えるが、その 基礎は第9章で学んだ燃焼方程式を解くことである。

燃焼計算の精度は、燃焼後の燃料棒の一部を試験用の特別な施設内で切断 し、ペレット内部に生成される核種の組成を測定する照射後試験(Post Irradiation Experiment: PIE)によって得られたデータを用いて検証されている。検証の対象と なっている核種には、主要な重核種であるウラン、プルトニウムのほかにネプツニウ ム (Np)、アメリシウム (Am)、キュリウム (Cm)といったマイナーアクチニド、主要な FPが含まれている。検証例を図12.2に示す。

また、実機炉心の運転に伴う燃焼挙動を炉心計算コードで再現し、実際の炉心実 効増倍率や炉心内の出力分布といった測定データと比較する追跡計算による検証も なされており、燃焼計算には十分な精度があることが確認されている。

このように、原子炉物理とは一見、直接関係がなさそうな再処理においても、原子 炉物理に基づく知識(解析)が関連してくる。





#### 12.2.3 最終処分と原子炉物理

使用済み燃料には、ウラン、プルトニウムなど燃料としてそのまま使用できる核種が 含まれている。そのため、再処理を行うことでこれらの核種を回収し、燃料として再 利用することが計画されているのは上述の通りである。

一方、使用済み燃料には、12.2.2節で述べたように、マイナーアクチニドやFPなども 含まれている。これらの核種の中には寿命の長いものがあり、また、崩壊により発熱 したり放射線を放出したりするものがある。

そこで、これらの核種を放射性廃棄物として適正に管理していくためには、発熱量 や放射線の強度がどの程度であるか、精度良く見積もる必要がある。発熱量や放射 線の強度は核種毎に特有の値となるため、12.2.2節で述べたのと同様に使用済み燃 料に含まれる核種の組成を正確に計算する必要があり、結局のところ炉心の燃焼計 算による解析結果が不可欠である。

また、使用済み燃料に含まれるマイナーアクチニドやFPを燃料の一部として原子炉な どに再び装荷し、炉心内に存在する中性子によって核分裂させたり、捕獲反応によって より短寿命の核種に変換させたりする試みもある。このような処理は、「核種を核反応 によって変換」することから、核変換処理(nuclear transmutation)と呼ばれている。

たとえば、使用済み燃料に含まれる代表的なマイナーアクチニドとして、<sup>237</sup><sub>93</sub>Np(半 減期214万年)や<sup>241</sup>Am(半減期433年)がある。これらについては、10.4.3節(FBRの 燃料集合体核設計)で述べたように、高速炉において、燃焼に伴う燃料の無限増倍 率の変化を低減する可燃性毒物として用いることができる。このような仕組みを利用 することで、<sup>237</sup><sub>93</sub>Npや<sup>241</sup>Amは廃棄物ではなく、燃料の一部として有効に活用すること ができるようになる。

また、<sup>237</sup><sub>93</sub>Npからは中性子の捕獲反応により、<sup>238</sup><sub>94</sub>Puが生成する。<sup>238</sup><sub>94</sub>Puは崩壊熱が 大きく、自発核分裂による中性子発生数が多いことから、原子炉で生成したプルトニ ウムを核兵器に転用することをさらに困難にする働きも期待できる。このようなマイ ナーアクチニドの利用は、「廃棄物」を有効活用し、「宝」に変える逆転の発想である といえる。放射性廃棄物の処分方法は、原子力に課された大きな課題の一つである が、原子炉物理の知識を役立てる機会も多い。

# 12.2.4 廃炉 (デコミッショニング) と原子炉物理

運転を終了した原子力発電所を解体するプロセスを廃炉(decommissioning)と 呼ぶ。原子力発電所では、原子炉圧力容器周辺部など、ごく一部ではあるが、炉心か ら発生した中性子による照射などにより、放射化した部分が存在する。そのため、廃 炉ではこのような部分を確実に処分・管理することが重要である。

このプロセスにあたっては、放射化量を適正に評価する必要があり、炉心で発生した中性子によって、評価の対象とする場所にどの程度の中性子束が生じていたのかを 正確に予測する必要がある。

このためには、(1) 炉心で発生する中性子量の評価、(2) 反射体、原子炉圧力容器、 遮へい体内部などでの中性子束分布の計算が不可欠である。

(1)については、第5章、第10章で述べた炉心設計で用いる計算手法により評価することが可能である。

一方、炉心設計では、一般に反射体の一部までしか計算の考慮に入れないため、原 子炉圧力容器や遮へい体内部の中性子束は直接評価の対象としていない場合が多い。

したがって、(2)については、炉心で発生する中性子を中性子源として、炉心-反射体-原子炉圧力容器-遮へい体における中性子束の空間およびエネルギー分布を詳細に計算する必要がある。中性子束分布が求まれば、原子炉圧力容器や遮へい体などに含まれている核種が中性子の捕獲などにより放射性核種になる量を定量的に求めることができる。

このような計算は、遮へい計算(shielding calculation)と一般に呼ばれている。こ の遮へい計算においては、中性子の飛行方向や減衰を正確に考慮する必要があるた め、第4章で学んだ拡散理論では精度良い結果が得られない。そのため、ボルツマ ンの輸送方程式に基づいた数値解法(輸送計算)を用いる。この数値解法は本教科 書の範囲を超えるが、原子炉物理の中心的な計算の一つである。

# 12.2.5 秘匿核燃料物質の探知と原子炉物理

不正な目的のために隠して輸送される核燃料物質を探知する技術の開発が注目されている。特に、大型のコンテナに核燃料物質が隠されている場合、X線透過などの 方法では探知がしばしば困難である。そこで、微弱な中性子線を用いた方法が検討 されている。

核燃料物質には核分裂するという重要な特性がある(核分裂しなければそもそも 核燃料物質ではない)。第3章で述べたように、核分裂に際しては、即発ガンマ線、 遅発ガンマ線、即発中性子、遅発中性子などが発生する。この特徴を活用して、積載 物に微弱な中性子線を当てることにより、隠されている核燃料物質にごくわずかの核 分裂を生じさせ、その際に発生するガンマ線や中性子を検出することにより、核燃料 物質の有無を検査する方法が開発されている。

たとえば、遅発中性子の発生は核分裂現象に特有の現象であり、しかも都合の良い ことに核分裂から時間遅れを伴って発生する。そこで、微弱な中性子線を積載物に照 射し、照射を終了した後に時間遅れを伴って中性子が検出されれば、それは核燃料物 質が隠されている証拠になる。

中性子は、物質を透過しやすい性質がもともとあるため、大型の貨物に対しても適 用できる可能性が高い。中性子源としては、加速器を利用したものが検討されている。 これは、重水素イオンを加速し、重水素を含むターゲットに衝突させ、核融合反応を 起こして2.45MeVの中性子を発生させるものが一例として検討されている。加速器は、 原子炉のように大型の施設を必要とせず、比較的小さなスペースに設置可能であると いう特長がある。

なお、貨物内における中性子の挙動は、通常、ボルツマンの輸送方程式の数値解 法、特に中性子の挙動を乱数に基づいて直接シミュレーションするモンテカルロ法に より求められることが多く、原子炉物理がその基盤技術として用いられている。



図12.3 秘匿核物質の検出

12.2.6 地雷の探査と原子炉物理

前節では、中性子線を用いることで隠された核燃料物質を探知する方法について 述べたが、中性子線を活用することにより、地中に埋められている地雷を探査する技 術も研究されている。

対人地雷は世界各地で大きな人的被害をもたらしており、その確実な探知および 早急な除去が求められている。地雷には火薬の成分として<sup>14</sup>Nが含まれているが、こ の核種は微視的吸収断面積が比較的大きく、中性子を吸収した後に特定のエネル ギーを有するガンマ線を放出する特徴がある。この特徴を活用し、地表面から中性 子線を入射し、地表面から出てくるガンマ線を計測することにより、地中の地雷の探 知を行える可能性がある。

また、地表面から入射した中性子線の一部は火薬成分で散乱され、地表に戻って くるが、戻ってきた中性子線のエネルギー分布を解析することにより、地雷の探知を 行う方法についても研究が行われている。中性子源としては、前節と同様に核融合中 性子源を用いることが検討されている(図12.4)。





図12.5 ホウ素捕獲療法(JAEAプレス発表より引用)

いずれの方法についても地表面と地面の間における中性子の挙動や地面内部での 中性子の吸収や散乱の状況を知る必要があり、解析のためにモンテカルロ法が一般 的に用いられている。

# 12.2.7 ガンの治療と原子炉物理

近年、ガンの治療方法の一つとして、原子炉からの中性子線を用いたホウ素捕獲 療法 (Boron Neutron Capture Therapy: BNCT) が注目されている。BNCTは、ホウ 素 (B) を含む薬品を患部に入れ、人体の外部から中性子線を照射する。

第2章で述べたように、ホウ素はエネルギーの低い熱中性子に対して反応断面積 が高く、(n,α)反応などを起こしてα線を放出する。α線は飛ぶ距離が非常に短いので、

(ホウ素が存在している) 患部のガン細胞のみに選択的にダメージを与えることが可 能である。BNCTでは、エネルギーの低い中性子線が必要であることから、研究用原 子炉などで得られる熱もしくは熱外中性子が用いられる。

BNCTは治療のためではあるが、人体に中性子線を照射するため、患部以外への ダメージを最小限に抑える必要がある。そのためには、使用する中性子線の強度およ びエネルギー分布を正確に把握し、これに基づいて治療時の人体内における中性子 束分布を精度良く計算することが極めて重要である。このために、やはりモンテカル 口法による解析が用いられることが多い(図12.5)。

# 12.3 知識基盤としての原子炉物理

前節まで、原子力工学の様々な分野における原子炉物理の適用例について述べて きた。前節までの説明は、原子炉物理の応用分野は非常に広く、「原子炉物理=炉心 設計に特化した学問」という図式は必ずしも当てはまらないことを示している。むし ろ、原子力工学の種々の分野に密接に関連していることから、原子炉物理は、原子力 工学を学ぶものの知識基盤として必須のものであることがおわかりいただけると思う。

また、原子力とその安全性は切っても切り離せない関係にある。原子力の安全性の根本は連鎖反応を的確に制御すること-これこそが原子炉物理の基本-であることから、原子炉物理は、原子力の安全性の根幹であるともいえる。従って、原子力にかかわる者全てにとって、原子炉物理は必須の知識である。

# 12.4 教養としての原子炉物理

本節では、原子炉物理を学ぶべき理由をもうすこし別の視点から述べておく。「なぜ原子炉物理を学ぶ必要があるか」を議論する視点は二つあるように思われる。

ー点目は、原子炉物理の高度な知識を有する炉心解析の専門家に対する産業界からの継続的なニーズである。第10章で述べたように、炉心管理業務は定期的に発生する。日本全体では50基以上の軽水炉が稼動しているために、毎年かなりの炉心設計・管理業務が発生している。多くの原子力メーカーや電力会社では、炉心設計・管理業務を基礎的なスキルの一つとしてみているために、入社後間もない若い技術者をこの業務に配属する場合がある。このため、炉心設計・管理分野においては、良く教育された技術者に対する継続的なニーズがある。

さて、原子炉物理の教育(講義)を、炉心解析の専門家を養成するという視点で 捉えるならば、原子力工学を専攻する人全てに対して原子炉物理の教育を行う必要 がないことは明らかである。このような原子炉物理はいわば「専門としての原子炉物 理」であり、一般的な学問としての「原子炉物理」のイメージはこの観点からのもの であると思われる。

一方、上述の議論に欠落しているのが、以下に示す第二の視点、つまり「教養としての原子 炉物理」という視点である。

原子炉物理はその名のごとく、主として中性子に起因して原子炉内で発生するさ まざまな物理現象をカバーする学問である。原子炉物理は原子炉が原子炉たる所以、 つまり、核分裂の連鎖反応を的確に制御する技術を、理論を背景に説明する唯一の 科目である。その意味では、原子炉物理は、これまで述べてきたように原子力工学の 基盤のひとつであるといっても過言ではないだろう。

最近、若年層の理科離れが問題視されている。科学技術立国を目指している日本 としては看過できない点である。この解決策のひとつとしてサイエンスコミュニケー タが注目を集めている。これは、複雑な理論・背景を持った科学技術を一般の方々 に分かりやすく伝える技術を持った人のことであり、高度な知識を持った技術者と一 般の方々の橋渡しを行うことが期待されている。原子力についても、状況は同じであ ろう。むしろ、原子力については、一般の方々の理解を得ようと努力してきたことから、 このコミュニケーションの難しさについては早くから認識されていたように思われる。

原子力関係の問題を一般の方々に伝える際に最も難しいと思われる点は、原子力 の背景となっている現象や理論に一種の「独特さ」が存在することである。そしてこの 「独特さ」を正確に、かつ分かりやすく伝えるためには、背景となっている理論・技術 にかなりの理解が必要となるように思われる。このために原子力技術の実態が正確 に社会に伝わらず、誤解を招いているケースがあるのではないだろうか。

以下に述べるように、その「独特さ」のうち、多くのものは原子炉物理で取り扱うも ののように思われる。

たとえば、第8章で述べた軽水炉の固有の安全性(負のフィードバック効果)につい て説明することを考えてみよう。この場合、(1)中性子の反応のしやすさは温度によって 異なり、燃料の温度が高いほど中性子が無駄になり(吸収され)やすいこと(ドップラ 効果)、(2)スピードの遅い中性子が核分裂を起こしやすいこと、(3)原子炉の中には中性 子のスピードを遅くするための物質(減速材)が存在すること、(4)核分裂が多くなると 原子炉内の温度が高くなること、(5)温度が高くなると減速材が少なく(密度が小さく) なること、などについての知識が必要となる。これらの多くは原子炉物理でのみ扱うト ピックスである。同様に、核燃料サイクルの説明のためには、第3章、第9章で取り扱っ た燃焼や核変換、転換といったことについての理解が必要である。さらに、安全性に関 していえば、第3章、第7章で学習した即発中性子と遅発中性子の違いも重要である。

