
第7章

原子炉の動特性

1. はじめに
 2. 動特性方程式
 3. 逆時間方程式
 4. 反応度印加による原子炉の出力変化
 5. まとめ
-

[この章のポイント]

原子炉の運転とは、連鎖反応を維持し、制御することである。原子炉の運転には、制御棒等の挿入・引抜きによって原子炉に印加する反応度を調節し、その結果生じる原子炉出力の時間的変化(動特性)を知る必要がある。

それには4章や5章で学んだ定常状態の拡散方程式ではなく、4章の初めに扱った時間依存の拡散方程式を用いる。この時間依存を考える場合、中性子の発生項について、核分裂によって発生する中性子の時間遅れが異なることを考慮しなければならない。すなわち、核分裂によって瞬時に発生する中性子と核分裂生成物の崩壊によって放出される中性子を区別して取り扱う。

この時間依存の拡散方程式と核分裂生成物の崩壊に関する微分方程式を連立させて考え、反応度が印加された後の原子炉出力を計算する。また、逆に、原子炉出力の時間変化から印加された反応度の大きさを知る。

この章では遅発中性子が原子炉の動特性において重要な役割を担っていることを知る。遅発中性子の存在こそが、原子炉の制御を可能にしめたと言える。

第7章 原子炉の動特性

7.1 はじめに

ここでは、原子炉の運転と制御に必要な原子炉の時間的変化について考える。原子炉の時間的変化を考える場合、数秒から数時間程度の比較的短い時間での状態の変化と数日から1~2年以上という比較的長い時間にわたる変化とを分けて考える必要がある。

長時間にわたる変化では、原子炉内で多量の核反応が起こった結果、核分裂性物質が減少、核分裂生成物が生成し、原子炉に含まれる構成核種の数密度が変化する。この長時間にわたる核種密度の変化の計算を燃焼解析と呼び、具体的な内容は、第9章で述べる。

本章では、数秒から数時間程度の比較的短い時間での原子炉の中性子数あるいは出力の変化、すなわち**原子炉動特性** (reactor kinetics) について考える。

7.2 動特性方程式

時々刻々変わる原子炉の動作を表わすにはどう考えたらよいだろうか。それには中性子の空間分布を表わす拡散方程式を時間に依存する場合に拡張して考えるのが自然である。そして中性子が時々刻々生まれることも同様に考慮しなくてはならない。

核分裂によって発生する中性子は、第3章で見たように、反応が起こると瞬時に放出される中性子と、核分裂によって生成された放射性核種の一部が放射性崩壊（ここではβ崩壊）する時に放出される中性子とがある。前者を**即発中性子** (prompt neutron)、後者を**遅発中性子** (delayed neutron) と呼ぶ。どちらの中性子も、核分裂反応（3章参照）に利用される。

ここでは、核分裂連鎖反応に即発中性子と遅発中性子を利用する拡散方程式を時間依存で考えることを出発点とする。なお、出力が変化することによる反応度変化（第8章で学ぶフィードバック効果）は考えないこととする。この遅発中性子の割合をβとすると、(1-β)で決まる割合のみが即発中性子とみなされる。第5章で学んだ順で拡散方程式を考えると遅発中性子を考慮した拡散方程式は(5.16)式より、以下のように表すことができる。

$$\frac{\partial n(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \frac{1}{v} \frac{\partial \phi(\mathbf{r},t)}{\partial t} = D\nabla^2\phi(\mathbf{r},t) - \sum_a \phi(\mathbf{r},t) + \nu(1-\beta)\Sigma_f\phi(\mathbf{r},t) + \sum_i \lambda_i C_i(\mathbf{r},t) \quad (7.1)$$

右辺の第3項と第4項は中性子発生を表し、以下で示すように、前者は即発中性子寄与分、後者が遅発中性子寄与分になる。

ここで、 $C_i(\mathbf{r},t)$ は、位置 \mathbf{r} における遅発中性子を放出して壊変する原子核（これを遅発中性子先行核と呼び、添字 i は遅発中性子先行核の種類を示す（後述））の単位体積当たりの数であり、 λ_i はその崩壊定数である。(7.1)式は、従来の拡散方程式(5.16)式に対して、全発生中性子から遅発中性子の寄与分(β)を差し引いた即発中性子の寄与分(右辺第3項)、遅発中性子先行核の壊変によって放出される遅発中性子の寄与分(右辺第4項)を追加したものである。

さらに、遅発中性子を発生する先行核に関する方程式が必要である。この遅発中性子先行核は数百種類存在するが、通常は、これを発生までの時間遅れに応じて6つの組に分けて取り扱う。これを遅発中性子6組近似と呼ぶ。なお、この組は中性子発

