
第9章

燃焼

1. はじめに
 2. 燃料の燃焼
 3. 核分裂生成物の毒作用
 4. まとめ
-

[この章のポイント]

「燃料の燃焼」は、原子炉運転中に起こる原子核の変化・変遷を考えるもので、燃料の減少などを通して原子炉の性能に大きな影響を持つ。一方、「核分裂生成物の毒作用」は、原子炉運転に伴い、核分裂反応により生み出される極めて大きな吸収断面積を持つ ^{135}Xe と ^{149}Sm の影響について考えるものである。これらの原子核の蓄積は原子炉の増倍率などに大きな負の影響をもち、このことから毒作用と呼ばれている。

第9章 燃焼

9.1 はじめに

本章では、長期間運転される原子炉の運転において重要となる、比較的長い時間の挙動について説明する。具体的には、以下の2項目である。

(1) 燃料の燃焼

原子炉内で燃焼中の燃料に含まれる原子核は、中性子吸収や崩壊を繰り返し、様々な原子核に変化していく。原子炉内で起るこのような原子核の変化を、原子炉物理学では、**燃焼** (burnup) と呼んでいる。この燃焼は燃料の減少などを通して、運転に伴う原子炉の性能に大きく影響を及ぼすことから、非常に重要である。なお、この「燃料の燃焼」は、月、年単位の挙動である。

(2) 核分裂生成物の毒作用

原子炉を運転すると、燃料内に核分裂生成物が生成される。生成される核分裂生成物の種類は数百を越えるが、そのような数多くの核分裂生成物の中に、¹³⁵Xeと¹⁴⁹Smという二つの核種がある。この二つの核種は他の主要な核分裂生成核種に比べて、特に大きな吸収断面積を持つ。その大きさは熱中性子に対し、¹³⁵Xeは約 3.0×10^6 (barn)、¹⁴⁹Smは約 5.9×10^4 (barn) である。

これらの核種はまた、核分裂で生成される割合が大きく、原子炉の増倍率に大きな影響をもつ。このような現象を原子炉物理学では、核分裂生成物の**毒作用** (poisoning) (注9.1) と呼んでいる。なお、この現象は時間あるいは日単位の挙動である。

注9.1: 「中性子を吸収する」物質のことを英語でpoisonと呼ぶ。このことから、原子炉物理学では、中性子を吸収する物質、作用のことをそれぞれ「毒物」、「毒作用」と称することがある。これらは、人体に対する化学的な「毒」とは全く異なる意味であることに注意する必要がある。

9.2 燃料の燃焼

9.2.1 燃焼の基礎

(1) 単一の核反応

原子炉内で原子核は、中性子を吸収する核反応を起こし、異なった原子核に変化する。たとえば、



である。

この核反応による²³⁵U原子核の変化を定量的に表現するため、²³⁵Uの単位体積当たりの数を N_{235} (個 $\cdot\text{m}^{-3}$)とし、中性子束を ϕ (n $\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$)、²³⁵Uの吸収断面積を σ_a^{235} (m²)とする。

第2章で述べた通り、原子核の反応率は、中性子束 (ϕ) と巨視的断面積 (Σ) で与えられ、 Σ は微視的断面積 (σ) と原子数密度 (N) の積であることを思い出すと、²³⁵Uの吸収反応率は、 $\phi \sigma_a^{235} N_{235}$ と書くことができる。²³⁵Uが吸収反応1回を起こすと、元の原子核 (²³⁵U) が1個減るから、²³⁵Uの吸収反応率 $\phi \sigma_a^{235} N_{235}$ は、²³⁵Uの減少率に等しい。したがって、²³⁵Uの原子核数 N_{235} (個 $\cdot\text{m}^{-3}$)は以下の微分方程式に従う。

$$\frac{dN_{235}(t)}{dt} = -\phi \sigma_a^{235} N_{235}(t) \dots\dots\dots (9.3)$$

この微分方程式は容易に解くことができ、時間ゼロにおける²³⁵Uの原子核数を $N_{0,235}$ と書くと

$$N_{235}(t) = N_{0,235} \exp(-\phi \sigma_a^{235} t) \dots\dots\dots (9.4)$$

となる。すなわち、²³⁵Uの原子核数は指数関数に従って減少する。その様子を図示すると、図9.1となる。この図の縦軸は初期の値に対する相対値である。

一方、²³⁵Uの吸収反応で生成する²³⁶Uに着目してみる。²³⁵Uが捕獲反応を起こして減少した数は、²³⁶Uの原子核数の増加数になることに着目して、²³⁵Uの捕獲反応率 $\phi \sigma_c^{235} N_{235}$ を²³⁶Uの増加率とできる。ここで、吸収反応でなく、捕獲反応を考えていることに注意する必要がある。²³⁵Uは吸収 (=捕獲+核分裂) により減少するが、²³⁶U

(9.2) 式と同じ微分方程式に従う。すなわち、

$$\frac{dN_{235}(t)}{dt} = -\phi \sigma_a^{235} N_{235}(t) \dots\dots\dots (9.9)$$

しかし、次の原子核である²³⁶Uについては、前節と同じではない。それは、²³⁶U自身の中性子吸収を考慮しなければならない点である。²³⁶Uの吸収核反応率は前節の²³⁵Uの吸収反応率と同様に考えることができ、 $-\phi \sigma_a^{236} N_{236}(t)$ と書くことができる(235でなく236に代わっている点に注意)。従って²³⁶Uが従う微分方程式は、先の²³⁶Uの微分方程式(9.4式)に、この $-\phi \sigma_a^{236} N_{236}(t)$ を加えたものとなり、

$$\frac{dN_{236}(t)}{dt} = \phi \sigma_c^{235} N_{235}(t) - \phi \sigma_a^{236} N_{236}(t) \dots\dots\dots (9.10)$$

と書くことができる。一方、²³⁶Uから生成される²³⁷Uに対する微分方程式は、前節の²³⁶Uと同様の方程式、すなわち、

$$\frac{dN_{237}(t)}{dt} = \phi \sigma_c^{236} N_{236}(t) \dots\dots\dots (9.11)$$

である。(9.11)式において、吸収でなく捕獲断面積を用いていることに注意。

それぞれの核の吸収断面積や捕獲断面積などが与えられれば、これら3つの微分方程式(9.9)式、(9.10)式、(9.11)式を連立して解くことにより、連鎖的な核反応に関わる原子核の数の変化を定量的に得ることができる。

(3) 崩壊を伴う場合

原子炉内の燃焼中には、安定でない原子核が生成されることがある。このような不安定な原子核は、原子炉での燃焼中における崩壊現象による核の変化を考慮しなければならない。

たとえば、以下のような²³⁸Uの中性子吸収反応で生まれる²³⁹Uは、約23分の半減期でβ崩壊して²³⁹Npに変わる。



この²³⁹Uの原子核の数を考えると、²³⁸Uの中性子吸収による生成と、²³⁹Uの崩壊による消滅の二つの過程を考えることが必要となる。この考えを用いて、²³⁹Uの原子核数 N_{U239} (個・m⁻³)に関する微分方程式は、

$$\frac{dN_{U239}(t)}{dt} = \underbrace{\phi \sigma_c^{U238} N_{U238}(t)}_{\substack{\text{原子核}^{238}\text{U} \\ \text{の中性子吸収} \\ \text{による生成}}} - \underbrace{\lambda_{U239} N_{U239}(t)}_{\substack{\text{原子核}^{239}\text{U} \\ \text{自身の崩壊} \\ \text{による生成}} \dots\dots\dots (9.13)$$

注9.3: この²³⁹Uの例では、²³⁹Uの半減期が非常に短いので²³⁹Uの中性子吸収反応は無視でき、²³⁹Uの減少はすべて崩壊によると考えている。

と書くことができる(注9.3)。この方程式を解けば、崩壊を伴う原子核の数の変化を解析することができる。

(4) 中性子吸収と崩壊の両方を伴う場合

実際に原子炉の燃焼中には、これまでに学んだ中性子吸収による原子核の変化と崩壊による原子核の変化が同時に起こることも多い。そこで、それら両方を考慮する方法について考えてみる。