原子炉物理の学習をした人が、原子力のもつ「独特さ」を一般の方々に誤解なく伝 えられる程度の知識を身につけることができれば、コミュニケータに要求されるため の資質のひとつを満足できると考えられる。もちろん、コミュニケータの要件は専門 知識だけではない。しかし、正確な知識を身につけた人をある程度の数、世に送り出 せることが可能になれば、原子力技術を誤解なく社会に伝えるという点で意味があ るだろう。 また、原子力工学を学んだ人は、原子力には直接関係しないかもしれないが、エネ ルギー関連分野に就職することも多い。このような人が、日本の基幹エネルギーであ る原子力について最低限の正確な知識を身につけることは必要なことであり、就職後 も役に立つであろう。また、仮に、原子力と直接の関連する分野に就職しなくても、重 要なエネルギー源である原子力について、この教科書で対象としているような知識を 有していることは無駄にはならないだろう。

以上のことから、「教養としての原子炉物理」という考え方は重要であり、原子炉 物理は原子力工学の知識基盤のみならず、より広い人にとっての知識基盤になること が望ましいと考えられる。

# 12.5 より専門的な原子炉物理

本教科書は原子炉物理を初めて学ぶ初学者を対象としているため、原子炉物理の 基礎に絞って説明を行っている。そのため、実際の原子炉の設計や実験の解析に使わ れている様々な物理モデル・計算モデル・数値計算法については全くふれられていな い。

原子炉物理の基礎は、原子炉内の中性子束のエネルギーおよび空間分布を詳細に 計算することである。これは、原子炉を構成する核種の反応断面積が既知であれば、 ボルツマンの輸送方程式を解くことにより原理的には可能となる。しかし、第5章、第 10章で述べたように、全ての核種の微細な反応断面積を再現できるだけの詳細なエ ネルギー解像度(数十万群)と空間解像度(1mm程度の空間メッシュ領域)で数メー トルにおよぶ実際の炉心の解析を行うことは、現実的な計算時間では不可能である。

さらに、原子炉の設計を行うためには、炉心内の中性子束分布を一回求めればす むわけではない。実際の原子炉には冷却材の流量分布や温度分布が存在し、これ らの分布は反応断面積の変化や原子数密度の変化を通じて中性子束に影響を与える

(フィードバック効果、第8章)。そのため、原子炉のある特定の状態を計算するだけ でも、フィードバック効果を考慮して、中性子束分布を繰り返し計算する必要がある。 実際の炉心解析においては、炉心の寿命を通じて様々な炉心状態を解析することか ら、一つの炉心を設計するためには、炉心内の中性子束分布を数千回~数万回計算 する必要がある。さらに、炉心内の燃料配置を決めるためには、数十から数百(場合 によっては数千)の炉心設計案を確認し、最適な設計案を選び出す必要がある。

仮に、上述のように「現実の炉心を忠実に模擬した」詳細な解析モデルを使用して いれば、設計計算に非常に長い時間が必要となることは明らかであろう。しかし、実 際の炉心設計にあてられる時間は無限ではなく限られたものである。計算時間が長 い詳細な解析モデルだけを使用すると、限られた時間では解析を行うことができな いか、解析ができても十分な数の設計案を検討することができず、安全性や経済性 の観点から不十分な炉心設計しかできない可能性が高い。



一方、簡易で計算時間の短い解析モデルを使用する場合を考える。この場合、詳細なモデルに比べて計算精度は劣ると推定されるため、計算誤差を考慮するための 設計余裕をとる必要がある。計算時間の短い解析モデルを用いた場合、多数の設計 案を限られた時間内に検討することは可能であるが、設計余裕を十分にとる必要が あるため、やはり安全性や経済性の観点から十分な設計ができない可能性もある。

以上の議論は、原子炉物理の主要な適用先である炉心設計においては、「計算時間は計算精度と等価である」ことを示している。すなわち、計算時間を短縮することは、計算精度を高めることと同等の意味を持つことになる。この関係を図12.6に示す。

日本国内では50基以上の商業用原子炉が稼働している。これらの原子炉において は、現時点では、ほぼ年に一回燃料交換を行っており、この際に炉心設計を行う必要 がある。第10章で述べたように、炉心設計の良し悪しは原子炉の安全性・経済性に 直接大きな影響を与える。つまり、原子炉物理に対しては、炉心特性を計算するため に要する時間を短縮し、得られた結果の精度を向上するニーズが継続的に存在する ことになる。このため、新しい理論や計算モデルに関する研究が継続的になされてお り、また、新しい研究結果を実際の原子力プラントに適用するチャンスも多い。

原子炉の振る舞いを正確に、かつ短時間に解析するためには、対象とする物理現 象の本質を把握し、それを細心かつ大胆にモデル化する必要がある。このような作業 を行うためには、原子炉物理を正しく理解するとともに、物理現象の本質を見抜く力 量が必要とされる。

また、物理現象のモデル化のみならず、それを実際に数値計算するための効率的 な計算アルゴリズムの開発も重要となる。さらに、同じ計算アルゴリズムを使用して も、計算速度は使用する計算機やプログラム方法によって変化する。

このようなより専門的な原子炉物理を勉強するためには、いくつかの優れた教科書 や参考書が存在する。これらを章末にあげておく。

# 12.6 まとめ

本章では、原子炉物理学の応用的な側面を含め、「なぜ原子炉物理を学習する必要があるのか」について述べてきた。繰り返しになるが、本教科書は原子炉物理の基礎のみを述べたものであり、原子炉物理のごく一部の内容のみが含まれる。

原子炉物理は原子力工学に携わるものの必須の基盤知識であり、本教科書では、 この基盤知識をカバーするように努めた。この基盤知識をしっかり身につけ、さらに 原子炉物理自体に興味を持ってもらえたならば、この教科書が作成された意図は達 成されたことになる。

# Appendix

Ⅰ.主要な物理定数と単位変換
Ⅱ.立体角
Ⅲ.ベクトル解析
Ⅳ.ガウスの発散定理
V.一階および二階の常微分方程式の解法
Ⅵ.双曲線関数
Ⅶ.ルジャンドル関数
Ⅶ.ベッセル関数
Ⅳ.ラプラス変換
X.フーリエ変換

名 称	記号	数值	単 位
物理定数		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
真空中の光速度	с	2.997 924 58×10 <sup>8</sup>	m·s <sup>-1</sup>
アボガドロ数	N <sub>A</sub>	6.022 141 79(30)×10 <sup>23</sup>	$mol^{-1}$
ボルツマン定数	k	$1.380\ 650\ 4(24) \times 10^{-23}$	$J \cdot K^{-1}$
素電荷	е	$1.602\ 176\ 487(40) \times 10^{-19}$	С
プランク定数	h	6.626 068 96(33)×10 <sup>-34</sup>	J·s
静止質量		I	
由始了の塾上所具	1992	1.674 927 211(84)×10 <sup>-27</sup>	kg
甲性丁の靜止負重	m <sub>n</sub>	939.565 346(23)	MeV
阻了の救止所具		1.672 621 637(83)×10 <sup>-27</sup>	kg
<b>肠丁の</b> 閉止負重	m <sub>p</sub>	938.272 013(23)	MeV
電工の熟止筋具		9.109 382 15(45)×10 <sup>-31</sup>	kg
电丁07 即止員里	m <sub>e</sub>	0.510 998 910(13)	MeV
単位			
面了所具嵌合		1.660 538 782(83)×10 <sup>-27</sup>	kg
<b>尿丁貨重</b> 単位	u	931.494 028(23)	MeV
電子ボルト	eV	$1.602\ 176\ 487(40) \times 10^{-19}$	J
ワット	W	1.0	J • s <sup>-1</sup>
キロワット時	kWh	$3.6 \times 10^{6}$	J
メガワット日	MWd	$8.64 \times 10^{10}$	J
反応断面積	barn	$1.0 \times 10^{-28}$	m <sup>2</sup>
吸収線量 (グレイ)	Gy	1.0	$J \cdot kg^{-1}$
線量当量 (シーベルト)	Sv	1.0	$J \cdot kg^{-1}$
放射能 (ベクレル)	Bq	1.0	s <sup>-1</sup>

# I. 主要な物理定数と単位変換

科学技術データ委員会 (CODATA, Committee on Data for Science and Technology) による2006年推奨値。()内は誤差を表し、たとえば、1.2345678(11)×10<sup>9</sup>は1.2345678×10<sup>9</sup>±0.0000011×10<sup>9</sup>を意味する。

# II. 立体角 (Solid angle)

ある物体を見たとき、その物体が視野のどのくらいを占めているかを表す指標が 立体角である。点Oと曲面Cを考える。曲面C上の全ての点と点Oとを直線で結んでで きた錐体を錐体O-Cとおく。この錐体O-Cが点Oを中心とする半径1の球、すなわち 単位球から切り取る図形を曲面C'とおく。この曲面C'の面積のことを、曲面Cの点O に対する立体角Ωという。

ただし、図Ⅱ.1では分かりやすくするためにCとC'を相似形としたが、曲面Cと点O の位置関係によっては必ずしも相似形になるとは限らないことに注意する必要があ る。

次に、微小な立体角dΩを求める。図Ⅱ.2のように単位球から切り取られた曲面C'の面積を考える。

図II.2において、点Aは曲面C'上の任意の点、点Bは点Aからxy平面上に下ろした 垂線の足、θ、φはそれぞれ極角および方位角を表す。

ここで曲面C'内ではAが $\theta$ 方向にd $\theta$ だけ、 $\varphi$ 方向にd $\varphi$ だけ移動できるものと仮定すると、図II.2よりOA=1、OB=sin $\theta$ となり、d $\theta$ とd $\varphi$ を微小量とすると、d $\Omega$ は長方形に近似できる。

図II.3において、点P、Q、R、Sは長方形の各頂点を表す。図II.3より、辺PQについては

$PQ=1 \times d\theta = d\theta$	(Ⅱ.1)
となる。また同様に、辺QRについては	
$QR=\sin\theta \times d\varphi=\sin\theta d\varphi$	(II.2)

となる。したがって、dΩは(II.1)、(II.2)式より、

 $d\Omega = PQ \cdot QR = sin\theta d\theta d\phi$  (II.3)

となる。

また、dΩを全方向で積分すると、(Ⅱ.3)式より、

$$\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$
  
=  $2\pi \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta$   
=  $4\pi$  (II.4)

となる。従って、単位球の表面積4πに等しくなる。これは、立体角Ωが単位球で定義 されていることからも妥当である。また、求める体系が1/8対称、1/4対称のときはそ れぞれ1/8球、1/4球で考慮することができる。 ここで、1/8球の全立体角は



$$\begin{split} \Omega = & \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \\ &= \frac{\pi}{2} \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta \, d\theta \quad \dots \qquad (II.5) \\ &= \frac{\pi}{2} \end{split}$$
 となる。また同様に、1/4球の全立体角については  $\Omega = & \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{0}^{\pi} \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \\ &= & \frac{\pi}{2} \int_{0}^{\pi} \sin\theta \, d\theta \qquad \dots \qquad (II.6) \\ &= & \pi \end{split}$ 

となる。

# III. ベクトル解析 (Vector calculus)

物理を含む諸科学には様々な物理量が存在する。温度、質量、速度、圧力などは 普段の生活でも聞いたことがあるであろう。それらの中には大きさのみで表されるも のと、大きさと向きの二つで表されるものがある。代表的な物理量の中で前者に該当 するものには質量、電荷、諸定数などがあり、これらをスカラーという。また、後者に 該当するものには速度、加速度、力などがあり、これらをベクトルという。ベクトルの 表記には、xのように文字の上に矢印をつける場合もあるが、ここではxのように太 文字(ボールド)を用いて表す。

ベクトルxを図形的に表すと図Ⅲ.1のように矢印で表された線分POとなる。ベクトル xはPからQへの方向をもっている。また、線分PQの長さをベクトルxの大きさといい |x|と表す。図Ⅲ.2に示すように、2つのベクトルx,yがあり、その大きさと向きが一致し ている場合、両者は等しいといえ、



図Ⅲ.1 ベクトルの幾何学的表現

x=y 図Ⅲ.2 ベクトルの相等

ベクトルxと任意のスカラーkに対し、スカラーとベクトルの積(ベクトルのスカラ倍) kxを以下のように定義する。

1) kxの大きさは|k|×|x|

2) k>0であればkxの方向はxと同じ、k<0であればkxの方向はxの逆方向

この定義を図で示すと、図Ⅲ.3のようになる。

二つのベクトルx,yの和x+yは、xの終点とyの始点を結合して作られる折れ曲がっ た矢印の始点 (xの始点) と終点 (yの終点) を結んだものとなる。これを図に表すと、 図III.4のようになる。図から2つのベクトルの和x+yは、ベクトルxとベクトルyをそれぞ れ一辺とする平行四辺形の対角線であることがわかる。また、2つのベクトルx,yの差 x-yは、先のスカラーとベクトルの積の定義からx+(-y)と考えると、図Ⅲ.5のようにな ることがわかる。



図Ⅲ.3 ベクトルのスカラー倍

図Ⅲ.4 ベクトルの和

図Ⅲ.5 ベクトルの差

# Appendix



### Ⅲ.1 ベクトルの内積

次に四則演算における積に相当するものを定義する。ベクトルの積にはいくつか種 類が存在するが、最も使われるのは次に定義する内積である。

 $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = |\mathbf{x}| |\mathbf{y}| \cos\theta$  (III.2)

ここで、θは2つのベクトルx,yがなす角である。またベクトルx,yの間の「・」は内積を示す記号で、スカラーの計算において掛け算を示す「×」を書いたり、省略したりすると内積とは異なる演算になるので注意が必要である。