表 7.1 主な核種の核分裂当たりに発生する平均中性子数(ν)、核分裂当たりに放出される平均遅発中性子数(ν_d)、遅発中性子割合(β=ν_d/ν)および遅発中性子先行核の平均崩壊定数(λ)

核種	中性子エネルギー	ν	ν _d	β	λ(1/s)*
²³⁵ U	0.025 (eV)	2.436	0.01585	0.00651	0.0769
²³⁸ U	2 (MeV)	2.630	0.04634	0.01762	0.130
²³⁹ Pu	0.025 (eV)	2.884	0.00622	0.00216	0.0648

出典：JENDL-3.3

*: 6組のデータから、 $\lambda = \left[\sum_i \frac{\beta_i/\beta}{\lambda_i} \right]^{-1}$ を用いて導出した値

参考：核分裂に対する6組の壊変定数λ_iと6組の割合a_i(=β_i/β)

核種	λ _i (1/s)	a _i
²³⁵ U	1.244×10 ⁻²	3.30×10 ⁻²
	3.054×10 ⁻²	2.19×10 ⁻¹
	1.114×10 ⁻¹	1.96×10 ⁻¹
	3.014×10 ⁻¹	3.95×10 ⁻¹
	1.136	1.15×10 ⁻¹
	3.014	4.20×10 ⁻²
²³⁸ U	1.323×10 ⁻²	1.30×10 ⁻²
	3.209×10 ⁻²	1.37×10 ⁻¹
	1.386×10 ⁻¹	1.62×10 ⁻¹
	3.591×10 ⁻¹	3.88×10 ⁻¹
	1.415	2.25×10 ⁻¹
	4.030	7.50×10 ⁻²
²³⁹ Pu	1.277×10 ⁻²	3.50×10 ⁻²
	3.014×10 ⁻²	2.98×10 ⁻¹
	1.238×10 ⁻¹	2.11×10 ⁻¹
	3.254×10 ⁻¹	3.26×10 ⁻¹
	1.122	8.60×10 ⁻²
	2.697	4.40×10 ⁻²

〈解答7.1〉

(7.6) 式を整理し、前記の k_{∞} 、 ℓ 、 L^2 、 k_{eff} 、 ℓ_{eff} の関係を用いると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(t)}{\partial t} &= -v\Sigma_a \left\{ \frac{D}{\Sigma_a} B^2 + 1 - (1-\beta) \frac{v\Sigma_f}{\Sigma_a} \right\} n(t) + \lambda C(t) \\ &= v\Sigma_a \left(\frac{D}{\Sigma_a} B^2 + 1 \right) \left\{ -1 + \frac{(1-\beta) \frac{v\Sigma_f}{\Sigma_a}}{\frac{D}{\Sigma_a} B^2 + 1} \right\} n(t) + \lambda C(t) \\ &= \frac{(L^2 B^2 + 1)}{\ell} \left\{ -1 + \frac{(1-\beta)k_{\infty}}{L^2 B^2 + 1} \right\} n(t) + \lambda C(t) \\ &= \frac{1}{\ell_{eff}} \left\{ -1 + (1-\beta)k_{eff} \right\} n(t) + \lambda C(t) \\ &= \frac{(1-\beta)k_{eff} - 1}{\ell_{eff}} n(t) + \lambda C(t) \end{aligned}$$

となる。同様に、(7.7) 式を整理し、 k_{∞} 、 ℓ 、 L^2 、 k_{eff} 、 ℓ_{eff} の関係を用いると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(t)}{\partial t} &= -\beta v\Sigma_f v n(t) - \lambda C(t) \\ &= v\Sigma_a \beta \frac{v\Sigma_f}{\Sigma_a} n(t) - \lambda C(t) \\ &= \frac{1}{\ell} \beta k_{\infty} n(t) - \lambda C(t) \\ &= \frac{1+L^2 B^2}{\ell} \beta \frac{k_{\infty}}{1+L^2 B^2} n(t) - \lambda C(t) \\ &= \frac{\beta k_{eff}}{\ell_{eff}} n(t) - \lambda C(t) \end{aligned}$$

となる。

このように、時間変化に対して、原子炉内の中性子束の空間分布 $\phi(\mathbf{r})$ は変化しない(大きさ、すなわち振幅は変化するが、空間分布の形は変わらないの意味)と仮定する動特性方程式を、**1点炉動特性方程式** (one point reactor kinetics equation) と呼ぶ。実用的には、 k_{eff} の代わりに、原子炉が臨界状態からずれている程度を示す無次元の量である反応度で表すことが多い。

$$\rho \equiv \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}} \dots\dots\dots (7.10)$$