そこで、ある原子核の核反応・崩壊がともに起こる例を、図9.2に示すように一般的な形で表す。

この例では、原子核Aが原子核Bの崩壊により、また原子核Cの中性子吸収により生成される。一方、原子核A自身が中性子吸収を起こすと同時に崩壊を起こし、別の原子核に変化している。

このような原子核Aにおいて、その生成消滅を考える場合、二つの生成項

- ①Bの崩壊によるAの生成と、
- ②Cの中性子吸収(+n)によるAの生成

および、二つの消滅項

- ③Aの中性子吸収(+n)によるAの消滅と、

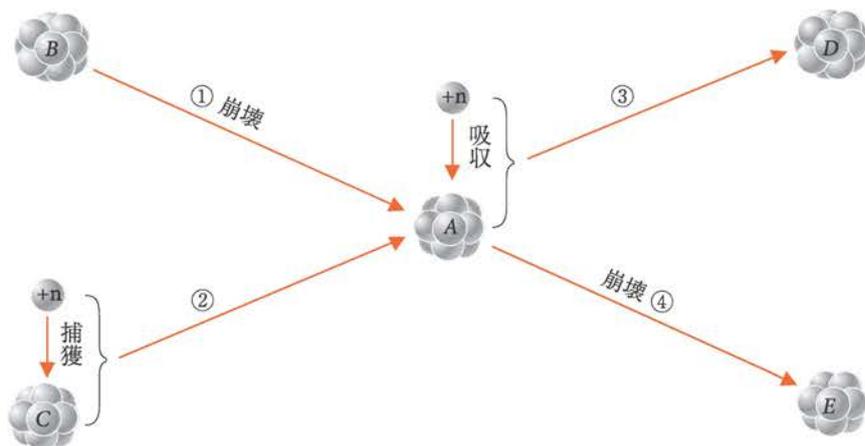


図9.2 中性子吸収と崩壊を伴う原子核の燃焼

④Aの崩壊によるAの消滅

の4つの項を考える必要がある。前節までの知識を基にすると、これら4つの項は、

- ①Bの崩壊によるAの生成 $+\lambda_B N_B(t)$
- ②Cの中性子捕獲 (+n) によるAの生成 $+\phi\sigma_c^C N_C(t)$
- ③Aの中性子吸収 (+n) によるAの消滅 $-\phi\sigma_a^A N_A(t)$
- ④Aの崩壊によるAの消滅 $-\lambda_A N_A(t)$

と書くことができる。これらを用いると、中性子吸収と崩壊をともに伴う原子核Aの数を支配する微分方程式を書くことができる。

$$\frac{dN_A(t)}{dt} = \underbrace{+\lambda_B N_B(t)}_{\text{①原子核Bの崩壊による生成}} + \underbrace{+\phi\sigma_c^C N_C(t)}_{\text{②原子核Cの中性子捕獲による生成}} - \underbrace{\phi\sigma_a^A N_A(t)}_{\text{③原子核Aの中性子吸収による消滅}} - \underbrace{\lambda_A N_A(t)}_{\text{④原子核Aの崩壊による消滅}} \quad \dots\dots\dots (9.14)$$

この方程式を解けば、Aの原子核の数の変化を定量的に知ることができる。

実際の原子炉内の燃焼では、さまざまな原子核の核反応や崩壊が相互に関係し合うこととなり、数十を超える多くの原子核についての微分方程式を立てる必要があるため、実際はかなり複雑な問題になる。

9.2.2 燃焼解析の実際

(1) 燃焼計算コード

上述した通り、実際に燃料の燃焼を解析するには、多くの原子核に対する微分方程式を立式して、それらを連立させて解く必要がある。2~3個程度の連立微分方程式の場合、原子核の微視的実効断面積が変化しないとすれば、線形であることもあり、解析的な解法が可能である。また、数値的な解法も容易である。

しかし、数十を超える核について同時に解こうとすると、半減期の長短、吸収断面積の大小、またループ状の原子核生成過程などの点から、解析的な手法は適用が不可能となる。このため実際には、燃焼の解析は数値的に行われることになるが、その解法も先と同じ理由から容易なものではない。

燃焼解析を数値的に行う方法としては、Bateman法、有限差分法、マトリックス指

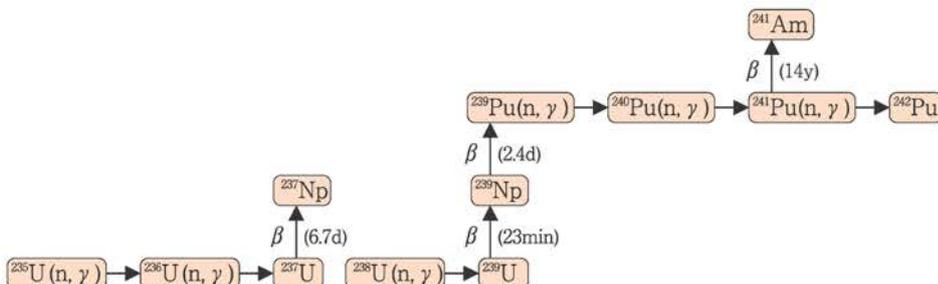
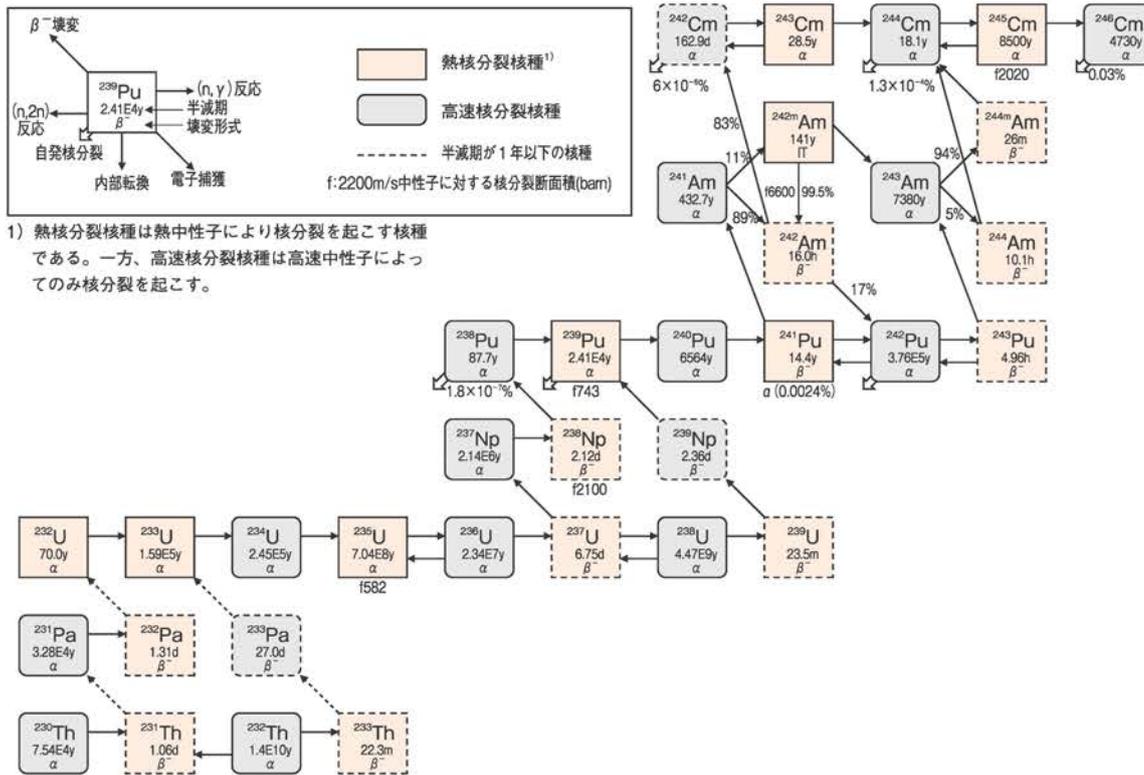


図9.3 U燃料の燃焼チェーンの例(簡易)