内積を図形的に定義すると図Ⅲ.6のようになる。

図Ⅲ.6に示すように、内積とは、一方のベクトルから他方のベクトルへ射影をおろしたとき、それらの長さの積で与えられる。

内積には以下の性質がある。

**x**·(**y**+**z**)=**x**·**y**+**x**·**z**(分配法則) (Ⅲ.4)

# Ⅲ.2座標系の導入

# Ⅲ.2.1 直交座標系

空間の一点を一意的に指定したいときは、まず基準となる点(原点)を定め、そこからの変位量を指定すればよい。その中で最も使われる方法は、直交する3つの軸を 設定したxyz座標である。これを図示すると、図Ⅲ.7のようになる。

座標を導入すると、矢印で表された線分であったベクトルは、始点を原点におくこ とにより3数の組で表すことができる。すなわち、図Ⅲ.7のベクトルであれば

 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) \quad (III.6)$ 

という具合である。x1,x2およびx3は設定した座標系に関するxの成分と呼ばれる。

ベクトルの成分をxyz(直交)座標系で定義すると、ベクトルの和、スカラー倍、内 積が以下のように定義される。

 $\mathbf{x}=(x_1,x_2,x_3), \mathbf{y}=(y_1,y_2,y_3), kが任意のスカラーのとき、$ 

 $\mathbf{x} + \mathbf{y} = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, x_3 + y_3) \dots (II.7)$ 

- $k\mathbf{x} = (kx_1, kx_2, kx_3) \quad (III.8)$
- $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 \cdots (\mathbb{II}.9)$

となる。



図Ⅲ.7 (x1,x2,x3) 直交座標系とベクトル

ここまでの説明で、空間の代表点を指定する座標について理解できたと思う。物 理では、さらに計算を簡単にするために特殊な座標系を用いることがある。それが円 柱座標系と球座標系である。

# Ⅲ.2.2 円柱座標系

円柱座標系はxyz直交座標系のxy平面を極座標で表し、z軸に関しては直交座標 系のものをそのまま使う座標系である。これを図示すると図Ⅲ.8のようになる。 xyz直交座標系から円柱座標系への変換は次の式で定義される。



 $x_2 = \rho \sin \varphi$  ..... (II.11)

*x*<sub>3</sub>=*x*<sub>3</sub>······ (II.12)

円柱座標はz軸に対して対称な柱状または筒状の体系の計算に向いている。



図II.8 (ρ,φ,x<sub>3</sub>)円柱座標系とベクトル

Ⅲ.2.3 球座標系

球座標は原点からの距離r、xyz直交座標系におけるxy平面上のx軸に対する角度 φ、z軸に対する角度θの三つをもって位置を表す。これを図示すると図Ⅲ.9のようにな 30

xyz直交座標系から球座標系への変換は次の式で定義される。



 $x_2 = r \sin\theta \sin\varphi \quad \dots \qquad (II.14)$ 

 $x_3 = r \cos \theta \quad \dots \quad (III.15)$ 

球座標は球対称をもつ体系の計算に向いているほか、方向を示す成分φ、θと大き さを示す成分rが独立しているため、向きと大きさの二つで表されるベクトルの直感 的な理解がしやすいという特徴がある。

# Ⅲ.3 原子炉物理で用いられるベクトル演算子

いままでに出てきたベクトルは向き、大きさが一定の定ベクトルであった。しかし実際に物理で扱うベクトルは、たとえば時刻tの変化に伴って向き、大きさが変化するようなベクトル関数であることが多い。関数を考える場合は、その変化を知るために微積分が重要になってくる。ここでは特に原子炉物理の分野で重要となる、ベクトル関数のいくつかの微分演算について述べる。

Ⅲ.3.1 勾配 (gradient)

あるスカラーの関数¢があるとき、その勾配をgrad¢もしくは∇¢と書く。たとえば xyz直交座標系で考えるとその定義は

$$\operatorname{grad} \phi = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial \phi}{\partial z}\right) \dots (II.16)$$

となる。

gradの物理的なイメージは以下のように考えるとわかりやすい。いま、図Ⅲ.10に示 すような*z=f(x, y*)という曲面を考える。

この曲面のとある一点(a,b,f(a,b))にボールを置くと、ボールはどの方向に転が るだろうか?答えは、「もっとも勾配のきつい方向」である。これがgradの物理的なイ メージである。この場合、その方向は-grad f(x,y)となる。

また、円柱座標系および球座標系の勾配は以下のように定義される。

円柱座標系: grad
$$\phi = \left(\frac{\partial \phi}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \varphi}, \frac{\partial \phi}{\partial z}\right)$$
 (Ⅲ.17)

球座標: 
$$\operatorname{grad}\phi = \left(\frac{\partial\phi}{\partial r}, \frac{1}{r}\frac{\partial\phi}{\partial \theta}, \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\phi}{\partial \varphi}\right)$$
 ..... (Ⅲ.18)

### Ⅲ.3.2 発散 (divergence)

次にベクトルの発散について定義する。ベクトルAの発散はdivAもしくは $\nabla$ -Aと書く。 いまベクトルAをA=( $A_x(x,y,z), A_y(x,y,z), A_z(x,y,z)$ )とし、xyz座標系で考えると発散の 定義は



$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \qquad (III.19)$$

となる。

(Ⅲ.16)式で定義した勾配と(Ⅲ.19)式で定義した発散を比較すると、ともにxyz 各座標で偏微分している形をしており非常に似ていることがわかる。しかし、一見似 ているように見えるがこの二つの意味は大きく異なる。(Ⅲ.16)式の右辺は三つの偏 微分が括弧で覆われており座標、すなわちベクトルを示している。一方、(Ⅲ.19)式の 右辺は三つの偏微分の合計でありスカラー量である。また、(Ⅲ.16)式の左辺にて gradはスカラーに作用しているが、(Ⅲ.19)式の左辺にてdivはベクトルに作用してい る。まとめると、勾配はスカラーからベクトルを計算し、発散はベクトルからスカラー を計算するのである。

divの物理的なイメージは、直方体中を流れる流体を考えるとよい。図Ⅱ.11に示す 直方体領域ABCD-A'B'C'D'とそこを流れる流体を考える。もっとも簡単な場合とし て、図Ⅲ.11の流入量と流出量が異なっていれば、(ほかの面からの流入・流出が無い ものとすると)、直方体領域内で流体の湧き出しもしくは吸収が存在することとなる。 流入量と流出量が異なっているため、 $V_x \neq V_x + \Delta x \frac{\partial V_x}{\partial x}$ つまり、 $\Delta x \frac{\partial V_x}{\partial x}$ 分だけ直方

体領域内で流体が湧き出しているもしくは吸収されていることになる。この点について、以下により詳しく一般的な場合について議論する。

いま、図中のA点での流入量をV<sub>x</sub>とする。すると、A'点からの流出量はV<sub>x</sub>のx方向 の変化量 $\partial V_x/\partial x$ と領域のx方向の長さ $\Delta x$ の積とV<sub>x</sub>の合計で表されV<sub>x</sub> + $\Delta x \frac{\partial V_x}{\partial x}$ となる。 よって、その差は $\Delta x \frac{\partial V_x}{\partial x}$ となる。同様に、図中のD点での流入量はA'点のときと同様 に考えて V<sub>x</sub> + $\Delta y \frac{\partial V_x}{\partial y}$ となる。D'点での流出量は少し長くなるが

$$V_x + \Delta y \frac{\partial V_x}{\partial y} + \Delta x \frac{\partial}{\partial x} \left( V_x + \Delta y \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) = V_x + \Delta y \frac{\partial V_x}{\partial y} + \Delta x \frac{\partial V_x}{\partial x} + \Delta x \Delta y \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial V_x}{\partial y} \quad (\text{III.20})$$

となる。ここで直方体領域が十分小さければ、x方向の流れはほぼ一様と考えることが でき、二次の変化量(Ⅲ.20式の右辺第四項)は無視できる。したがって、DD'の差はAA 'と同様に $\Delta x \frac{\partial V_x}{\partial x}$ となる。以上のこと(流出量と流入量の差の計算)はBB'とCC'でも成り 立つので、ABCD面からA'B'C'D'面への流出量と流入量の差は単位面積当たり $\Delta x \frac{\partial V_x}{\partial x}$ といえる。よって、この領域のx方向の流出量と流入量の差はABCD面の面積 $\Delta y \Delta z$ を考慮して $\Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial V_x}{\partial x}$ となる。同じようにy方向、z方向について考えると $\Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial V_y}{\partial y}$ 、



 $\Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial V_z}{\partial z}$ となるので、この領域の流出量と流入量の差は

$$\Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial V_x}{\partial x} + \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial V_y}{\partial y} + \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial V_z}{\partial z} \dots (II.21)$$

となる。これを領域の体積ΔxΔyΔzで割れば単位体積あたりの流出量と流入量の差と なり

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = \operatorname{div} \mathbf{V} \quad \dots \qquad (III.22)$$

となる。(III. 22) 式のdivVが0であるとき、単位体積あたりの流出量と流入量の差は なく、一様な流れがあるといえる。divV>0であれば、その領域内に湧き出すところが あり、divV<0であれば、領域内に吸い込むところがあるといえる。この湧き出しと吸 い込みは、2次元であれば温泉の湧き出し口と排水口、3次元であれば宇宙のどこか にあるとされるホワイトホールとブラックホールのイメージで考えてもらえばよい。

また、体系が定常でなく、かつ湧き出しと吸い込みがない場合、divV>0であれば、 流出量の方が流入量より大きく、その領域内の流体が「減りつつある」状態であり、 逆にdivV<0であれば、流出量の方が流入量より小さく、領域内の流体が「増えつつあ る」状態であるというようにも解釈できる。以上が発散の物理的なイメージである。

なお、円柱座標系および球座標系の発散は以下のように定義される。

円柱座標系: div
$$\phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$
 (Ⅲ.23)

球座標系: 
$$\operatorname{div}\phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 A_r \right) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta A_\theta \right) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$$
 (II.24)

Ⅲ.3.3 ラプラシアン (laplacian)

ここまでにスカラーの勾配とベクトルの発散を定義した。これらはすなわち、grad はスカラー場 (スカラー分布) からベクトルを計算する、またdivはベクトルからスカ ラーを計算するものであった。さらに、この2つを組み合わせたΔ (ラプラシアン)を定 義する。Δは以下の式で定義される。

$$\Delta \phi = \operatorname{div} \operatorname{grad} \phi = \nabla \cdot \nabla \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad \dots \qquad (II.25)$$

ラプラシアンは、次のラプラス方程式やその変形した式などで用いられることが多く、広く物理分野で見られる。

ラプラシアンの物理的な意味について、ラプラス方程式を変形した式を用いて考え よう。今、スカラー分布として位置x、時刻tに依存する温度分布T(x,t)を考える。接し ている2領域の領域間を移動する熱量は、領域間の温度差が大きいほど大きくなる。 要するに、非常に熱いものと冷たいものが接していれば大きな熱量の移動が起きる が、暖かいものとぬるいものが接しているならば、熱量の移動は小さくなるというわ けである。これはすなわち、温度分布の熱量の移動h(x,t)は温度分布の勾配に比例 し、

と定義できる。ここでκは熱伝導率である。なおh(x,t)はスカラーT(x,t)のgradである ため、ベクトルであることに注意。次に、熱の流入・流出について考える。先の定義で、 とある単位体積の領域への流出量と流入量の差は発散(div)で定義される。これより、 単位体積の領域にて増加する正味の熱量は

と定義できる。正味の熱量が変化するということは、その領域の温度が変化したとい

うことである。したがって、温度変化dT(x,t)/dtは熱容量cを用いて、

$$c \frac{\partial T(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \operatorname{div} \left( \kappa \operatorname{grad} T(\mathbf{x},t) \right) \qquad (III.29)$$

となる。c, ĸが位置、時間に依存しないのであれば、上式は

となる。この式は熱伝導方程式と呼ばれる拡散方程式の一つで、さまざまな分野に 現れる重要な方程式である。このようにラプラシアンは、あるスカラー分布の勾配で 定義されるベクトル分布の流入・流出を与えるもので、物理的には、たとえば温度や 濃度などの拡散現象を記述するのに使われる。また、炉物理においては、物質中にお ける中性子の拡散を記述するために用いられる。

なお、円柱座標系および球座標系のラプラシアンは以下のように定義される。

円柱座標系: 
$$\Delta \phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$$
 .....(Ⅲ.31)

球座標系: 
$$\Delta \phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varphi^2}$$
 (Ⅲ.32)

# IV. ガウスの発散定理 (Gauss divergence theorem)

ベクトル場におけるガウスの発散定理とは、「ある閉じた空間全体にわたってベクト ルの発散を積分した値が、その閉空間の表面全体にわたってベクトルの法線成分を 積分した値と等しくなる。」ということであり、次式のように表せる。

$$\iiint_{V} \operatorname{div} \mathbf{F} dV = \iint_{S} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS \qquad (\text{IV.1})$$

ここで、Fは閉空間内の任意のベクトル、nは体積Vの表面Sの外向き単位法線ベクトルである。

このガウスの発散定理は、物理的にどのようなことを意味しているのか。体積変化 のない流体の例を用いて説明するとイメージしやすいだろう。vを流体の速度ベクトル とすると、div vは(Appendix II.3.2より)単位体積、単位時間当たりの湧き出し量を 表すので、(IV.1)式の左辺は単位時間あたりに閉空間から湧き出す流体の量の合計 であることがわかる。一方、(IV.1)式の右辺は単位時間に曲面を通過して外部に出る 量を表している。つまり、定常状態では「閉空間内から湧き出す量と閉空間表面を通 過する量は等しい。」ということを主張しているのが、発散定理である。

図IV.1のような直交座標系(x,y,z)を用いることで、(IV.1)式は容易に証明できる。この直交座標系に閉空間Vがあるとする。この閉空間は閉曲面Sに囲まれているとし、また、この閉曲面Sは上下2つの曲面、S1とS2からできているものとする。xy平面上への閉空間Vの正射影をMとし、S1、S2をそれぞれ