反応度が正の場合、**臨界超過の状態** (supercritical state) と呼び、反応度が負の場合、**臨界未満の状態** (sub-critical state) と呼ぶ。また、原子炉内にある**制御棒** (control rod) を全数引き抜いた時の反応度を**余剰反応度または過剰反応度** (excess reactivity) と呼ぶ。

この反応度で表した動特性方程式では、原子炉内での中性子寿命 (ℓ_{eff}) に代わって、核分裂によって発生した中性子が核燃料に吸収され、核分裂によって新たに発生する(世代交代する)までの平均時間 ($\Lambda \equiv \ell_{eff}/k_{eff}$: **世代時間** (generation time) と呼ぶ) (注7.6) を用いる。そうすると、 $\rho = (k_{eff} - 1)/k_{eff}$ であることから、動特性方程式は次のように書ける。

$$\frac{\partial n(t)}{\partial t} = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} n(t) + \lambda C(t) \dots\dots\dots (7.11)$$

$$\frac{\partial C(t)}{\partial t} = \frac{\beta}{\Lambda} n(t) - \lambda C(t) \dots\dots\dots (7.12)$$

注7.6: $\Lambda \equiv \ell_{eff}/k_{eff}$ から、

$$\Lambda = \frac{\ell_{eff}(1+L^2 B^2)}{k_{eff}(1+L^2 B^2)} = \frac{\ell}{k_{\infty}} = \frac{1}{v\Sigma_a} \frac{\Sigma_a}{v\Sigma_f} = \frac{1}{v\Sigma_f}$$

ある。これは、核分裂によって発生した中性子が、1個あたり、核分裂によって中性子を発生するまでの平均時間である(世代時間の他に、中性子生成時間とも呼ぶ)。中性子平均寿命 ℓ が発生から消滅までの時間であるのに対して、世代時間は発生から次の世代の発生までの時間である。なお、臨界近傍では、 $k_{eff} \approx 1$ より、 $\Lambda \approx \ell_{eff}$ である。

ここで、遅発中性子の役割を知るために、原子炉が即発中性子だけであるとする。すなわち、 $\beta=0$ であり、動特性方程式 (7.11) 式の右辺第2項は消えて、以下ようになる。

$$\frac{\partial n(t)}{\partial t} = \frac{k_{eff}-1}{\ell_{eff}} n(t) \text{ または、 } \frac{\partial n(t)}{\partial t} = \frac{\rho}{\Lambda} n(t) \dots\dots\dots (7.13)$$

(7.13) 式を $n(t)$ について解くと、

$$n(t) = n_0 e^{\frac{k_{eff}-1}{\ell_{eff}} t} \text{ または、 } n(t) = n_0 e^{\frac{\rho}{\Lambda} t} \dots\dots\dots (7.14)$$

ここで、 $n_0=n(0)$ (7.15)

が得られ、中性子数 (原子炉の出力) が指数的に増加することが分かる。この増加の速さを表す指標である時定数 (出力が e 倍もしくは $1/e$ 倍になるのに要する時間) を **原子炉ペリオド** (reactor period) と呼ぶ。

即発中性子だけの原子炉での原子炉ペリオド T は、

$$T = \frac{\ell_{eff}}{k_{eff}-1} \text{ または、 } T = \frac{\ell_{eff}}{k_{eff}-1} = \frac{\ell_{eff}}{k_{eff}} \frac{k_{eff}}{k_{eff}-1} = \frac{\Lambda}{\rho} \dots\dots\dots (7.16)$$

であり、具体的には、 $k_{eff}=1.000$ から $k_{eff}=1.001$ へ変化した場合、**即発中性子の寿命** (prompt neutron lifetime) (ℓ_{eff}) は約 0.0001 秒程度 (熱中性子炉の場合) であることから、 $T=0.1$ 秒程度である。この結果、中性子数は、1秒後には $e^{10} \approx 22,000$ 倍になり、これを通常考えられる機械装置で制御することはできない。

しかし、遅発中性子があるとこの事情は一変する。遅発中性子があると、原子炉の出力の増加は、遅発中性子が発生する時間率 (平均寿命) に依存することになる。前述と同様の例 ($k_{eff}=1.000$ から $k_{eff}=1.001$ へ変化) の場合、 ^{235}U を主たる燃料とする原子炉の原子炉ペリオドは後述のように ((7.35) 式および表7.1参照) 、

$$T = \frac{1.001 \times \beta / \lambda}{(1.001 - 1.000)} = \frac{1.001 \times 0.00651 / 0.0769}{1.001 - 1.000} = \frac{1.001 \times 0.085}{1.001 - 1.000} = \frac{1.001 \times 0.085}{0.001} = 85 \text{ 秒程度}$$