1) 熱核分裂核種は熱中性子により核分裂を起こす核種である。一方、高速核分裂核種は高速中性子によってのみ核分裂を起こす。

図9.4 広範囲の原子核(重核)に対する詳細燃焼チェーン(一例)

注9.4: ORIGENコードにはいくつかの事例があり、断面積の入力や計算の仕方の点でことなるので、使用に当たっては十分注意することが必要である。

注9.5: ORIGENコードについては、たとえば、以下を参照のこと。A.G.Croff "ORIGEN2-A Revised and Updated Version of the Oak Ridge Isotope Generation and Depletion Code", ORNL-5621 (1980)

数関数法、ルンゲクッタギル法など幾つかの手法があげられ、また、それらに用いた燃焼解析コードが数多く開発されている。

燃焼計算コードの一例として、最も広く用いられているORIGENコード(注9.4)を挙げる事ができる。ORIGENコードには、ほとんどの原子核に対して中性子断面積および崩壊データが付属ライブラリとして与えられており、そのために非常に広範な原子核についての燃焼計算が容易に可能となっている(注9.5)。これらの特徴から、ORIGENコードが燃焼計算でよく使われる。

(2) 燃焼チェーン

通常のウラン燃料を用いる原子炉においては、²³⁵Uおよび²³⁹Puを核燃料として燃焼が進むこととなるが、この場合の燃焼の進み方の様子を图示すると簡易的には図9.3、さらに広い原子核の範囲について精密にまとめると図9.4になる。なお、このような燃焼における原子核の変化の過程を、わかりやすく表したものを**燃焼チェーン(burnup chain)**と呼ぶ。

原子炉あるいはそこで使用する燃料の性能、特性を知るために、原子炉中でどのような原子核が生成されるか(あるいは消滅するか)、またそれらがどのような生成消滅過程をたどるかを把握しておくことが重要である。それらの理解は、原子炉の運転や燃料の燃焼だけでなく、核燃料の加工、転換、再処理などの核燃料サイクルの各過程を理解する上で、極めて重要となる。

(3) 核分裂生成物および可燃性毒物

これまで燃焼に関する説明では、燃料の核分裂により生み出される核分裂生成物について言及してこなかった。しかし実際の原子炉の燃焼を考える場合、核分裂生成物も考える必要がある。原子炉の中で生まれる核分裂生成物は数百種類以上になるため、多くの原子炉計算では核分裂生成物すべてをあらわに扱うことはなく、実際には主だった核分裂生成物10~30種類程度に限定している場合が多い(注9.6)。

その他、燃焼解析においては、原子炉の運転中の反応度変化を小さくするために用いられる可燃性毒物(¹⁵⁵Gd、¹⁵⁷Gdなど)も、その解析対象として重要なものである。現在の原子炉計算では、可燃性毒物専用の燃焼計算法が種々開発されており、

注9.6: なお、原子炉の運転に伴って中性子吸収が非常に大きな¹³⁵Xeと¹⁴⁹Smの核分裂生成物が生成蓄積される。この二つの原子核は通常の燃焼計算からは切り離して、次節で述べる独自の方法によりその効果を考慮するのが一般的な方法である。

このような核反応は、核燃料の資源の利用効率を大幅に向上させる。とくに、²³⁹Puの場合、ウラン資源の99.3%を占める²³⁸Uを核燃料として利用できることにつながり、原子力利用にとって非常に重要である。

このような親物質から核分裂性核種が生成される過程を、**転換** (conversion) とよぶ。そして、ある原子炉において、運転により消費される核分裂性核種と、その原子炉運転中に転換されて生成される核分裂性核種の量の比を、**転換比** (conversion ratio) と呼ぶ。²³⁸Uを燃料として運転される原子炉において生成される²³⁹Pu量を例にとると、転換比は以下となる^(注9.9)。

注9.9: 転換比と増殖比は呼び名が違うだけで、中身は同じ、同じ定義式であることに注意せよ。

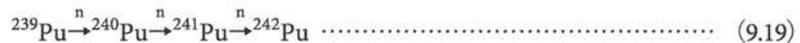
$$\text{転換比} = \frac{\text{生成された}^{239}\text{Puの原子数}}{\text{消費された}^{235}\text{Uの原子数}} \dots\dots\dots (9.17)$$

さらに、転換比が1以上になった場合に、転換比を**増殖比** (breeding ratio) と呼ぶ。

$$\text{増殖比} = \frac{\text{生成された}^{239}\text{Puの原子数}}{\text{消費された}^{235}\text{Uの原子数}} \text{ (おおよそ1以上の場合のとき用いる)} \dots\dots\dots (9.18)$$

(3) **マイナーアクチニドの生成**

原子炉の中では以上のような過程で²³⁸Uが中性子を吸収することにより²³⁹Puが生成され、核燃料として利用される。しかし、同じく原子炉では、この過程で生み出された²³⁹Puが中性子吸収を行い、²⁴⁰Puが生成される。そして、その²⁴⁰Puから更に高次のプルトニウムが生み出される。すなわち



さらに、このような高次のPuからは、Am (²⁴¹Am、^{242m}Am、²⁴³Amなど) やCm (²⁴²Cm、²⁴³Cm、²⁴⁴Cmなど) が生成される。このような核種を、**超ウラン元素** (TRU: Trans-Uranium) と呼ぶことが多い。また、TRUからPuを除いた核種を**マイナーアクチニド** (MA: Minor-Actinide) と呼ぶ。

通常の原子炉運転で生成されるマイナーアクチニドに含まれる核種は、Np、Am、Cmである。これらのマイナーアクチニドは、^{242m}Am、²⁴⁵Cmなど一部の核種を除き、熱中性子に対する核分裂断面積が小さく、熱中性子炉では核燃料として使用することは難しい。このため、マイナーアクチニドは再処理において取り除かれ、廃棄物として処分される。処理・処分におけるマイナーアクチニドの特徴を整理すると、以下のようになる。

- 寿命が極めて長い核種が存在する (たとえば²³⁷Npでは約200万年)
- 多くはα崩壊をするため潜在的な放射能毒性が強い、
- α崩壊連鎖をする (たとえば²⁴³Am→²³⁷Np→²³⁴U→²³⁰Th→など)、
- 崩壊時の発熱量が大きい核種が存在する (たとえば²⁴¹Am)、
- 中性子放出率が大きい核種が存在する (たとえば²⁴⁴Cm)。

このため、核燃料の処理・処分においては、マイナーアクチニドの取り扱いが極めて重要となる。

また、長寿命で潜在的な毒性が強いマイナーアクチニドは処分時の大きな負担になるため、マイナーアクチニドを分離する方策、さらにはマイナーアクチニドを原子炉内で核変換させて安定あるいは短寿命な核種、低毒性の核種に変える、または核分裂断面積が大きい核種に変換し、核分裂させる方策 (核変換と呼ぶこともある) が研究されている。

9.3 核分裂生成物の毒作用

9.3.1 ¹³⁵Xeと¹⁴⁹Sm

原子炉の運転中に生成される¹³⁵Xeは約3.0×10⁶barn、¹⁴⁹Smは約5.9×10⁴barnという、格段に大きな吸収断面積を持つ。このため、これらの原子核の蓄積量は原子炉の増倍率に大きな影響をもつ。以下、この作用について定量的に解説する。

まず¹³⁵Xeと¹⁴⁹Sm共通の原理的な面から学んだ後、順に、¹³⁵Xe、ついで¹⁴⁹Smについて学ぶ。なお、この毒作用は、熱中性子炉において重要であり、高速炉においては、高速中性子に対する吸収断面積が小さいことからあまり問題とならない。

9.3.2 毒物の反応度への効果

今、燃料と減速材から構成されている一様の原子炉(均質炉)を考える。そして、そこに熱中性子に対して大きな断面積を有する毒物が加えられることを考え、この毒物の増倍率に対する影響を考える。