とする。閉空間内の任意のベクトル $F(F_1,F_2,F_3)$ を定義して、 $\frac{\partial F_3}{\partial z}$ の閉空間Vでの積分を考えると、



図IV.1 直交座標系における閉空間 Vと正射影 M

となる。ところで、閉空間Vというのは、「正射影MからS<sub>1</sub>までの領域」から「正射影M からS<sub>2</sub>までの領域」を差し引いた領域にほかならないので、(IV.3)式は変形できて

となる。

ここで、閉曲面の上の部分S<sub>1</sub>について、S<sub>1</sub>曲面に対する単位法線ベクトルn<sub>1</sub>とz軸方向の単位ベクトルkとのなす角はy<sub>1</sub>であるとすると、

となる。同様に、閉曲面の下の部分 $S_2$ について、 $S_2$ 曲面に対する単位法線ベクトル $\mathbf{n}_2$ とz軸方向の単位ベクトル $\mathbf{k}$ とのなす角は $y_2$ であるとすると、

 $dxdy = \cos y_2 dS_2 = \mathbf{k} \cdot \mathbf{n}_2 dS_2 \quad \dots \quad (\mathbb{N}.6)$ 

となる。このことから、(IV.4) 式は

$$\iint_{M} F_{3}(x, y, f) dx dy - \iint_{M} F_{3}(x, y, g) dx dy = \iint_{S_{1}} F_{3} \mathbf{k} \cdot \mathbf{n} dS + \iint_{S_{2}} F_{3} \mathbf{k} \cdot \mathbf{n} dS$$
$$= \iint_{S} F_{3} \mathbf{k} \cdot \mathbf{n} dS \qquad \cdots \qquad (\mathbb{W}.7)$$

となる。xz平面、yz平面も同様に、

$$\iiint_{V} \frac{\partial F_{1}}{\partial x} dV = \iint_{S} F_{1} \mathbf{i} \cdot \mathbf{n} dS \dots$$
(IV.8)

$$\iiint_{V} \frac{\partial F_{2}}{\partial y} dV = \iint_{S} F_{2} \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} dS \dots (\mathbb{W}.9)$$

となる。ここでi,jはそれぞれx軸、y軸方向の単位ベクトルである。(IV.7)式から (IV.9)式までを足し合わせると(IV.1)式になり、ガウスの発散定理は証明された。

# V. 一階および二階の常微分方程式の解法

#### V.1 一階常微分方程式

微分方程式とは、方程式の中に微分項、つまり導関数が入っている方程式である。 ここでは (V.1) 式のような一階線形微分方程式の解法を示す。f(t)が求めるべき未知 関数であり、aは定数、Q(t)は既知の連続関数である。

 $\frac{d}{dt}f(t) + af(t) = Q(t) \qquad (V.1)$ 

ここでは、(V.1)式の右辺Q(t)が、①Q(t)=0の場合、②Q(t)=(一定)の場合および③Q(t)=(任意の連続関数)の場合の3パターンについての解法を紹介する。 ①Q(t)=0の場合

このとき、(V.1)式は(V.2)式のようになる。このような形の微分方程式は、一般的に斉次形と呼ばれる。

$$\frac{d}{dt}f(t) + af(t) = 0 \quad (\nabla.2)$$

(V.2)式を満たす任意関数は、 $f(t)=Ce^{-at}$ である。Cは未定定数である。

 $f(t) = Ce^{-at} \tag{V.3}$ 

<u>②Q(t)=(一定)の場合</u>

(V.1) 式の右辺が一定値Aである場合、すなわちQ(t)=Aとなる場合、(V.1) 式は (V.4) 式のように表される。このような形の微分方程式、すなわちQ(t)が零でないも のは一般的に非斉次形と呼ばれる。

$$\frac{d}{dt}f(t) + af(t) = A \quad \dots \qquad (V.4)$$

ここで (V.4) 式の解が、(V.2) 式を解いた場合と同様に、 $f(t) = Ce^{-at}$ といった形で 表せると仮定する。ただし、前項で未定定数として扱ったCはた関わる任意の関数 C(t)であり、 $f(t) = C(t)e^{-at}$ とする(これを「未定定数法」という)。 $f(t) = C(t)e^{-at}$ を(V.4) 式に代入すると(V.5) 式を得る。

$$\frac{d}{dt}\left\{C(t)e^{-at}\right\} + a\left\{C(t)e^{-at}\right\} = A$$
$$C'(t)e^{-at} - aC(t)e^{-at} + a\left\{C(t)e^{-at}\right\} = A$$
$$C'(t)e^{-at} = A$$

よって

(V.5)式は単純な一階微分だからC(t)が決定される。

$$C(t) = \frac{A}{a}e^{at} + C \qquad (V.6)$$

よって、f(t)は (V.7) 式となる。

24

$$f(t) = C(t)e^{-at} = Ce^{-at} + \frac{A}{a} \qquad (V.7)$$

<u>③Q(t)=任意の場合</u>

最後にQ(t)=任意の場合、つまりどのようなQ(t)でも適用可能な解法を紹介する。 まず、(V.1)式の両辺に $e^{at}$ をかける。これで左辺を $e^{at}f(t)$ の一階微分の形で表現する ことができる。

$$e^{at}\frac{d}{dt}f(t)+e^{at}af(t)=e^{at}Q(t)$$

$$\frac{d}{dt}\left(e^{at}f(t)\right) = e^{at}Q(t) \qquad (V.8)$$

(V.8) 式の両辺をtで積分すると、(V.9) 式を得る。

$$e^{at}f(t) = \int e^{at}Q(t)dt + C \quad (V.9)$$

(V.9) 式よりf(t)は (V.10) 式となる。

$$f(t) = e^{-at} \left( \int e^{at} Q(t) dt + C \right) \quad \dots \quad (V.10)$$

Q(t)=0の場合、(V.3)式に、Q(t)=Aの場合、(V.7)式になる。

# V.2 二階常微分方程式

ここでは、原子炉物理でよく扱われる、(V.11)式のような二階線形微分方程式の 解法を示す。一階の微分項が入っていないことに注意。

$$\frac{d^2}{dt^2}f(t) + af(t) = Q(t) \quad \dots \qquad (V.11)$$

ー階常微分方程式の際と同様に、①Q(t)=0の場合、②Q(t)=(一定)の場合および ③Q(t)=(任意)の場合の3パターンについての解法を紹介する。 ①Q(t)=0の場合

(V.11) 式の右辺が0の場合の解法を考える。

 $\frac{d^2}{dx^2}f(t) + af(t) = 0 \qquad (V.12)$ 

まず、f(t)は $e^{t}$ を用いて表すことができる関数、すなわち $f(t) = Ce^{\lambda t}$ であると仮定する。  $\lambda$ は任意の定数である。この仮定のもと、 $f(t) = Ce^{\lambda t}$ を(V.12)に代入する。すると、 $\lambda$ だ けの方程式を得る。

$\lambda^2 C e^{\lambda t} + a C e^{\lambda t} = 0$	
$\lambda^2 + a = 0$ ·····	(V.13)
(V.13)式より、λが決定される。	
$\lambda_1 = \sqrt{-a}, \ \lambda_2 = -\sqrt{-a}$	(V.14)
$(V.14)$ 式より $(V.12)$ 式の解は $f_1(t)$ および $f_2(t)$ となる。 $C_1$ 、 $C_2$ は未定定	数である。
$f_1(t) = C_1 e^{\lambda_1 t}, f_2(t) = C_2 e^{\lambda_2 t}$	(V.15)
$f_1(t)$ および $f_2(t)$ は共に (V.12) 式の解であるから、 $f_1(t)$ 、 $f_2(t)$ を線形ものも微分方程式の解となる。	<b>ジ結合させた</b>
$f(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}  \dots$	(V.16)
(V.16) 式は (V.12) 式に対する一般解と呼ばれる。これはf <sub>1</sub> (t)およ	びf <sub>2</sub> (t)の両
方を含んでおり、(V.12)式を常に満たすことができる解である。よって、	(V.16) 式が、
求めるべき (V.12) 式の解となる。	

なお、aが正の場合、

 $e^{\lambda_1} = e^{\sqrt{-a}} = e^{i\sqrt{a}} = \cos\sqrt{a} + i\sin\sqrt{a}$ 

 $e^{\lambda_2} = e^{-\sqrt{-a}} = e^{-i\sqrt{a}} = \cos\sqrt{a} - i\sin\sqrt{a}$ 

を考慮すると、 $f(t) = C_1 \cos \sqrt{a} + C_2 \sin \sqrt{a}$  と書くことができる ( $C_1$ 、 $C_2 は V.16 式 の C_1$ 、  $C_2 と は異なる値になることに注意)。$ 

第4章で述べた固定中性子源を考慮した拡散方程式では、aは負の値であり、中 性子束は(V.16)式の形、つまり、指数関数(若しくはAppendix VIで述べる双曲線 関数)を用いて与えられる。一方、第5章で述べた核分裂中性子源を考慮した拡散方 程式では、一般的にaは正の値となり、中性子束は、上記のように三角関数で与えら れる。なお、核分裂を考慮した拡散方程式でも、核分裂中性子源 ( $v\Sigma_f \phi/k$ ) が吸収量 ( $\Sigma_a \phi$ )より小さければ、aの値は負となり、中性子束は指数関数 (若しくは双曲線関 数)で与えられる。このようなケースは、多領域の原子炉において、特定の領域の無 限増倍率が原子炉全体の実効増倍率より小さい場合に発生する。すなわち、 $v\Sigma_f \phi/k < \Sigma_a \phi$ より、 $v\Sigma_f \phi/\Sigma_a \phi = k_\infty < k$ のとき、このような状態になる。 ②Q(t) = (-定)の場合

(V.11) 式の右辺が一定値Aである場合、(V.11) 式は(V.17) 式で表される。

$$\frac{d^2}{dt^2}f(t) + af(t) = A \qquad (V.17)$$

非斉次形の一般解は、斉次形の一般解 $f_h(t)$ と非斉次形の特解 $f_p(t)$ の線形結合、 $f(t) = f_h(t) + f_p(t)$ で表される。斉次形の一般解 $f_h(t)$ は、すでに①で求めたので、ここでは特解 $f_p(t)$ の求め方を示す。

特解を求める際は、一般には定数変化法を用いる。特解を $f_p(t) = C(t)e^{\lambda_1 t}$ と仮定する。ただし、 $\lambda_1$ は (V.14) 式のものである。ここでは $\lambda_1$ を用いて特解を仮定しているが、 $\lambda_2$ を用いてもかまわない。 $f_p(t) = C(t)e^{\lambda_1 t}$ を(V.17) 式に代入して整理する。

(V.18)

 $C''(t)e^{\lambda_{1}t} + 2\lambda_{1}C'(t)e^{\lambda_{1}t} + \lambda_{1}^{2}C(t)e^{\lambda_{1}t} + aC(t)e^{\lambda_{1}t} = A$  $C''(t) + 2\lambda_{1}C'(t) + C(t)(\lambda_{1}^{2} + a) = Ae^{-\lambda_{1}t} \dots$ 

$$C''(t) + 2\lambda_1 C'(t) = A e^{-\lambda_1 t} \qquad (V.19)$$

となる。

C'(t)=B(t)とおくと、(V.19)式はB(t)に関する一階の常微分方程式となり、C(t)を決定することができる。

$$B'(t) + 2\lambda_1 B(t) = A e^{-\lambda_1 t}$$

これより

$$B(t) = -\frac{A}{\lambda_1}e^{-\lambda_1}$$

B(t)=C'(t)  $\downarrow$  b

$$C'(t) = -\frac{A}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 t}$$

したがって $\lambda_1^2 = -a$ を用いると、

$$C(t) = \frac{A}{\lambda_1^2} e^{-\lambda_1 t} = -\frac{A}{a} e^{-\lambda_1 t} \qquad (V.20)$$

よって特解fo(t)は (V.21) 式となる。

$$f_p(t) = -\frac{A}{a}e^{-\lambda_1 t}e^{\lambda_1 t} = -\frac{A}{a}$$
(V.21)

以上より、(V.17)式に対する一般解は(V.16)式を用いて、

$$f(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} - \frac{A}{a} \qquad (V.22)$$

となる。

③Q(t)=任意の場合<sup>(注V.1)</sup>

Q(t)が一定ではなく、任意である場合の特解の導出法を示す。特解を  $f_p(t)=C(t)e^{\lambda_1 t}$ と仮定し、定数変化法を用いて求める。Q(t)=(-定)の場合と同様に

注V.1:原子炉の炉心計算によく用いられ る近代ノード法では、Q(t)を2次の多項式 で近似することが良く行われる。たとえば、  $Q(t)=at^2+\beta t+y$ とすると、一般解は、

原子炉物理

 $f_p(t) = C(t)e^{\lambda_1 t}$ を(V.11)式に代入して整理すると(V.23)式を得る。

 $C''(t)+C'(t)(2\lambda_1)=Q(t)e^{-\lambda_1 t} \qquad (V.23)$ 

C'(t)=B(t)とおくと、(V.23)式はB(t)に関する一階の常微分方程式となり、V.1③で 扱った微分方程式と同じ形になるため、(V.10)式を利用して特解を決定することが できる。

$$f_p(t) = C(t)e^{\lambda_1 t} = e^{\lambda_1 t} \int B(t)dt \qquad (V.24)$$

以上より一般解は以下の式で表される。

$$f(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + e^{\lambda_1 t} \int B(t) dt \quad \dots \quad (V.25)$$