毒物が入る前の原子炉の実効増倍率を k とすると、 k は6因子公式(5.82式)から、

$$k = \epsilon p f \eta P_F P_T \dots\dots\dots (9.20)$$

と表せる。ここで、 ϵ は高速核分裂因子、 p は共鳴を逃れる確率、 f は熱中性子利用率、 η は中性子再生率であり、 P_F および P_T は高速中性子および熱中性子が体系から漏れない確率である。そして、この毒物の毒作用が主に熱中性子に対するものであることから、増倍率への毒物の影響は、6因子公式上、熱中性子利用率を通じて及ぼされることとなる(注9.10)。

この原子炉の燃料(F)と減速材(M)の巨視的吸収断面積を Σ_a^F 、 Σ_a^M とすると、熱中性子利用率は、

$$f = \frac{\Sigma_a^F}{\Sigma_a^F + \Sigma_a^M} \dots\dots\dots (9.21)$$

と書ける。この状態の原子炉に、巨視的吸収断面積が Σ_a^P である毒物が加えられたとする。毒物投入後の実効増倍率と熱中性子利用率をそれぞれ k' と f' とすると、これらは、

$$k' = \epsilon p f' \eta P_F P_T \dots\dots\dots (9.22)$$

$$f' = \frac{\Sigma_a^F}{\Sigma_a^F + \Sigma_a^M + \Sigma_a^P} \dots\dots\dots (9.23)$$

となる。毒物投入前後の反応度を ρ および ρ' とすると、毒物投入による反応度変化 $\Delta\rho$ は

$$\Delta\rho = \rho' - \rho = \frac{k'-1}{k'} - \frac{k-1}{k} = \frac{1}{k} \left(1 - \frac{k}{k'} \right) = \frac{1}{k} \left(1 - \frac{f}{f'} \right) \dots\dots\dots (9.24)$$

である。さらに、毒物投入前の原子炉の k がほぼ1に近いとする($k \sim 1$)と

$$\Delta\rho = 1 - \frac{f}{f'} \dots\dots\dots (9.25)$$

とできる。この式に(9.21)式ならびに(9.23)式を代入すると、

$$\Delta\rho = 1 - \frac{\Sigma_a^F}{\Sigma_a^F + \Sigma_a^M} \bigg/ \frac{\Sigma_a^F}{\Sigma_a^F + \Sigma_a^M + \Sigma_a^P} = 1 - \frac{\Sigma_a^F + \Sigma_a^M + \Sigma_a^P}{\Sigma_a^F + \Sigma_a^M} = - \frac{\Sigma_a^P}{\Sigma_a^F + \Sigma_a^M} \dots\dots (9.26)$$

と書ける。さらに、燃料と減速材の吸収断面積の和を $\Sigma_a (= \Sigma_a^F + \Sigma_a^M)$ で表すと、

$$\Delta\rho = - \frac{\Sigma_a^P}{\Sigma_a} \dots\dots\dots (9.27)$$

となる。この式から、毒物の毒作用を求めることができる。すなわち、毒物の反応度効果は、毒物の巨視的吸収断面積と、燃料および減速材の巨視的吸収断面積の合計との比によって与えられる。

上式に基づいて、毒物の毒作用の大きさを求めるためには、その毒物の巨視的吸収断面積が必要となる。巨視的吸収断面積は微視的吸収断面積と原子数密度の積

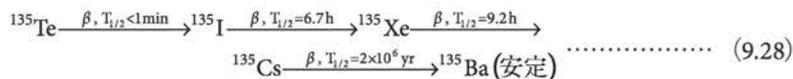
注9.10: 熱中性子断面積が大きい毒物の場合、 ϵ 、 p 、 η は変化しない。 P_F および P_T は厳密には、毒物の有無によって変化する。しかし、大型の原子炉を考えると、 P_F も P_T ともに ~ 1 なので、 P_F および P_T の変化はないと近似できる。以下では核分裂生成物の収率と典型的な軽水炉における反応度効果等に触れながら説明する。

で与えられるから、特定の核による毒物の毒作用を得るためにはその核の原子数密度 (の時間変化) を知らなければならない。

9.3.3 ¹³⁵Xeの毒作用

(1) 生成消滅の式

¹³⁵Xeは熱中性子に対し、ほぼ 3.0×10^6 (barn) という大きな吸収断面積を持ち、核分裂から直接生成される (1回の核分裂あたり約0.2%) とともに、核分裂で生成される¹³⁵Te、¹³⁵Iから下記の燃焼チェーンに沿って生成される (1回の核分裂あたり計約6.4%)。生成された¹³⁵Xeはこのチェーンに沿って崩壊するとともに、中性子吸収によって、¹³⁶Xeに核変換される。



以下、このような生成消滅過程における¹³⁵Xeの濃度を追いかけ、その毒作用を、前項で示した方法で定量的に検討する。

¹³⁵Xeの濃度 (の時間変化) を定量的に知るためには、¹³⁵Xe自身の生成消滅のほか、その親核の¹³⁵Iに対する生成消滅の式を作る必要がある (注9.11)。¹³⁵Xeおよび¹³⁵Iの生成消滅の式を定式化するために必要な原子核のチェーンを整理した図を図9.5に示す。

図中の記号のうち、 $X(t)$ 、 λ_X 、 γ_X 、 σ_X は¹³⁵Xeに対する濃度、崩壊定数、核分裂収率 (fission yield)、微視的吸収断面積であり、 $I(t)$ 、 λ_I 、 γ_I 、 σ_I は¹³⁵Iに対するそれらを意味する。なお、この節に限って、原子数密度を単に濃度と表現する。表9.1には、それら¹³⁵Xe、¹³⁵Iに対する生成消滅に関する数値データを、主な核分裂性の原子核である²³³U、²³⁵U、²³⁹Pu、²⁴¹Puに対して示している。

これらを使って、¹³⁵Xe、¹³⁵Iの生成消滅の式を書く。 ϕ を中性子束、 Σ_f を巨視的核分裂断面積とする。まず¹³⁵Iに対しては、

$$\frac{dI(t)}{dt} = \underbrace{-\lambda_I I(t)}_{\text{135Iの崩壊による消滅}} - \underbrace{\sigma_I I(t)\phi}_{\text{中性子吸収による消滅}} + \underbrace{\gamma_I \Sigma_f \phi}_{\text{核分裂による生成}} \dots \dots \dots (9.29)$$

と書ける。この式において、¹³⁵Iの中性子吸収断面積 σ_I が小さいため、第2項が第1項に比べて十分小さいとして、第2項を無視できる。この結果、¹³⁵Iの生成消滅の式は、

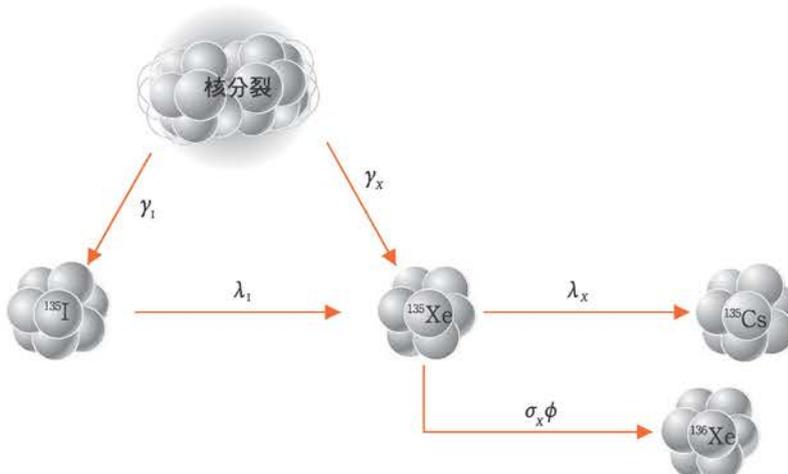


図9.5 ¹³⁵Xe毒作用解析のために用いる壊変図

表9.1 核分裂生成物収率と壊変定数

| 核分裂生成物 | 収率 (注9.12) | ²³³ U | ²³⁵ U | ²³⁹ Pu | ²⁴¹ Pu | 崩壊定数 (h ⁻¹) |
|-------------------|----------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------------|
| ¹³⁵ I | γ_I (%) | 4.884 | 6.386 | 6.100 | 7.694 | $\lambda_I = 0.1035$ |
| ¹³⁵ Xe | γ_X (%) | 1.363 | 0.228 | 1.087 | 0.255 | $\lambda_X = 0.0753$ |
| ¹⁴⁹ Pm | γ_p (%) | 0.66 | 1.13 | 1.9 | 0.0 | $\lambda_p = 0.0128$ |