<b>VI. 双曲線関数 (Hyperbolic function)</b> 微分方程式 (VI.1) 式の解はsin(x)、cos(x)である。	
$\frac{d^2}{dx^2}f(x) = -f(x)  \dots \qquad (VI.1)$	
一方、(VI.2) 式の解はe <sup>x</sup> 、e <sup>-x</sup> である。	
$\frac{d^2}{dx^2}f(x) = f(x) \dots \tag{VI.2}$	
(VI.1) 式および (VI.2) 式は、右辺の係数が異なるだけであるため、両者の解 じように扱うことができれば便利である。そこで、(VI.2) 式の解であるe <sup>x</sup> 、e <sup>-x</sup> を求 して双曲線関数を下記のように定義する。	を同 利用
$\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ (VI.3)	
$\cosh(x) = \frac{1}{2}(e^{x} + e^{-x})$ (VI.4)	
また、(VI.3) 式および (VI.4) 式を利用して、	
$\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.$ (VI.5)	
<ul> <li>(Ⅵ.3) 式~(Ⅵ.5) 式の双曲線関数を図Ⅵ.1に示す。</li> <li>なお、cosh(x)が描く曲線を懸垂線と言い、ひもの両端を固定し、つるしたときに</li> <li>きる曲線を表すときに使用される。</li> <li>また図Ⅵ.1より、sinh(x)は奇関数で値域は(-∞,∞)となり、cosh(x)は偶関数で</li> <li>は[1,∞)となることがわかる。また、tanhは奇関数で値域は(-1,1)である。</li> <li>双曲線関数を(Ⅵ.3)~(Ⅵ.5) 式のように書き表す利点について述べる。</li> <li>(Ⅵ.2) 式の一般解は</li> </ul>	こで直域
$f(x) = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$ (VI.6)	
となる。しかし上記の双曲線関数を用いることによって、	
$f(x) = C'_{1} \cosh(x) + C'_{2} \sinh(x) \cdots (VI.7)$	
と書くこともできる。 ここで、 <i>f</i> ( <i>x</i> )が奇関数や偶関数であることが既知であるとする。(VI.6)式の場合 は境界条件などを用い、 <i>f</i> ( <i>x</i> )を求める際に2つの未定定数 <i>C</i> <sub>1</sub> 、 <i>C</i> <sub>2</sub> を求める必要が しかし(VI.7)式の場合、 <i>f</i> ( <i>x</i> )が奇関数ならばsinh( <i>x</i> )のみの項で表すことができ、	合で ある。 また
5	
$3 - \cosh(x)$	
$\tanh(x)$	

-2

 $\sinh(x)$ 

-1

 $0 \\ x$ 

1

2

3

0 -1

 $\begin{array}{c|c}
-2 \\
-3 \\
-4 \\
-5 \\
3
\end{array}$ 

図VI.1 双曲線関数

f(x)が偶関数ならば、cosh(x)のみの項で表すことができる。このように、対象とする 関数によっては、(VI.7)式の方がf(x)をより簡単に求めることができる。 最後に双曲線関数の性質について述べる。 双曲線関数には以下の加法定理が成り立つ。  $\sinh(\alpha \pm \beta) = \sinh(\alpha) \cosh(\beta) \pm \cosh(\alpha) \sinh(\beta)$  ..... (VI.8)  $\cosh(\alpha \pm \beta) = \cosh(\alpha) \cosh(\beta) \pm \sinh(\alpha) \sinh(\beta) \cdots (VI.9)$ このように、双曲線関数には三角関数と似た性質がある。また変数を複素数まで 拡張すれば、  $\sinh(ix) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2} = i\sin(x)$  (VI.11) となる。 また、導関数は  $\frac{d}{dx}\sinh(x) = \cosh(x) \qquad (\text{VI.12})$  $\frac{d}{dx}\cosh(x) = \sinh(x) \dots \qquad (\text{VI.13})$ となるので、cosh(x)、sinh(x)は前述のようにいずれも二階微分方程式  $\frac{d^2}{dx^2}f(x) = f(x)$ の解であり、この微分方程式の基本解のひとつとなる。なお、  $\frac{d}{dx}\tanh(x) = \frac{1}{\cosh^2(x)} \qquad (VI.14)$ である。 同様に積分に関しても、  $\int \cosh(x) dx = \sinh(x) + C$ (VI.15)  $\int \sinh(x) dx = \cosh(x) + C$ (VI.16)  $\int \tanh(x) dx = \ln|\cosh(x)| + C$ (VI.17) となる。またex、exは(VI.3)、(VI.4)式よりそれぞれ  $e^x = \cosh(x) + \sinh(x)$  ..... (VI.18)  $e^{-x} = \cosh(x) - \sinh(x) \cdots$ (VI.19)

となる。

# VII. ルジャンドル関数 (Legendre functions)

ルジャンドル関数は、特殊関数の一種であり、フーリエ級数などと同じように関数 の級数展開に用いられる。

まず、ルジャンドル微分方程式について説明する。nを任意の実数とする次式の微 分方程式をルジャンドル微分方程式といい、これを満たす解をルジャンドル関数とい う。

 $(1-x^2)y''-2xy'+n(n+1)y=0$  ..... (VII.1)

この微分方程式は、球座標系 ( $r, \theta, \varphi$ ) において $\varphi$ が独立なとき、つまり $u=\mathbf{R}(r)\Theta(\theta)$ と書ける場合のラプラス方程式 $\nabla^2 u(r, \theta)=0$ などから得られる。 $n=0,1,2,3,\cdots$  (0以上の整数) のとき、( $\mathbb{VI}.1$ ) 式の一般解は多項式で ( $\mathbb{VI}.2$ ) 式のように与えられるとする。

$$y = \sum_{m=0}^{\infty} C_m x^m \quad \dots \qquad (\text{VI}.2)$$

(Ψ.2) 式を (Ψ.1) 式に代入し $C_{m+2} \geq C_m$ の漸化式を導き、 $C_0=1$ 、 $C_1=0$ あるいは  $C_0=0$ 、 $C_1=1$ という条件を与えることで (Ψ.3) 式を導き出せる。前者の条件の下で 得られる解を、第1種のルジャンドル関数あるいはルジャンドル多項式 (Legendre polynomials) といい、 $P_n(x)$ と表記する。一方、後者の条件の下で得られる解を、第2 種のルジャンドル関数 (Legendre function of the second kind) といい、 $Q_n(x)$ と表記 する。このとき、 $P_n(x) \geq Q_n(x)$ は、それぞれ独立した解であり、(Ψ.1) 式の一般解は 次のように与えられる。

 $y_n(x) = D_1 P_n(x) + D_2 Q_n(x)$  (VII.3)

ここでD1、D2は任意の定数である。

特に重要なのがルジャンドル多項式Pn(x)であり、次の式で表される。

$$P_n(x) = \frac{(2n)!}{(n!)^2 \cdot 2^n} \left\{ x^n - \frac{n(n-1)}{2(2n-1)} x^{n-2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2 \cdot 4(2n-1)(2n-3)} x^{n-4} - \cdots \right\} \cdots \quad (\mathbb{VI}.4)$$

なお、(W1.4)式は0以上の全ての整数nに対し、 $P_n(1)=1$ 、 $P_n(-1)=(-1)^n$ を満たしている。ここで、低次のルジャンドル関数の例をあげる。図W1.1は、以下に示す4次までのルジャンドル多項式を図示したものである。

$$P_0(x) = \frac{(2 \cdot 0)!}{(0!)^2 \cdot 2^0} \left\{ x^0 \right\} = 1 \quad \dots \qquad (\forall \mathbb{I}.5)$$



図VII.1 4次までのルジャンドル多項式の例
$$P_1(x) = \frac{(2 \cdot 1)!}{(1!)^2 \cdot 2^1} \left\{ x^1 \right\} = x \qquad (\text{WI.6})$$

$$p_2(x) = \frac{(2 \cdot 2)!}{(2!)^2 \cdot 2^2} \left\{ x^2 - \frac{2(2-1)}{2(2 \cdot 2-1)} x^{2-2} \right\} = \frac{1}{2} (3x^2 - 1) \dots (\mathbb{VI}.7)$$

$$p_3(x) = \frac{(2 \cdot 3)!}{(3!)^2 \cdot 2^3} \left\{ x^3 - \frac{3(3-1)}{2(2 \cdot 3 - 1)} x \right\} = \frac{1}{2} (5x^3 - 3x) \dots (VII.8)$$

$$p_{4}(x) = \frac{(2 \cdot 4)!}{(4!)^{2} \cdot 2^{4}} \left\{ x^{4} - \frac{4(4-1)}{2(2 \cdot 4 - 1)} x^{2} + \frac{4(4-1)(4-2)(4-3)}{2 \cdot 4(2 \cdot 4 - 1)(2 \cdot 4 - 3)} \right\}$$

$$= \frac{1}{8} (35x^{4} - 30x^{2} + 3)$$
(VII.9)

ところで、(WI.4)式は一般的に次のような関係を満たす。

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n \quad \dots \tag{WI.10}$$

これをロドリーグの公式という。また、ルジャンドル多項式は次のような性質を持っている。

$$\int_{-1}^{1} P_m(x) P_n(x) dx = \begin{cases} 0 & (m \neq n) \\ \frac{2}{2n+1} (m = n) \end{cases}$$
 (WI.11)

っまり(Ψ.11)式は、ルジャンドル多項式P<sub>n</sub>が直交していることを示している。 ルジャンドル多項式の利用について説明する。ここでA<sub>k</sub>は係数とする。関数 f(x)が -1<x<1で連続の場合、(Ψ.12)式のように、ある関数 f(x)をルジャンドル多項式の足 し合わせで近似することができる。

$$f(x) = A_0 P_0(x) + A_1 P_1(x) + A_2 P_2(x) + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} A_k P_k(x) \dots (VI.12)$$

この性質は、フーリエ級数と同じように関数の級数展開に用いられる。この級数展開の例を示す。(WI.13)式のようにe<sup>x</sup>をルジャンドル多項式を用いて展開することを考える。

$$f(x) = e^x = \sum_{k=0}^{\infty} A_k P_k(x)$$
 ..... (VII.13)

となる。このときの係数 $A_k$ について考える。両辺に $P_l(x)$  ( $l=0,1,2,3,\cdots$ )を掛け、-1-1の領域で積分する。

$$\int_{-1}^{1} P_{l}(x)f(x)dx = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{-1}^{1} A_{k}P_{l}(x)P_{k}(x)dx \quad \dots \quad (\forall \mathbb{I}.14)$$

ここで、ルジャンドル多項式の直交性(𝔄.11)式よりk≠lならば右辺は0となる。よってk=lのみが残り、(𝔄.11)式より(𝔄.14)式は、

$$\sum_{k=0}^{\infty} \int_{-1}^{1} P_l(x) f(x) dx = A_l \int_{-1}^{1} P_l(x) P_l(x) dx = A_l \frac{2}{2 \cdot l + 1} \dots (\forall \mathbb{I}.15)$$

となる。A<sub>l</sub>について書き直すと

$$A_{l} = \frac{2 \cdot l + 1}{2} \int_{-1}^{1} P_{l}(x) f(x) dx = \frac{2 \cdot l + 1}{2} \int_{-1}^{1} P_{l}(x) \cdot e^{x} dx.$$
 (VII.16)

となる。(WI.16)を用いると、1=3までの係数は以下のように与えられる。

$$A_{0} = \frac{2 \cdot 0 + 1}{2} \int_{-1}^{1} P_{0}(x) f(x) dx = \frac{1}{2} \left(e - \frac{1}{e}\right)$$

$$A_{1} = \frac{2 \cdot 1 + 1}{2} \int_{-1}^{1} P_{1}(x) f(x) dx = \frac{3}{e}$$

$$A_{2} = \frac{2 \cdot 2 + 1}{2} \int_{-1}^{1} P_{2}(x) f(x) dx = \frac{5}{2} \left(-\frac{7}{e} + e\right)$$

$$A_{3} = \frac{2 \cdot 3 + 1}{2} \int_{-1}^{1} P_{3}(x) f(x) dx = \frac{7}{2} \left(\frac{37}{e} - 5e\right)$$
(VII.17)

以上を用いて (arrow 1.13) 式の3次までの展開  $f_0(x) \sim f_3(x)$ を図示すると、図arrow 2.00よう になる。

図WL.2からもわかるように、ルジャンドル多項式を用いた級数展開は変化が大きく ない(激しくない)関数に対しては低次でも比較的、良い近似を与える。この性質を用 いて、原子炉物理では、中性子束の角度分布を級数展開する際に用いられている。



図VII.2 ルジャンドル多項式を用いた級数展開

# VIII. ベッセル関数 (Bessel functions)

第5章で示したように、無限円柱体系における原子炉方程式は以下のように与えら れる。

- $\frac{1}{r}\frac{d}{dr}r\frac{d\phi}{dr} + B^2\phi = 0 \qquad (VII.1)$ (11.1)式は、以下のように展開することができる。  $\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\phi}{dr} + B^2\phi = 0.$  (VII.2)

$$\phi'' + \frac{1}{r}\phi' + \left(B^2 - \frac{n^2}{r^2}\right)\phi = 0 \quad \dots \qquad (VII.3)$$

ベッセル微分方程式の解をベッセル関数と呼ぶ。ラプラス方程式またはヘルムホル ツ方程式を円柱座標系で表したものは、ベッセル微分方程式の特殊なケース(n=0) に該当する。よって、ベッセル関数は、電波の伝搬や静電位差などの解を求めるとき に重要なものとなる。また、原子炉物理においては、上述のように円柱座標系におけ る原子炉方程式を解く際に現れる。

ベッセルの微分方程式の一般解は、以下のように与えられる。

 $\phi = AJ_n(Br) + CY_n(Br) \quad (VII.4)$ 

ここで、A、Cは定数であり、Jn(Br)、Yn(Br)はそれぞれ第一種および第二種のベッ セル関数と呼ばれる。J<sub>0</sub>(r)について具体的な形を図WE.1に示す。



図VII.1 ベッセル関数 Љ(r)

X.1: 演算子とは、関数やベクトルから別の関数やベクトルを作り出す働きをするものを言う。 単に定数をかけるのも演算子の一種である。 たとえば、微分をする、積分をする、平行移動 する、回転するなどは、すべて演算子と言うことができる。微分をするという演算子を微分 演算子と言う。 IX. ラプラス変換 (Laplace Transformation)