注9.11: ¹³⁵Iの半減期が¹³⁵Xeと同程度であることから必要となる。厳密には、核分裂によって直接生成される¹³⁵Teの生成消滅についても定式化すべきではあるが、¹³⁵Teは半減期が極めて短いことから¹³⁵Iが核分裂によって直接生成するとして良い。核分裂からの¹³⁵Teの収率は、¹³⁵Iの収率に含めて考える。

注9.12: 表9.1において、核分裂収率は、1核分裂あたりにその核が生成される数で定義される。なお、核分裂反応では1回の核分裂あたり2個の核分裂生成物ができることから、核分裂収率は全体で200%になるように規格化されている。

$$\frac{dI(t)}{dt} = \underbrace{-\lambda_I I(t)}_{\substack{^{135}\text{I}の崩壊 \\ による消滅}} + \underbrace{\gamma_I \Sigma_f \phi}_{\substack{\text{核分裂に} \\ \text{よる生成}}} \dots\dots\dots (9.30)$$

とできる。一方、¹³⁵Xeに対しては

$$\frac{dX(t)}{dt} = \underbrace{-\lambda_X X(t)}_{\substack{^{135}\text{Xe}の崩壊 \\ による消滅}} - \underbrace{\sigma_X X(t)\phi}_{\substack{\text{中性子吸収に} \\ \text{よる変換消滅}}} + \underbrace{\gamma_X \Sigma_f \phi}_{\substack{\text{核分裂に} \\ \text{よる生成}}} + \underbrace{\lambda_I I(t)}_{\substack{^{135}\text{I}の崩壊 \\ による生成}} \dots\dots\dots (9.31)$$

となる。

(2) 平衡状態

原子炉をある程度長期間運転すると、¹³⁵Iと¹³⁵Xeの濃度は平衡に達する。そのときの濃度と、毒作用について学ぶ。平衡状態においては、 $dI/dt=dX/dt=0$ である。これを、(9.30)式と(9.31)式に代入することにより、平衡状態での濃度が求められる。¹³⁵Iの平衡状態での濃度を I_0 と書くと、(9.30)式から、

$$I_0 = \frac{\gamma_I \Sigma_f \phi}{\lambda_I} \dots\dots\dots (9.32)$$

となる。また、¹³⁵Xeに対しての平衡状態の濃度を X_0 と書くと、この値は(9.31)式から

$$0 = -\lambda_X X_0 - \sigma_X X_0 \phi + \gamma_X \Sigma_f \phi + \lambda_I I_0 \dots\dots\dots (9.33)$$

であり、(9.32)式を用いれば平衡状態のXe濃度は、

$$X_0 = \frac{\gamma_X \Sigma_f \phi + \lambda_I I_0}{\lambda_X + \sigma_X \phi} = \frac{\gamma_X \Sigma_f \phi + \gamma_I \Sigma_f \phi}{\lambda_X + \sigma_X \phi} = \frac{(\gamma_X + \gamma_I) \Sigma_f \phi}{\lambda_X + \sigma_X \phi} \dots\dots\dots (9.34)$$

と求められる。この¹³⁵Xeの濃度 X_0 を、(9.27)式に代入すると

$$\Delta\rho = -\frac{\Sigma_a^p}{\Sigma_a} = -\frac{X_0 \sigma_X}{\Sigma_a} = -\frac{\sigma_X (\gamma_X + \gamma_I) \Sigma_f \phi}{\Sigma_a (\lambda_X + \sigma_X \phi)} = -\frac{\sigma_X (\gamma_X + \gamma_I) \Sigma_f \phi}{(\lambda_X + \sigma_X \phi) \Sigma_a} \dots\dots\dots (9.35)$$

として¹³⁵Xeの毒作用が求められる。炉心の巨視的吸収断面積と巨視的核分裂断面積が与えられると、この式から具体的な毒作用の値を求めることができる。

以下、具体的な値に言及する代わりに、²³⁵Uのみを燃料とする原子炉では無限増倍率が $\nu \Sigma_f / \Sigma_a$ で与えられることに着目して考察する。すなわち、無限増倍率を k_∞ と書くと、

$$k_\infty = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a} \dots\dots\dots (9.36)$$

である。さらに、実効増倍率 k は、 k_∞ に体系から漏れない確率を乗じた値、すなわち

$$k = k_\infty P_F P_T = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a} P_F P_T \dots\dots\dots (9.37)$$

と書ける。この式から、¹³⁵Xeの毒作用を求める(9.35)式に必要な Σ_f / Σ_a が

$$\frac{\Sigma_f}{\Sigma_a} = \frac{k}{P_F P_T} \frac{1}{\nu} \dots\dots\dots (9.38)$$

と得られる。臨界にある大型炉の場合、実効増倍率は1、中性子が体系から漏れない確率もほとんど1であることから、上式は、

$$\frac{\Sigma_f}{\Sigma_a} \cong \frac{1}{\nu} \dots\dots\dots (9.39)$$

となる。この式を、(9.35)式に代入して、¹³⁵Xeの毒作用を求めると、

$$\Delta\rho = -\frac{\sigma_X (\gamma_X + \gamma_I) \Sigma_f \phi}{(\lambda_X + \sigma_X \phi) \Sigma_a} = -\frac{\sigma_X (\gamma_X + \gamma_I) \phi}{\nu (\lambda_X + \sigma_X \phi)} = -\frac{(\gamma_X + \gamma_I) \phi}{\nu \left(\frac{\lambda_X}{\sigma_X} + \phi \right)} \dots\dots\dots (9.40)$$

となる。

第9章 燃焼

注9.13: (9.40) 式に基づいて考察すると、中性子束が低いとき、すなわち $\phi < \lambda_X/\sigma_X$ のときは

$$\Delta\rho = -\frac{(\gamma_X + \gamma_I)\phi}{\nu \frac{\lambda_X}{\sigma_X}} = -\frac{\sigma_X(\gamma_X + \gamma_I)}{\nu \lambda_X} \phi \propto \phi$$

となり、 ^{135}Xe の毒作用の反応度損失が中性子束に比例することとなる。逆に、中性子束が高く $\phi > \lambda_X/\sigma_X$ とできる場合①には、

$$\Delta\rho = -\frac{(\gamma_X + \gamma_I)\phi}{\nu\phi} = -\frac{(\gamma_X + \gamma_I)}{\nu}$$

となる。これより、 ^{135}Xe の毒作用には $(\gamma_X + \gamma_I)/\nu$ という最大値が存在することがわかる。すなわち ϕ がいくら大きくなってもこの値を超えることはない。 ^{235}U を燃料とする熱中性子炉では、この値は0.026 (Δk)となる。この値は、原子炉の運転の観点から見て、大きな値である。したがって、原子炉の余剰反応度と原子炉の制御系の設計では、この反応度損失に打ち勝つ余裕を持つようにしなければならない。

$\lambda_X/\sigma_X = 0.756 \times 10^{17} (\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1})$ であり、たとえば典型的な軽水炉の中性子束は $10^{17} (\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1})$ であることから、この条件をほぼ満たしていると考えてよい。

この式の中の変数のうち、 ϕ 以外は定数であり、平衡状態の ^{135}Xe の毒作用すなわち反応度損失量は、中性子束の大きさのみ依存する量となっていることがわかる(注9.13)。

(注9.13)より、典型的な軽水炉においては、 ^{135}Xe の反応度損失は2.6% Δk 程度である。たとえば、PWRにおける燃焼中の反応度変化は1か月に1% Δk 程度であるため、Xeによる反応度損失は大きいと言える。