ラプラス変換の定義式は

$$\mathfrak{Q}[f(t)](s) = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt \qquad (IX.1)$$

であり、関数  $\Omega[f(t)](s) \epsilon f(t)$ のラプラス変換という。また、関数f(t)を原関数、複素 関数  $\Omega[f(t)](s) \epsilon$ 像関数と呼ぶ。ここで、sは複素数である。(IX.1)式は、付録Xで 示すフーリエ変換の(X.1)式と似ていることから、ラプラス変換は、フーリエ変換の 複素数版のようなものと考えることができる。しかし、本質的には、ラプラス変換は、 数学的には微分演算子<sup>(IX.1)</sup>の一種であり、フーリエ変換とは違う。

ラプラス変換を使った演算子法は、初期条件が与えられた場合の非同次線形微分 方程式を解くときに威力を発揮する。

Appendix Vで示したように通常の微分方程式の解法では、一般解と特解の和 を取り、初期条件から任意定数を決める必要があったが、演算子法では一気に解が 求まる。すなわち、ラプラス変換は、微分方程式を簡単に解くための手法で、微分をs、 積分を1/sと置くことで、言うならば中学校で学んだ方程式と同じ要領で微分方程式 を解けるという、非常にありがたい手法である。

しかし、コンピュータの発達した現在、初期条件を与えられた微分方程式は、数値計 算により簡単に解くことができるので、複雑な微分方程式をラプラス変換と演算子法の テクニックで解く必要性は昔に比べて小さくなっていると考えられる。それでもなお、原 子炉物理では、動特性や制御において、このラプラス変換を多く利用している。

以下に、いくつかの簡単な関数のラプラス変換を示す(表IX.1)。

ここで、ラプラス変換が、微分方程式で威力を発揮するかどうか、以下の動特性方 程式に当てはめて、試してみる。

$\partial n(t)$	$-\rho - \beta$	m(t) + C(t)	(W a)
∂t	- Λ	-n(i) + nO(i)	 (IX.2)

表区.1 関数のラプラス変換の例

もとの関数	変換後の関数
f(t)	$\mathcal{Q}[f(t)](s) = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt$
$\frac{df(t)}{dt}$	$s \Omega[f(t)](s) - f(0)$
$\frac{d^2 f(t)}{dt^2}$	$s^{2}\Omega[f(t)](s) - sf(0) - f(0)$
k	$\frac{k}{s}$
kf(t)	$k \sum [f(t)](s)$
t	$\frac{1}{s^2}$
t <sup>n</sup>	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e <sup>at</sup>	$\frac{1}{s-a}$
$\delta(t-a)$	$e^{-as}$
$\delta(t)-ae^{-at}$	$\frac{1}{s+a}$
$\frac{1}{a}(1-e^{-at})$	$\frac{1}{s(s+a)}$
$\frac{1}{b-a}e^{-at} + \frac{1}{a-b}e^{-bt}$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$
$\frac{a_1-a}{b-a}e^{-at}+\frac{a_1-b}{a-b}e^{-bt}$	$\frac{s+a_1}{(s+a)(s+b)}$

$$\frac{\partial C(t)}{\partial t} = \frac{\beta}{\Lambda} n(t) - \lambda C(t) \quad \dots \qquad (IX.3)$$

n(t)およびC(t)のラプラス変換を、それぞれ $\Omega[n(t)]$ 、 $\Omega[C(t)]$ とすると、(IX.2)式及び(IX.3)式のラプラス変換は、次のようになる。

$$s\Omega[n(t)] - n(0) = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} \Omega[n(t)] + \lambda \Omega[C(t)] \quad \dots \qquad (IX.4)$$

$$s \Omega[C(t)] - C(0) = \frac{\beta}{\Lambda} \Omega[n(t)] - \lambda \Omega[C(t)] \qquad (IX.5)$$

(IX.5) 式において、 Q[C(t)] について整理すると

$$\Omega[C(t)] = \frac{1}{(s+\lambda)} \frac{\beta}{\Lambda} \Omega[n(t)] + \frac{1}{(s+\lambda)} C(0) \quad \dots \quad (IX.6)$$

となり、これを (区.4) 式へ代入すると、

$$s\Omega[n(t)] - n(0) = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} \Omega[n(t)] + \frac{\lambda}{(s+\lambda)} \frac{\beta}{\Lambda} \Omega[n(t)] + \frac{\lambda}{(s+\lambda)} C(0) \dots (\mathbb{X}.7)$$

である。この (IX.7) 式を、 2[n(t)] について整理すると、

$$s \Omega[n(t)] - n(0) = \left\{ \frac{\rho - \beta}{\Lambda} + \frac{\lambda}{(s+\lambda)} \frac{\beta}{\Lambda} \right\} \Omega[n(t)] + \frac{\lambda}{(s+\lambda)} C(0)$$
  
$$= \frac{(s+\lambda)\rho - s\beta}{(s+\lambda)\Lambda} \Omega[n(t)] + \frac{\lambda}{(s+\lambda)} C(0)$$
 (IX.8)

から、

$$\begin{split} \Omega[n(t)] &= \frac{1}{\left\{s - \frac{(s+\lambda)\rho - s\beta}{(s+\lambda)\Lambda}\right\}} \left\{n(0) + \frac{\lambda}{(s+\lambda)}C(0)\right\} \\ &= \frac{1}{s^2\Lambda + s(\lambda\Lambda + \beta - \rho) - \lambda\rho} \left\{\Lambda(s+\lambda)n(0) + \Lambda\lambda C(0)\right\} \end{split}$$
(IX.9)

を得る。ここで、先の表中に示された形の式になるように、(IX.9)式中の右辺の分母 をsについて因数分解することを考える。この時、この分母をゼロとする解ωは、

 $\omega^2 \Lambda + \omega (\lambda \Lambda + \beta - \rho) - \lambda \rho = 0$  (IX.10) と与えられる。(IX.10) 式の根を $\omega_1, \omega_2$ とすると、2次方程式の根の公式から、

$$\omega_1 = \frac{1}{2\Lambda} \left\{ -(\lambda\Lambda + \beta - \rho) + \sqrt{(\lambda\Lambda + \beta - \rho)^2 + 4\lambda\Lambda\rho} \right\} \dots (IX.11)$$

$$\omega_{2} = \frac{1}{2\Lambda} \left\{ -(\lambda\Lambda + \beta - \rho) - \sqrt{(\lambda\Lambda + \beta - \rho)^{2} + 4\lambda\Lambda\rho} \right\} \dots (IX.12)$$

と求めることができる。これを (IX.9) 式へ代入して、整理すると、

$$\Omega[n(t)] = \frac{(s+\lambda)n(0) + \lambda C(0)}{(s-\omega_1)(s-\omega_2)} \quad \dots \tag{IX.13}$$

となる。この結果から、逆ラプラス変換をすると、表IX.1より、

$$n(t) = \Omega^{-1} [n(t)] = n(0) \left\{ \frac{\lambda + \omega_1}{\omega_1 - \omega_2} \exp(\omega_1 t) + \frac{\lambda + \omega_2}{\omega_2 - \omega_1} \exp(\omega_2 t) \right\} \qquad (IX.14)$$
$$+ \lambda C(0) \left\{ \frac{1}{\omega_1 - \omega_2} \exp(\omega_1 t) + \frac{1}{\omega_2 - \omega_1} \exp(\omega_2 t) \right\}$$

と求めることができる。

ここで、(IX.10)式を、pについて表すように変形すると、

$$\rho = \frac{\omega^2 \Lambda + \omega(\lambda \Lambda + \beta)}{(\omega + \lambda)} = \omega \Lambda + \frac{\omega \beta}{\omega + \lambda}$$
(X.15)

の逆時間方程式を得る。

ここでは、参考文献をもとに、ラプラス変換の特徴を紹介した。数学的に厳密な説 明は、ラプラス変換の参考書を参照していただきたい。

# X. フーリエ変換 (Fourier Transformation)

フーリエ変換とは、ある任意の時間信号を周波数領域で表したものである。もっと具体的に述べると、たとえば電気信号等の時間変化を、周波数成分に分けて、どの周波数がどの程度の大きさであるか分析することである。ここで、「どの周波数がどの程度の大きさであるか」をまとめたものを、スペクトルと呼ぶ。フーリエ変換を行うには、電気信号の時間変化(これを波形と呼ぶ)が原則的には一定の周期を持っていることが必要であり、複雑な波形の場合、ある短い部分に区切り、その短い区間内で波形が繰り返されていると仮定する。(この区間を周期と呼ぶ)。その概念を、簡単な「物理的イメージ」で表す。たとえば、ある一定の周波数(ここでは、2Hzとする)の信号をスペクトルとしてグラフにすると、図X.1のようになる。図X.1では、横軸の2Hzの周波数の位置に、振幅分の大きさの鋭いピークとなる(これを線スペクトルと呼ぶ)。

次に、同じ周波数の信号で、振幅が違う場合の例を図X.2に示す。振幅は、たとえ ば音で考えると、その大きさが音の大きさ(強・弱)に対応する。つまり、振幅を小さく するということは、音量を小さくすることに対応する。したがって、スペクトルにおいて ピークの値が小さいと、音も弱いということである。

次に、周波数が増加する場合として、2Hzであった周波数が3倍の6Hzになった場合のスペクトルを図X.3に示す。そうすると、スペクトルでは、ピークの位置が2Hzから6Hzへ変わる。このように、周波数を上げると、元の信号に比べて高い音になる。

これと同様の解析を、複雑な波形に対して、周波数に分解し、それぞれの周波数 に対応する振幅を求めることが、フーリエ変換である。そのことを数式で表すと、あ る連続な関数f(x)に対して、その角周波数をω=2πfとすると、

 $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}d \quad \dots \qquad (X.1)$ 

と定義する。ここで、iは虚数単位(i<sup>2</sup>=-1)である(電気関係では、電流のiと区別するために、虚数単位はjで表す方が一般的である)。また、角周波数は、角速度や角







図X.2 周波数が同じで振幅が異なる場合のスペクトルの例(2Hzの場合)



図X.3 周波数が増加した場合のスペクトルの例(2Hzから6Hzへ増加)

振動数とも呼ばれ、角度を一周期の時間で割った商で表す ( $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ )。ここで、

fは、振動数や周波数と呼ぶ(位相と呼ぶ場合もある)。これが、フーリエ変換の定義 式であり、この逆変換もあるが、ここでは触れない。

ここで、δ 関数 (デルタ関数≒インパルス) のフーリエ変換を考える (制御の分野で は、δ 関数をシステムに入力した場合の応答出力を観測することが基本事項のひとつ であり、これをインパルス応答と呼ぶ)。δ 関数のフーリエ変換は、

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-i\omega t} dt = 1 \quad \dots \qquad (X.2)$$

である。つまりδ関数をフーリエ変換すると、全ての周波数で一様に値1を持つという ことである。

もっと簡単に表現すると、振幅も位相も、全周波数帯域において周波数特性がフ ラットと言うことである。言い換えると、インパルス応答が解れば、それをフーリエ変 換する事で振幅と位相(これらをまとめて、複素周波数特性)が解る、と言うことであ る。これは、制御理論において非常に重要なことである。

次に、純粋な正弦波をフーリエ変換した場合は、前述の図X.1になる。周波数領域 でどんな複雑な特性であっても、この様々な周波数の正弦波をフーリエ変換し、振幅 に相当する係数を掛けたものを、無限に細かく組み合わせることで、表現できるとい うことが想像できよう。

つまり、図X.4に示すようなイメージである。これが、(X.1)式が言っていることである。

ここでは、参考文献をもとに、フーリエ変換の概念を紹介した。もう少し詳しく概念 を知るには、参考文献を参照されたい。また、数学的に厳密な説明は、フーリエ変換 の参考書を参照していただきたい。



ページ 

用語索引		用語 (英文:単位·記号等)
用語 (英文:単位·記号等)	ページ	核反応 (nuclear reaction)
《あ》		核反応断面積(nuclear reaction cross section)
a 崩壞 (alpha decay)	17	核沸騰 ★★>+==========
サミュエル・アンタマイヤー (人)	5	核滞騰現象からの離脱
安定同位体 (stable isotope)	8	核万裂 (Ission) 核公裂 エラルギー (Casian anoma)
安定ペリオド (stable period)	130	核分裂上ネルキー (Inssion energy) な分裂収容 (Gasian still)
(1)		核方委状学(fission yield)
n (i (eta value)	49	
I In (our fundo)	145	核分裂性核種 (fissile nuclide)
1/Eスペクトル (1/E spectrum)	117	核分裂性ガス (fission gas)
ヨハネス・イエンセン(人)	16	核分裂生成物 (fission product: FP)
一回の核分裂当たりに放出される中性子数:v	42	核分裂断面積 (fission cross section : $\Sigma_{\alpha} \sigma_{\beta}$ )
	49	核分裂中性子 (fission neutron)
	125	核分裂反応 (fission reaction)
1点炉動特性方程式		核分裂片 (fission fragment)
(one point reactor kinetics equation)	126	核変換処理 (nuclear transmutation)
移動面積 (migration area: M <sup>2</sup> )	96	核融合 (nuclear fusion)
インバース・カイネティクス法		核力 (nuclear force)
(inverse kinetics method)	214	過剰反応度 (excess reactivity)
《う》		ガスプレナム (gas plenum)
ユージン・ウィグナー (人)	31	荷電粒子放出 (charged particle emission)
ジョージ・ウィル (人)	2	ガドリニア入り燃料
ウエスティングハウス (企業、W.H.)	4	可燃性毒物(burnable absorber, burnable poison)
ウォーターハンマー	134	ジョージ・ガモフ(人)
ウォーターロッド	187	y崩壞 (gamma decay)
《え》		《き》
APWR (改良型加圧水型軽水炉)	99	機械設計
液滴モデル	13	機械的相互作用
エネルギー的な自己遮へい効果		軌道電子捕獲(orbital electron capture)
(energetic self-shielding effect)	118	基本モード (fundamental mode)
《お》		逆時間方程式(inhour equation)
親物質 (fertile material)	38	逆增倍曲線 (inverse multiplication curve)
	161	ギャップ水
温度係数(temperature coefficient)	140	吸収断面積 (absorption cross section: $\Sigma_a$ , $\sigma_a$ )
《か》		吸収以応 (absorption reaction)
加圧水型原子炉 (Pressurized Water Reactor)	174	Q個(Q value) 培思冬代(houndary condition)
ガードベッセル	194	現外采汗 (boundary condition)
ガイガー・ヌッタルの法則	17	此》(mirror nucleus)
外挿距離(extrapolation length:L)	66	土嶋吸収を逃れる確率
外挿法	212	(resonance escape probability: $p$ )
核異性体 (isomer)	18	(resonance escape probability .p)
核異性体転移 (isomer transition)	18	
拡散距離(diffusion length:L)	68	
拡散係数(diffusion coefficient:D)	62	共鳴積分 (resonance integral)
拡散方程式 (diffusion equation)	64	巨視的断面積 (macroscopic cross section)
拡散理論 (diffusion theory)	57	(<)
核設計 (neutronics design)	174	空間的な自己遮へい効果
核データライブラリ (nuclear data library)	34	(spatial self-shielding effect)
核=熱水刀フィードバック計算	185	-T antering ended

# 索引

用語 (英文:単位·記号等)	ページ	用語 (英文:単位·記号等)	ページ
《け》		実験室系 (laboratory system)	107
軽水炉 (light water reactor)	39	実効共鳴積分 (effective resonance integral: Ieff)	118
	180	実効増倍率 (effective multiplication factor: keff)	51
径方向出力ピーキング係数	185		82
結合エネルギー (binding energy)	11		165
0 01	38	シッピングポート原子力発電所	5
原子 (atom)	8	質量欠損 (mass defect: ΔM)	11
原子核 (atomic nucleus)	8		44
原子質量単位 (atomic mass unit:u)	8	質量数 (atomic mass number: A)	9
原子番号 (atomic number: Z)	9	自発核分裂 (spontaneous fission)	38
原子炉雑音 (reactor noise)	216	シモンズ-キング法 (Simmons-King method)	215
原子炉動特性 (reactor kinetics)	124	遮へい計算 (shielding calculation)	223
原子炉ペリオド (reactor period:T)	127	重心系 (center of mass system)	107
原子炉方程式 (reactor equation)	83	出力係数 (reactivity power coefficient: ap)	141
減速 (slowing down)	50	出力ピーキング係数	182
5	106	準安定状態 (metastable)	18
減速材(moderator)	50	照射後試験 (Post Irradiation Experiment)	222
	115	ウオルター・ジン (人)	5
減速材温度係数		<b>(t )</b>	
(moderator temperature coefficient)	141	スクラム (scram)	3
減速能 (slowing down power: $\xi \Sigma_s$ )	115	() ) Stani)	132
減速比 (moderating ratio)	115	スペクトル指標 (spectral index)	209
減速密度 (slowing down density)	116	スペクトルの硬化	141
/->			141
NC/ 真次チード (higher mode)	01		
周代に「「(Ingher mode)」 構造、機械設計 (machanical dasign)	174	制御俸 (control rod)	126
海道·饭风成司 (Inechanical design)	04	制御俸仪止	209
同述该方表因于(last lission lactor · ɛ)	94	制御棒の反応度効果 (control rod worth,	
	145	reactivity effect of control rod)	148
喜連備靖炬 (Fast Breader Peactor)	105		213
同还指担外 (Fast Dreeder Reactor)	1/4	世代時間 (generation time)	126
喜連由州子 (fast neutron)	195	セネフルエレクトリック(企業、G.E.)	4
同还中任了 (last neutron)	45	Xeの空間振動(Xe oscillation)	168
回有因数 (elgentunction)	04	潮近ペリオド (asymptotic period)	130
国有他 (eigenvalue) 国友の安全姓 (inhorant safatur)	140	全断国積 (total cross section: $\Sigma_t, \sigma_t$ )	27
回有の女主任 (Innerent safety)	149	《そ》	
(č)		相互相関関数(cross correlation function)	218
最確エネルキー (most probable energy)	119	增殖 (breeding)	38
サイクル長	183	增殖比 (breeding ratio)	162
散乱断面積 (scattering cross section: $\Sigma_s$ , $\sigma_s$ )	27	增殖炉 (breeder reactor)	38
散乱反応 (scattering reaction)	19	增倍率 (multiplication factor)	51
《 <b>し</b> 》		即発中性子 (prompt neutron)	20
JCO(企業)	3		42
JCO臨界事故	100		124
しきい反応 (threshold reaction)	32	即発中性子減衰定数	215
目亡遮へい効果 (self-shielding effect)	118	即発中性子の寿命	
	119	$(\text{prompt neutron lifetime}: \ell_{eff})$	127
自己相関関致 (auto correlation function)	217	即発跳躍 (prompt jump)	130
目亡パワースペクトル密度	11,202,200,00	即発臨界 (prompt critical)	3
(auto power spectral density)	217		127
		存在比 (abundance)	9

田語(革立:単位・記号葉)	ページ	田語(英文:単位,記号集)	<u>^-∵</u>
	~~/	日間(天文・半位・記ち寺) 長岡光大郎(人)	10
冬難近似 (multigroup approximation)	76	ナトリウム・チャンネル	201
$\nabla = 1 \sum k \sum$	70	ナトリウムボイド反応度	195
ダニエルズの原子炉	4		175
弹性散乱 (elastic scattering)	19	(に) (1) 其世(1)	10
/+ \		山村方雄 (八)	12
NO/ 遅発山州子 (deleved neutron)	20	一重本粉枝	40
建宪中任于 (delayed neutron)	20	一里可 奴1%	13
	124	ニュートリノ	17
遅癸山烘子1 群沂州	124		17
(one group delayed neutron approximation)	43		174
With group delayed neutron approximation/ 遅発中性子先行核 (delayed neutron precursor)	43	熱小力設計 (thermal hydraulics design)	1/4
遅発中性子6群近似	12	熱中性子 (thermal neutron) 数由姓子利田家 (thermal intilization: A	43
(six group delayed neutron approximation)	43	熱中性子利用率(thermal utilization ·J)	94 145
译発中性子割合 (delaved neutron vield)	42	<b>数山供子炬</b> (thermal reactor)	145
	124	然生(L) 炉 (thermal reactor) 燃性 (burnup)	156
遅発臨界 (delayed critical)	127	燃焼チェーン (burnup chain)	160
ジェームズ・チャドウィック(人)	9	web (burnup)	48
チャンネルボックス	175	maybe (ournup)	161
中性子拡散方程式 (neutron diffusion equation)	57	燃料温度係数 (fuel temperature coefficient)	141
中性子が炉心(体系)から漏れない確率:PFNL、PTNL		燃料棒ピッチ	178
	163	<i>///</i> +\	7.607.0
中性子源 (neutron source)	58	**** オットー・ハーン (人)	20
中性子源增倍法		$x \rightarrow y$ (barn : b)	20
(neutron source multiplication method)	216	倍加時間 (doubling time)	211
中性子再生率 (η值: eta value)	49	密炬 (decommissioning)	2211
中性子寿命 (neutron lifetime: $\ell_p$ )	42	バックリング (buckling: $B^2$ )	85
中性子ストリーミング	201	パルス中性子法 (pulsed neutron method)	214
中性子束 (neutron flux: )	26	半減期 (half-life)	16
	34	反射体 (reflector)	74
中性子密度 (neutron density: N,n)	33	反射体節約 (reflector saving)	100
中性子流 (neutron current:J)	58	反ニュートリノ	17
超ウラン元素 (trans-uranium: TRU)	162	反応度操作余裕	150
超臨界圧	193	反応断面積 (reaction cross section)	26
<b>《て》</b>		反応度 (reactivity: p)	51
転换 (conversion)	162	反応度温度係数	
転換比 (conversion ratio)	162	(temperature coefficient of reactivity)	140
電子 (electron : e)	8	反応度係数 (reactivity coefficient: a <sub>x</sub> )	139
《と》		反応度事故 (reactivity initiated accident)	133
同位体 (isotope)	9	反応率 (reaction rate: R)	27
同重体(isobar)	10	<b>《ひ》</b>	
毒作用 (poisoning)	156	比較法 (comparison method)	211
毒物 (poison)	156	微視的断面積 (microscopic cross section)	27
ドップラー係数 (Doppler coefficient)	141		40
	184	非弾性散乱 (inelastic scattering)	19
ドップラー効果	184	被ふく管 (cladding)	50
ジョセフ・トムソン (人)	10	ノーマン・ヒルベリー (人)	3
ドレスデン原子力発電所	5	<b>《ふ》</b>	
《な》		ファインマンーα法 (Feynman-a method)	217
内部転換(internal conversion)	18	FIMA単位 (Fission per Initial Metal Atom unit)	48
		265	S. 192

# 索引

用語 (英文:単位・記号等)	ページ	用語 (英文:単位·記号等)	ページ
Fickの法則 (Fick's law)	62	《も》	
1/v特性(1/v characteristics)	31	モックアップ実験 (mockup experiment)	204
エンリコ・フェルミ (人)	2	MOX燃料	141
フェルミ年齢	122	《 <b>ゆ</b> 》	
沸騰水型原子炉(Boiling Water Reactor)	174	誘起核分裂 (neutron induced fission)	38
沸騰遷移	191	湯川秀樹 (人)	12
負の反応度効果		輸送理論 (transport theory)	56
(negative reactivity feedback effect)	138	/ F/	
グレゴリー・ブライト (人)	31	NA/ 今剰反応度 (avcase reactivity)	126
ブランケット (blanket)	49	一次にしていていていていていていていていていていていていていていていていていていてい	95
<		(6)	
平均自由行程 (mean free path)	29	$\sqrt{2}$	10
平均寿命 (mean lifetime)	16	) 一不入下 ノリノオート (八) 遊下注 (red drop method)	211
β崩壞 (beta decay)	17	语 十 云 (rod drop method)	211
ベッセル関数	86	<0>>	
	251	リークジャケット	194
ハンス・ベーテ (人)	13	ハイマン・リッコーバー (人)	4
ペレット-被ふく管相互作用解析	184	臨界 (critical)	50
ベンチマーク実験 (benchmark experiment)	204	臨界安全(criticality safety)	220
《ほ》		臨界近接	207
ボイド係数 (void coefficient: a <sub>v</sub> )	140	臨界質量(critical mass)	91
崩壞熱(decav heat)	47	臨界寸法 (critical dimension)	91
放射能 (radioactivity)	16	臨界超過の状態(supercritical state)	126
ホウ素捕獲療法	225	臨界万程式(critical equation)	91
捕獲 (neutron capture)	19	臨界未満の状態(sub-critical state)	126
捕獲断面積 (capture cross section: $\Sigma_{c}, \sigma_{c}$ )	27	《れ》	
ポジティブスクラム	150	レサジー (lethargy)	112
	153	連鎖反応 (chain reaction)	38
補償法 (compensation method)	211	連続の式 (countinuity equation)	58
ルドヴィッヒ・ボルツマン (人)	56	<b>《</b> ろ <b>》</b>	
ボルツマンの輸送方程式		ローカルピーキング係数	180
(Boltzmann transport equation)	56	六因子公式 (six factor formula)	95
ボロンコーティング燃料	180		163
《本》		炉雑音実験 (reactor noise experiment)	216
リーゼ・マイトナー (人)	20	炉心核熱水力計算	191
z/t - z/f = k (minor-actinide)	162	炉心計算システム	199
(1) /// (minor-actinide)	186	炉心特性パラメータ	177
マイナーアクチニド核種	40	ロッシ-α法 (Rossi-a method)	217
マクロ版面積 (macroscopic cross section: $\Sigma$ )	28	ロッドドロップ法 (rod drop method)	211
マジックナンバー (magic number: 廣注数)	16	( <b>b</b> )	
/ - N	10	ワイゼッカー・ベーテの質量公式	
		(Bethe-Weizacker mass formula)	13
ミクロ 断 固 慎 (microscopic cross section · σ)	27	ワイヤスペーサー	196
《む》		アルビン・ワインバーグ(人)	4
無限增倍率 (infinite multiplication factor $k_{\infty}$ )	51	an annan 1992 - Altern Brock, anna 1995 - Al <b>ter</b>	~7
	82		
	165		
<b>《め》</b>			
マリア・ゲッパート・メイヤー (人)	16		

# 参考文献

# 序章

- 1)リチャード・ローズ著、神沼二真・渋谷泰一訳、"原子爆弾の誕生-科学と国際政治の世界史-(上・下)",啓学出版、(1993).
- 2)ステファン・グルーエフ編,中村誠太郎訳,"マンハッタン計画-原爆開発グループの 記録-",早川書房,(1970).
- 3)ジェーン・ウイルソン編,中村誠太郎・奥地幹雄訳,"われらの時代におこったこと-原 爆開発と12人の科学者-",岩波現代選書NS,(1979).
- 4)原子力教育·研究特別専門委員会編,"原子力がひらく世紀",(社)日本原子力学 会,(2004).
- 5) Theodore Rockwell, *THE RICKOVER EFFECT How One Man Made a Difference*, Naval Institute Press, Annapolis, Maryland, USA, (1992).
- 6) CONTROLLED NUCLEAR CHAIN REACTION The First 50Years -, American Nuclear Society, (1992).
- 7) THE GENERAL ELECTRIC STORY 1876~1986, Hall of History Publications, (1989).
- 8) ジョン・イー・グレイ,西堂紀一郎著,"原子力の奇跡",日刊工業新聞社,(1993).
- 9) "ウラン加工工場臨界事故調査委員会報告",原子力安全委員会,(1999).