(3) 原子炉停止後の ^{135}Xe 濃度

原子炉を停止すると、 ^{135}Xe の濃度は平衡状態から変化する。 ^{135}Xe 自身が不安定核なので、停止後十分時間が経つと、最終的に ^{135}Xe の濃度はゼロとなる。しかし、 ^{135}Xe の場合、親核の ^{135}I の半減期が ^{135}Xe の半減期より短い(すなわち $\lambda_I > \lambda_X$) ことから、単調にゼロにならずに ^{135}Xe 濃度がいったん上昇する特徴がある。ここでは、原子炉停止後特有の振舞いをする ^{135}Xe 濃度の時間変化に着目する。

はじめに原子炉が一定の出力で平衡状態にあったとする。このときの ^{135}I と ^{135}Xe 濃度は、それぞれ(9.32)と(9.34)式で与えられる I_0 、 X_0 である。まず ^{135}I から考える。原子炉停止後の ^{135}I 濃度は、(9.30)式において、中性子束をゼロとした式、すなわち

$$\frac{dI(t)}{dt} = -\lambda_I I(t) \dots\dots\dots (9.41)$$

で与えられる。この式を、初期状態の ^{135}I 濃度を I_0 として解くと

$$I(t) = I_0 \exp(-\lambda_I t) \dots\dots\dots (9.42)$$

となる。次いで、 ^{135}Xe に対しても同様にして(すなわち式(9.31)において $\phi=0$ として)、さらに(9.42)式を代入すると、

$$\frac{dX(t)}{dt} = -\lambda_X X(t) + \lambda_I I(t) = -\lambda_X X(t) + \lambda_I I_0 \exp(-\lambda_I t) \dots\dots\dots (9.43)$$

となる。この微分方程式を解くと(Appendix V参照)、

$$\begin{aligned} X(t) &= \exp(-\lambda_X t) \left(\int_0^t \exp(\lambda_X t') (\lambda_I I_0 \exp(-\lambda_I t')) dt' + X_0 \right) \\ &= \exp(-\lambda_X t) \left(\frac{\lambda_I}{\lambda_X - \lambda_I} I_0 [\exp(-(\lambda_I - \lambda_X)t')]_0^t + X_0 \right) \dots\dots\dots (9.44) \\ &= \frac{\lambda_I}{\lambda_X - \lambda_I} I_0 [\exp(-\lambda_I t) - \exp(-\lambda_X t)] + X_0 \exp(-\lambda_X t) \end{aligned}$$

となる。この式の右辺第1項は、停止後の ^{135}I の崩壊で生成した ^{135}Xe の濃度の変化であり、第2項は原子炉停止時に存在した ^{135}Xe が崩壊することによる ^{135}Xe 濃度の変化を表す。この(9.44)式を、 ^{135}Xe 毒作用を表す式(9.27)、すなわち

$$\Delta\rho(t) = -\frac{\sum_a^p}{\Sigma_a} = -\frac{X(t)\sigma_X}{\Sigma_a} \dots\dots\dots (9.45)$$

に代入し、(9.34)式による X_0 、(9.32)式による I_0 および(9.39)式による Σ_f/Σ_a を利用すると、

$$\Delta\rho(t) = -\frac{1}{\nu} \left(\frac{\gamma_I \sigma_X \phi}{\lambda_X - \lambda_I} (\exp(-\lambda_I t) - \exp(-\lambda_X t)) + \frac{(\gamma_X + \gamma_I)\phi}{\frac{\lambda_X}{\sigma_X} + \phi} \exp(-\lambda_X t) \right) \dots\dots\dots (9.46)$$

となる。図9.6に中性子束を変えたときの $\Delta\rho(t)$ の値を示す(注9.14)。

この図からわかるように、 ^{135}Xe 濃度は一度上昇し、10時間程度経過したところでピークに至り、その後、数10時間かけてゼロに向かって減少して行く。毒作用の最大値、すなわちピーク時の反応度損失は、中性子束が $10^{17} (\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1})$ 以下のときには非常に小さいが、中性子束が大きくなると毒作用も大きくなり、中性子束が $2 \times 10^{18} (\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1})$ になるとピーク時の反応度損失が-0.33 (^{235}U を燃料として用いる炉心の場合)にも達する。この場合、原子炉の制御系が0.1(10%)の反応度余剰を持っていたとしても、原子炉停止後1時間以内に原子炉を再起動しない限り、30時間以上にわたり原子炉を再起動できないことになる(注9.15)。

最後に原子炉停止後 ^{135}Xe 濃度が最大となる時間について見ておく。原子炉停止後

注9.14: なお、平衡時の濃度 I_0 と X_0 が運転中の中性子束に依存することから、図9.6に見られるように、原子炉停止後の ^{135}Xe の濃度変化も中性子束に依存することとなる。

注9.15: この期間はreactor dead timeと呼ばれ、原子炉を艦船などの動力源として用いる場合に深刻な問題となり得る。すなわち、何らかのトラブルにより原子炉が停止し、すぐに再起動できなかった場合、長時間にわたって動力源が失われることになるためである。従って、例えば艦船で用いられる動力用の原子炉においては、燃料の ^{235}U 濃縮度を高めることで、炉心の余剰反応度を大きくする設計がなされている。

この式に、 $\lambda_I=0.1035(\text{h}^{-1})$ 、 $\lambda_X=0.0753(\text{h}^{-1})$ を代入し、 I_0 、 X_0 として平衡状態の値を使うと、中性子束濃度が高いとき、約11時間となる(図9.6参照)。

(4) Xeの空間振動

以上のように、 ^{135}Xe 濃度は時間変化をするが、大きな原子炉の中では、Xeの時間変化が場所ごとに異なることがある。原子炉の内部の異なる場所で別のXe変動が起こることがあり、それを通常Xeの空間振動(Xe oscillation)と呼んでいる。以下、その現象の概要を説明する。

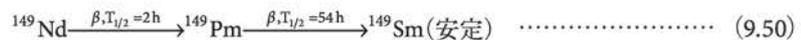
大きな原子炉を考え、その原子炉の一部分の空間領域で、一時的にある領域(領域Iと呼ぶ)の中性子束が高くなり、一方別の領域(領域IIと呼ぶ)の中性子束は小さくなったとする。中性子束が高くなった領域Iでは、高くなった中性子束の効果により(より多くの中性子が ^{135}Xe により吸収されることとなるので)、 ^{135}Xe の濃度が低下しはじめる。濃度が低下すると正の反応度が投入されるので、その領域Iの中性子束がさらに増大する結果となる。これは更に ^{135}Xe の濃度を下げ、反応度と中性子束を増す。しかし、一定時間後には、その間に増加した ^{135}I の崩壊により ^{135}Xe が増えはじめるため、やがて中性子束の増加傾向は止まり、減少に転ずることとなる。

一方で、はじめに出力が低下した領域IIではまったく逆の位相(出力の時間変化)でこの振動現象が起る(中性子束低→Xe濃度高→反応度低→中性子束低・・・)。この結果、領域IとIIの間において、原子炉内出力分布が振動する現象が起こる。このような現象がXeの空間振動である。詳細な ^{135}Xe 振動解析から、 ^{135}Xe 振動の周期は約1日であることがわかっていて、通常の制御棒操作で容易に制御できる。しかしながら、 ^{135}Xe 振動により加えられる局所的な中性子束(出力)の増加は比較的大きいことがあるため、燃料に損傷を与える可能性があるため、このXeの空間振動に対する十分な注意が必要である。なお、発電用の原子炉では、炉外・炉内に配置された中性子検出器によりこのような振動の監視を行っている。

9.3.4 Smの毒作用

^{149}Sm は、熱中子に対して約 5.9×10^4 (barn)という吸収断面積を持つ。この断面積は、 ^{135}Xe の 3.0×10^6 (barn)に比べると1/50程度であるものの、他の主要な核分裂生成物に比べると格段に大きな値であり、この毒作用も原子炉物理上重要な項目となっている。

しかし、 ^{149}Sm の特徴は、Xeと違って安定な原子核である点である。このため、 ^{149}Sm の濃度や毒作用の時間的な挙動は ^{135}Xe の場合とは異なる。 ^{149}Sm に関するチェーンを次に示す。



^{149}Nd の崩壊定数は ^{149}Pm の崩壊定数に比べて大きいので、核分裂により直ちに ^{149}Pm ができると考えることができる。以下、 P 、 S をそれぞれ ^{149}Pm 、 ^{149}Sm の濃度、 λ_P を ^{149}Pm の崩壊定数、 σ_S を ^{149}Sm の微視的吸収断面積、 γ_P を ^{149}Pm の核分裂収率とする。

先の表9.1には、それら生成消滅に関する数値データを、主な核分裂原子核である ^{233}U 、 ^{235}U 、 ^{239}Pu に対して示している。 ^{149}Pm 、 ^{149}Sm に対する生成消滅の式を、前節にならって作成すると以下のようになる。

$$\frac{dP(t)}{dt} = \underbrace{-\lambda_P P(t)}_{^{149}\text{Pmの崩壊による消滅}} + \underbrace{\gamma_P \Sigma_f \phi}_{\text{核分裂による崩壊}} \dots\dots\dots (9.51)$$

$$\frac{dS(t)}{dt} = \underbrace{-\sigma_S S(t) \phi}_{\text{中性子吸収による変換消滅}} + \underbrace{\lambda_P P(t)}_{^{149}\text{Pmの崩壊による消滅}} \dots\dots\dots (9.52)$$

この式から、 ^{149}Pm と ^{149}Sm の濃度が平衡に達したときの濃度を、 $dP/dt=0$ 、 $dS/dt=0$ として求めると、

$$P_0 = \frac{\gamma_p \Sigma_f \phi}{\lambda_p} \dots\dots\dots (9.53)$$

$$S_0 = \frac{\lambda_p P_0}{\sigma_s \phi} = \frac{\lambda_p \gamma_p \Sigma_f \phi}{\sigma_s \phi \lambda_p} = \frac{\gamma_p \Sigma_f}{\sigma_s} \dots\dots\dots (9.54)$$

となり、そのときの毒作用（反応度損失量）は、(9.35) 式を¹⁴⁹Smに書き換えた式、すなわち、

$$\Delta\rho = -\frac{\Sigma_a^p}{\Sigma_a} = -\frac{S_0 \sigma_s}{\Sigma_a} \dots\dots\dots (9.55)$$

に、(9.54) 式によるS₀および(9.39) 式によるΣ_p/Σ_aを代入した次式で得られる。

$$\Delta\rho = -\frac{\gamma_p \Sigma_f \sigma_s}{\sigma_s \Sigma_a} = -\frac{\gamma_p}{\nu} \dots\dots\dots (9.56)$$

平衡に達するまでの時間は¹³⁵Xeの場合に比べると長く、運転開始後数日を要する。¹⁴⁹Smの平衡時の濃度は中性子束に依存しない点が、¹³⁵Xeの場合と異なる。平衡時の¹⁴⁹Smの毒作用は、γ_pとして²³⁵Uの熱中性子核分裂に対する1.13%を用いると、0.00463(Δk)となる。

また原子炉停止後のSmの毒作用は(9.51) 式、(9.52) 式でφ=0とすることにより得られる。

$$\frac{dP(t)}{dt} = -\lambda_p P(t) \dots\dots\dots (9.57)$$

$$\frac{dS(t)}{dt} = \lambda_p P(t) \dots\dots\dots (9.58)$$

を、初期条件P(0)=P₀、S(0)=S₀の下で解くことにより得られ、

$$P(t) = P_0 \exp(-\lambda_p t) \dots\dots\dots (9.59)$$

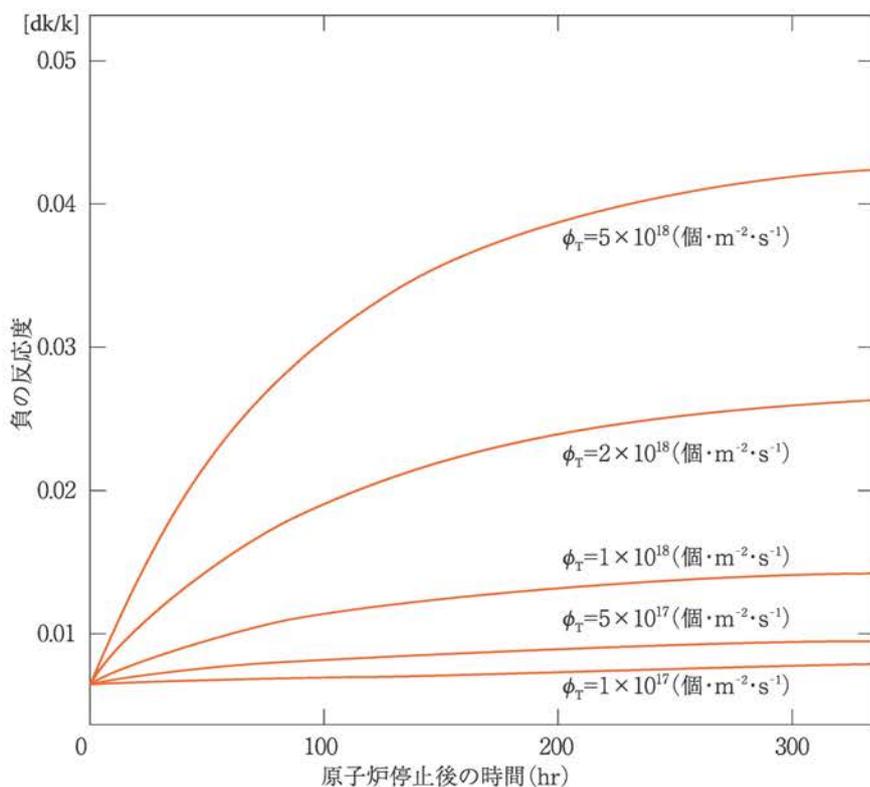


図9.7 原子炉停止時のSm毒作用の時間変化

$$\begin{aligned}
 S(t) &= \int_0^t \lambda_p P_0 \exp(-\lambda_p t') dt' + S_0 = P_0 [-\exp(-\lambda_p t')]_0^t + S_0 \quad \dots\dots\dots (9.60) \\
 &= P_0 [1 - \exp(-\lambda_p t)] + S_0 = \frac{\gamma_p \Sigma_f \phi}{\lambda_p} [1 - \exp(-\lambda_p t)] + \frac{\gamma_p \Sigma_f}{\sigma_s}
 \end{aligned}$$

となる。これから、¹⁴⁹Smの原子炉停止後の毒作用による反応度の時間変化を求める。(9.55)式に、(9.60)式のS(t)を代入し、さらに(9.39)式によるΣ_f/Σ_aを利用すると、

$$\begin{aligned}
 \Delta\rho &= -\frac{S(t)\sigma_s}{\Sigma_a} = -\frac{\sigma_s}{\Sigma_a} \left(\frac{\gamma_p \Sigma_f \phi}{\lambda_p} [1 - \exp(-\lambda_p t)] + \frac{\gamma_p \Sigma_f}{\sigma_s} \right) \\
 &= -\frac{1}{\beta} \sigma_s \left(\frac{\gamma_p \phi}{\lambda_p} [1 - \exp(-\lambda_p t)] + \frac{\gamma_p}{\sigma_s} \right) \quad \dots\dots\dots (9.61) \\
 &= -\frac{\gamma_p}{\beta} \left(1 + \frac{\sigma_s \phi}{\lambda_p} [1 - \exp(-\lambda_p t)] \right)
 \end{aligned}$$

となる。つまり原子炉停止後の毒作用は、中性子束に依存する。図9.7に種々の中性子束に対する原子炉停止後の¹⁴⁹Smによる反応度変化を示す。2×10¹⁸(m⁻²・s⁻¹)の中性子束に対しては、¹⁴⁹Smの毒作用による反応度は最大-0.027(Δk)となる。これは¹³⁵Xeによる反応度よりはるかに小さい。しかし、¹³⁵Xeの場合と違い、¹³⁵Smは安定核であるので、時間がたっても減ることがないことに注意する必要がある。