# 第1章

- 1) T. Horiguchi et al., Chart of the Nuclides 2004, (2004).
- 2) Audi et al., Nuclear Physics A729, pp.337-676, (2003).
- 3) 山田,小玉,"原子質量公式",日本物理学会誌26-3,(1971).
- 4) 原子力ハンドブック編集委員会,"原子力ハンドブック", p.58,オーム社, (2007).
- 5)八木浩輔,"原子核物理",p.276,朝倉書店,(1971).
- 6)ラマーシュ著,仁科浩二郎,武田充司訳,"原子炉の初等理論(上)", p.115,吉岡書店,(1974).

#### 第2章

- 1)平川直弘,岩崎智彦,"原子炉物理入門",東北大出版会(2003).
- 2)小林啓祐,"原子炉物理",コロナ社,(1996).
- 3)ドウデルスタット,ハミルトン著,成田正邦,藤田文行訳,"原子炉の理論と解析(上)", 同文書院,(1986).
- 4) ラマーシュ著, 仁科浩二郎, 武田充司訳, "原子炉の初等理論", 吉岡書店, (1974).
- 5) グラストン,エドランド著,伏見康治,大塚益比古訳,"原子炉の理論",みすず書房, (1955).
- 6) T. Nakagawa et. al., Japanese Evaluated Nuclear Data Library Version 3 Revision-2: JENDL-3.2, J. Nucl. Sci. Technol., 32, 1295, (1995).
- 7) K. Shibata, et. al., Japanese Evaluated Nuclear Data Library Version 3 Revision-3: JENDL-3.3, J. Nucl. Sci. Technol., 39, 1125.

# 第3章

- W. M. Stacey, Nuclear Reactor Physics, John Wiley & Sons, Inc., New York, (2001).
- 2) K. Okumura, T. Kugo, K. Kaneko, K. Tsuchihasi, SRAC2006, A Comprehensive Neutronics Calculation Code System, JAEA-Data/Code 2007-004 (2007).
- 3)ラマーシュ,バラッタ著,澤田哲生訳,"原子核工学入門(上)",ピアソン・エデュケーション,(2003).
- 4) ラマーシュ著, 仁科浩二郎, 武田充司訳, "原子炉の初等理論(上)", 吉岡書店, (1974).

- 5)ドウデルスタット,ハミルトン著,成田正邦,藤田文行訳,"原子炉の理論と解析(上)", 現代工学社,(1981).
- 6) R. J. J. Stamm'ler, M. J. Abbate, Method of Steady State Reactor Physics in Nuclear Design, Academic Press, London, (1983).
- 7) 平川直弘,岩崎智彦,"原子炉物理入門",東北大学出版会,(2003).
- 8)小林啓祐,"原子炉物理",コロナ社,(1996).

#### 第4章

- 1)小林啓祐,"原子炉物理",コロナ社,(1996).
- 2) ラマーシュ著,仁科浩二郎,武田充司訳,"原子炉の初等理論(上)",吉岡書店, (1974).
- 3) ラマーシュ,バラッタ著、澤田哲生訳,"原子核工学入門(上)",ピアソン・エデュケーション,(2003).
- 5)ドウデルスタット,ハミルトン,成田正邦,藤田文行訳,"原子炉の理論と解析(上)",現 代工学社,(1981).
- 6) R. J. J. Stamm'ler, M. J. Abbate, Method of Steady State Reactor Physics in Nuclear Design, Academic Press, London, (1983).
- 7) 平川直弘, 岩崎智彦, "原子炉物理入門", 東北大学出版会, (2003).
- W. M. Stacey, Nuclear Reactor Physics, John Wiley & Sons, Inc., New York (2001).

#### 第5章

- 1)小林啓祐,"原子炉物理",コロナ社,(1996).
- 2) ラマーシュ著,仁科浩二郎,武田充司訳,"原子炉の初等理論(上)",吉岡書店, (1974).
- 3)マーシュ,バラッタ著、澤田哲生訳,"原子核工学入門(上)",ピアソン・エデュケーション,(2003).
- 5)ドウデルスタット,ハミルトン,成田正邦,藤田文行訳,"原子炉の理論と解析(上)",現 代工学社,(1981).
- 6) R. J. J. Stamm'ler, M. J. Abbate, Method of Steady State Reactor Physics in Nuclear Design, Academic Press, London, (1983).
- 7)平川直弘,岩崎智彦,"原子炉物理入門",東北大学出版会,(2003).
- W. M. Stacey, Nuclear Reactor Physics, John Wiley & Sons, Inc., New York, (2001).

# 第6章

- 1)ラマーシュ著,仁科浩二郎,武田充司訳,"原子炉の初等理論(上)",吉岡書店, (1974).
- 2) 平川直弘,岩崎智彦,"原子炉物理入門",東北大学出版会,(2003).
- 3)本章で使用した断面積は,JENDL-3.3を基にしている。
  - K. Shibata et al., Japanese Evaluated Nuclear Data Library Version 3 Revision-3: JENDL-3.3, J. Nucl. Sci. Technol., **39**, 1125, (2002).

# 第7章

- 1)成田正邦,澤村晃子,"原子炉物理の基礎",現代工学社,(1998).
- 2) 平川直弘,岩崎智彦,"原子炉物理入門",東北大学出版会,(2003).

#### 第8章

- H. Tsuruta et al., Critical Sizes of Light Water Moderated UO<sub>2</sub> and PuO<sub>2</sub>- UO<sub>2</sub> Lattices, JAERI 1254, Japan Atomic Energy Research Institute, (1977).
- 2)筒井広明他,"臨界集合体TCAを用いた原子炉物理の教育的基礎",JAERI-Review 97-014,日本原子力研究所,(1997).

- 3) "昭和61年原子力安全年報",原子力安全委員会,(1987).
- 4) "平成12年版原子力安全白書",原子力安全委員会,(2001).
- 5) 佐藤一男 他, "特集 チェルノブイリ事故から15年 私たちが学んだこと",日本原子力 学会誌, 44, 161-201, (2002).
- 6) H. Mochizuki, Analysys of the Chernobyl accident from 1:19:00 to the first excursion, Nuclear Engineering and Design, 237, 300-307, (2007).

# 第9章

1)平川直弘,岩崎智彦,"原子炉物理入門",東北大出版会,(2003).

# 第10章

- 1) 平川直弘,岩崎智彦,"原子炉物理入門",東北大学出版会,(2003).
- 2)R. J. J. Stamm'ler, M. J. Abbate, Method of Steady State Reactor Physics in Nuclear Design, Academic Press, London, (1983).
- 3) "原子力がひらく世紀",日本原子力学会,(1998).
- 4)ラマーシュ,バラッタ著,澤田哲生訳,"原子核工学入門(上)",ピアソン・エデュケーション,(2003).
- 5)ドウデルスタット,ハミルトン,成田正邦,藤田文行訳,""原子炉の理論と解析(下)",現 代工学社,(1981).
- W. M. Stacey, Nuclear Reactor Physics, John Wiley & Sons, Inc., New York, (2001).

# 第11章

- 1) 菱田久志, 関谷全, 吹田徳雄, "原子炉物理実験", コロナ社, (1963).
- 2)伏見康二編,"実験物理学講座29原子炉",共立出版,(1972).
- 3) A. E. Profio, Experimental Reactor Physics, John Wiley & Sons, Inc., (1976).
- 4) 三澤毅 他,"京都大学臨界集合体実験装置(KUCA)大学院実験テキスト",京都 大学原子炉実験所,KURRI-TR-434,(2004).
- 5)代谷誠治他,"臨界集合体は何に役立てられているか?",日本原子力学会誌,31, 512,(1989).
- 6) 豊田正敏 他編,"原子力発電技術読本",オーム社,(1976).
- 7)原子力ハンドブック編集員会編,"原子力ハンドブック",オーム社,(2007).
- 8) M. M. R Williams, *Random Process in Nuclear Reactors*, Pergamon Press, Oxford, (1974) (斎藤慶一,西原英晃,大塚益比古共訳,"原子炉の確率過程",みすず書房,(1978)).

# 第12章

- 1)日本原子力学会,原子力安全調査専門委員会調査報告,"JCOウラン加工工場に おける臨界事故の調査報告",日本原子力学会,(1999).
- 2) T. Yamamoto, Y. Kanayama, Lattice Physics of Burnups and Isitope Inventories of U, Pu and Nd of Irradiated BWR 9×9-9 UO<sub>2</sub> Fuel Assemblies, J. Nucl. Sci. Tech., 45, 547, (2008).
- 3)吉川潔,"超小型放電型中性子源による地雷探查技術の開発",科学技術振興機構・人道的地雷探知・除去技術研究開発推進事業,課題紹介(2005).
- 4) あとみん,日本原子力文化振興財団(http://www.atomin.go.jp/atomin/popup/ shinro/kyoiku/kyoto\_univ/shiro/index.html)
- 5) "地域病院との連携によるJRR-4を用いたがん治療研究への貢献", JAEA プレス発表, (2006.6.26).
- 6) ラマーシュ,バラッタ著,澤田哲生訳,"原子核工学入門(上)",ピアソン・エデュケーション,(2003).
- 7)ラマーシュ著,仁科浩二郎,武田充司訳,"原子炉の初等理論(上・下)",吉岡書店, (1974).

- 8)ドウデルスタット,ハミルトン,成田正邦,藤田文行訳,""原子炉の理論と解析(上・下)", 現代工学社,(1981).
- 9) 平川直弘, 岩崎智彦, "原子炉物理入門", 東北大学出版会, (2003).
- 10)小林啓祐,"原子炉物理",コロナ社,(1996).
- R. J. J. Stamm'ler, M. J. Abbate, Method of Steady-State Reactor Physics in Nuclear Design, Academic Press, London, (1983).
- 12) W. M. Stacey, *Nuclear Reactor Physics*, John Wiley & Sons, Inc., New York, (2001).
- 13) E. E. Lewis, W. F. Miller, Jr. Computational Methods of Neutron Transport, John Wiley & Sons, Inc., New York, (1984).
- 14) K. O. Ott, R. J. Neuhold, *Introductory Nuclear Reactor Dynamics*, American Nuclear Society, Illinois, (1985).
- 15) K. O. Ott, W. A. Bezella, Introductory Nuclear Reactor Statics, American Nuclear Society, Illinois, (1989).
- 16) Y. Ronen, ed., Handbook of Nuclear Reactors Calculations, CRC Press, Boca Raton, (1986).

#### Appen' dix

- III)H. P. スウ著,高野一夫訳,"ベクトル解析 工学基礎演習シリーズ2",森北出版, (2004).
- IX)潮秀樹著,"図解入門よくわかる物理数学の基本と仕組み物理,工学のための数 学入門",秀和システム, (2004).
- X)渋谷道雄著,"マンガでわかるフーリエ解析",オーム社, (2006).

[発刊企画] (順不同、敬称略、所属役職は平成19年度)

社園	]法人日;	本原子力	力学会	
教育	育委員会	·原子力	コアカ	リキュラム検討ワーキンググループ
		(平成	达19年月	乏)
グル	レープ長	飯井	俊行	福井大学大学院工学研究科·教授
委	員	鬼柳	善明	北海道大学大学院工学研究科·教授
委	員	阿部	勝憲	八戸工業大学機械情報技術学科·教授
委	員	長谷川	信	日本原子力研究開発機構
				東海研究開発センター・室長
委	員	坂田	文彦	茨城大学大学院理工学研究科·教授
委	員	長崎	晋也	東京大学大学院工学系研究科·教授
委	員	瓜谷	章	名古屋大学工学研究科·教授
委	員	森山	裕丈	京都大学大学院工学研究科·教授
委	員	竹田	敏一	大阪大学大学院工学研究科·教授
委	員	工藤	和彦	九州大学高等教育開発推進センター・教授

# 〔編 集〕

幹	竹田	敏一	大阪大学大学院工学研究科·教授
幹	工藤	和彦	九州大学高等教育開発推進センター・教授
当	熊谷	明	日本原子力文化振興財団·参事
当	大和	晴海	日本原子力学会・非常勤
	幹 幹 当 当	幹     竹田       幹     工藤       当     熊谷       当     大和	幹     竹田     敏一       幹     工藤     和彦       当     熊谷     明       当     大和     晴海

〔執筆〕(初稿担当者、2稿以後協議にて作成)

- 丸山 博見 (㈱グローバル・ニュークリア・フュエル・ジャパン・チーフエンジニア (第1、10章)
- 岩崎 智彦 東北大学大学院工学研究科・准教授 (第2、9章)
- 山本 章夫 名古屋大学大学院工学研究科·准教授 (第3、4、5、10、12章)
- 中島 健 京都大学原子炉実験所·教授
  - (第6、8章)
- 岡嶋 成晃 日本原子力研究開発機構原子力基礎工学研究部門·主任研究員 (第7、11章)
- 熊谷 明 日本原子力文化振興財団・参事 (序章)

この教科書は(社)日本原子力学会が文部科学省より委託を受け、原子力コアカリ キュラム開発調査の一環として制作しました。

1 原子炉物理(シリーズ:現代核科学の基礎)

		2008年4月1日 制作	乍				
制	作	社団法人 日本原子力学会					
		住所 東京都港区新橋2-3-7 新橋第二中ビル3階					
		電話 03-3508-1261					
		FAX 03-3508-6128					
		URL http://www.aesj.or.jp/					
編	集	教育委員会・原子力コアカリキュラム検討ワーキンググループ					
デザ	イン	村野京一					

1 原子炉物理(シリーズ:現代核科学の基礎)

2020年2月5日 発行

編 者 一般社団法人 日本原子力学会 炉物理部会 発行所 一般社団法人 日本原子力学会 〒105-0004 東京都港区新橋2-3-7 新橋第二中ビル3F 電話 03-3508-1261 FAX 03-3581-6128

© 2020 Atomic Energy Society of Japan ISBN-978-4-89047-174-4

本書の内容は著作権により保護されています。いかなる場合においても営利目的で使用することを禁止します。