9.4 まとめ

本章では原子炉の長い時間範囲で起る時間的挙動として、燃料の燃焼と核分裂生成物XeとSmの毒作用について説明した。

燃焼については、初めに、その基本的な考え方、定量的な微分方程式の立式、その解法などについて学んだ。また、実際の原子炉における燃焼では、運転に伴う核燃料の燃焼、親物質からの生成、また核分裂生成物の生成などを考慮する必要があり、そのためには数十を超える生成消滅の微分方程式を解く必要があることを学んだ。現在、それらの解法には数値的な解析が行われており、その代表的な手法を紹介した。

ついで、核分裂生成物の中でも核分裂で生じる割合が高く、ともに大きな中性子吸収断面積を持つXeとSmについて学んだ。そこでは、これらが及ぼす毒作用、その影響(反応度の変化)、その具体例が説明された。これらにより、XeあるいはSm、特にXeは原子炉の特性、臨界性に大きな影響を有していることがわかる。このことを意識し、8.7節のチェルノブイリ原発事故と反応度効果を今一度読み返してみると、その重要性がわかる。

《演習問題》

[1] 厚さ0.001cm、面積1cm²の金箔 (¹⁹⁷Auが100%存在) を熱中性子束10⁵cm⁻²sec⁻¹で1日照射する。照射後1日たったときの¹⁹⁸Auの放射能は何ベクレルか計算せよ。ただし、金の密度は19.3g/cm³、熱中性子に対する放射化断面積は98.8 (barn) および¹⁹⁸Auの半減期は2.698日とする。またexp(-0.2577)=0.773である。なお、金箔中での中性子束の落ち込みは考慮しない。

[2] 以下の文章を読んで問いに答えよ。

²³⁸Uは中性子捕獲反応(微視的断面積 σ_C)により、²³⁹Uになる。²³⁹Uはベータ崩壊(半減期 T_1)して、²³⁹Npになる。²³⁹Npはベータ崩壊して(半減期 T_2)して²³⁹Puになる。

① 中性子照射中の各原子核の原子数密度を求めるための方程式を示せ。ただし、²³⁸Uの時刻 t における原子数密度を $N_{28}(t)$ とし、同様に²³⁹Uは $N_{29}(t)$ 、²³⁹Npは $N_{39}(t)$ 、²³⁹Puは $N_{49}(t)$ と表すものとする。また、中性子束を ϕ とする。

② 中性子束=10¹⁸(n·m⁻²·s⁻¹)の場合で²³⁸Uを照射しているとする。 $T_1=23.5$ 分、 $T_2=2.35$ 日であるので、²³⁹Uと²³⁹Npの原子数密度は照射開始後10日以上たつと平衡状態となる。このとき、時刻 $t(t>10$ 日)における²³⁹Puの原子数密度を表す式を求めよ。ただし²³⁸Uの原子数密度の初期値を N_0 、また²³⁸Uの微視的吸収断面積を $\sigma_a=2$ (barn) とする。

[3] 天然ウランを燃料とする無限に大きな熱中性子炉が、その寿命期間を通じて一定の中性子束 ϕ を保って運転されるとする。²³⁵U、²³⁸U、²³⁹Puの熱中性子吸収断面積をそれぞれ σ_a^{25} 、 σ_a^{28} 、 σ_a^{49} 、²³⁵U、²³⁹Pu、²⁴¹Puの熱中性子核分裂断面積をそれぞれ σ_f^{25} 、 σ_f^{49} 、 σ_f^{41} 、核分裂当りの中性子発生数をそれぞれ ν^{25} 、 ν^{49} 、 ν^{41} 、高速核分裂因子を ϵ 、²³⁸Uの共鳴を逃れる確率を p とする。

① 燃焼に伴う²³⁵Uの原子数密度の時間変化を求めよ。なお、高速中性子に対する²³⁵Uの吸収反応は無視する。

② 熱中性子によって引き起こされる核分裂から生じる核分裂中性子の発生数(単位体積・単位時間当たり)を求めよ。なお、²³⁸U、²⁴⁰Puの核分裂は無視する。

③ 高速および熱中性子によって引き起こされる核分裂から生じる核分裂中性子の発生数(単位体積・単位時間当たり)を求めよ。なお、²³⁸U、²⁴⁰Puの核分裂は無視する。

(ヒント: ②で求めた結果に基づき、高速核分裂因子 ϵ を考慮する)

④ ③で求めた核分裂中性子が減速している途中で引き起こす共鳴吸収の発生数(単位体積・単位時間当たり)を求めよ。

(ヒント: 共鳴を逃れる確率を p とすると、共鳴を逃れない確率、すなわち共鳴吸収される確率はどうなるか)

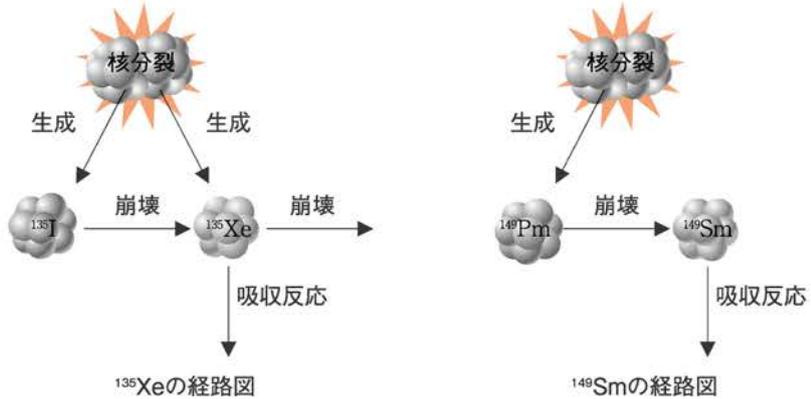
⑤ 燃焼に伴う²³⁹Puの原子数密度の時間変化を求めよ。なお、以下の仮定をせよ。

- ・高速中性子に対する²³⁹Puの吸収反応は無視する。
- ・④で求めた共鳴吸収は²³⁸Uによるものであり、結果として²³⁹Puが生成される。
- ・燃焼に伴う²³⁸Uの原子数密度の変化は無視する。

[4] 原子炉で生成される ^{135}Xe と ^{149}Sm について、下図に示す生成経路を仮定して、以下の問に答えよ。解答に当たっては、核分裂による生成率には γ 、核種濃度には N 、崩壊定数には λ 、吸収断面積には σ を用い、下添え字 I, X, P, S により ^{135}I 、 ^{135}Xe 、 ^{149}Pm 、 ^{149}Sm を区別するものとする。なお、ここで考える原子炉の巨視的核分裂断面積を Σ_f 、巨視的吸収断面積を Σ_a 、定格出力運転時の中性子束を ϕ とする。また、原子炉中の中性子吸収物質の反応度値 $\Delta\rho$ は、次式で表すことができるものとする。

$$\Delta\rho = 1 - \frac{f}{f'}$$

ここで、 f は中性子吸収物質が存在しないときの熱中性子利用率、 f' は中性子吸収物質が存在するときの熱中性子利用率である。



- ① ^{149}Pm 、 ^{149}Sm に対する生成消滅の式を記すとともに、原子炉定格出力運転時の ^{149}Pm 、 ^{149}Sm の核種濃度の平衡値 N_P^0 、 N_S^0 を求めよ。
- ② ①で求めた原子炉定格出力運転時の ^{149}Sm がもつ中性子吸収効果の反応度値 $\Delta\rho_S$ を求めよ。また、その反応度値の中性子束（の大きさ）依存性について説明せよ。
- ③ 定格出力運転している原子炉を停止したときの ^{149}Sm の核種濃度の時間変化を表す式 $N_S(t)$ を求めよ。また、停止後十分な時間が経過した後の ^{149}Sm の核種濃度 N_S^∞ を求めよ。
- ④ ^{135}I 、 ^{135}Xe に対する生成消滅の式を記すとともに、原子炉定格出力運転時の ^{135}I 、 ^{135}Xe の核種濃度の平衡値 N_I^0 、 N_X^0 を求めよ。
- ⑤ ④で求めた原子炉定格出力運転時の ^{135}Xe がもつ中性子吸収効果の反応度値 $\Delta\rho_X$ を求めよ。また、その反応度値の中性子束（の大きさ）依存性について説明せよ。