となり、1秒後の出力は $e^{1/85} = 1.012$ 倍となるに過ぎず、機械的装置で容易に制御できる。

このように、原子炉が即発中性子と遅発中性子の両方で臨界にある状態を**遅発臨界** (delayed critical) と呼ぶ。それに対して、即発中性子だけで臨界状態にある場合を、**即発臨界** (prompt critical) と呼ぶ。以後では、遅発中性子がある場合の中性子数の時間挙動について、詳しく見る。

7.3 逆時間方程式

最も基本的な場合として、 $t=0$ まで臨界状態にあり、一定出力で運転していた原子炉に $t=0$ で瞬時に $\rho(t)=\rho$ (一定) というステップ状の反応度が加えられた場合を考える。この時の動特性方程式 (7.11) および (7.12) の解を

$$n(t) = ne^{\omega t} \dots\dots\dots (7.17)$$

$$C(t) = Ce^{\omega t} \dots\dots\dots (7.18)$$

で表せるとする。(7.17) 式は、第3.4節で述べたように核分裂による中性子数はネズミ算式に増加することを表す。このことは、(7.14) 式からも類推できよう。一方、遅発中性子先行核は、前述したように、核分裂によって生成され、その生成率は崩壊率に比べて非常に小さいために、中性子数 $n(t)$ と同じ時間変化 (すなわち、 $e^{\omega t}$ で変化) をすると考えることができる。これらの式を、動特性方程式に代入すると、(7.12) 式から

$$C = \frac{\beta n}{\Lambda(\omega + \lambda)} \dots\dots\dots (7.19)$$

となる。これを (7.11) 式に代入し、 $\omega=1/T$ の関係式から (注7.7)、

注7.7: 中性子数は (7.17) 式に従って変化する。原子炉ペリオドの定義より、 $e^{\omega T} = e$ であることから、 $\omega=1/T$ となる。

ここで、 $\rho=\beta$ の時、1ドルとなる。また、この1/100を1セント (ϵ) と呼ぶ。臨界状態にある原子炉に1ドルよりも大きな反応度を印加することは、遅発中性子割合を超える反応度を印加することになる。この場合、遅発中性子割合より大きい反応度分を $\Delta\rho$ (すなわち、 $\rho=\Delta\rho+\beta$) として (7.11) 式に代入すると、

$$\frac{\partial n(t)}{\partial t} = \frac{\Delta\rho + \beta - \beta}{\Lambda} n(t) + \lambda C(t) = \frac{\Delta\rho}{\Lambda} n(t) + \lambda C(t) \dots\dots\dots (7.28)$$

となる。この式は、(7.13) 式の右辺に遅発中性子先行核の崩壊による項を加えたものである。したがって、原子炉は遅発中性子なしでも中性子数が増加する状態であり、原子炉の中性子数の増加は、即発中性子によって支配されることが分かる。このことから、原子炉の制御において、反応度1ドル (\$) は、遅発中性子による制御から即発中性子による暴走へと変化する重要な指標であることが分かる。

7.4 反応度印加による原子炉の出力変化

ここでは、ステップ状に反応度を印加した場合の原子炉出力の時間変化について調べる (注7.8)。

(7.20b) 式は、次のように変形できる (演習問題 [2])。

$$\rho = \frac{\omega \ell_{eff} (\omega + \lambda) + \omega\beta}{(\omega \ell_{eff} + 1)(\omega + \lambda)} = \frac{\ell_{eff}\omega^2 + (\ell_{eff}\lambda + \beta)\omega}{(\omega \ell_{eff} + 1)(\omega + \lambda)} \dots\dots\dots (7.29)$$

この式は ω に関する2次方程式であり、 ω について2個の根を有している。その解を ω_1 、 ω_2 とすると、原子炉にステップ状の反応度を印加したとき、(7.11) 式および (7.12) 式を満たす中性子数と遅発中性子先行核濃度の一般解は、 ω_1 および ω_2 それぞれの指数関数の和として、次のように表すことができる。

$$n(t) = n_1 e^{\omega_1 t} + n_2 e^{\omega_2 t} \dots\dots\dots (7.30)$$

$$C(t) = C_1 e^{\omega_1 t} + C_2 e^{\omega_2 t} \dots\dots\dots (7.31)$$

これらを ω_1 、 ω_2 について、数値的に解いた結果を図7.1に示す。この図より、反応度

注7.8: 実際には、反応度印加には制御棒等を用いるため、反応度の印加には、ある程度の時間を必要とする。しかし、反応度印加後、時間が経てば、ステップ状反応度投入と同じ条件を満たすことになり、このようなステップ状反応度印加の場合と同様の現象となる。

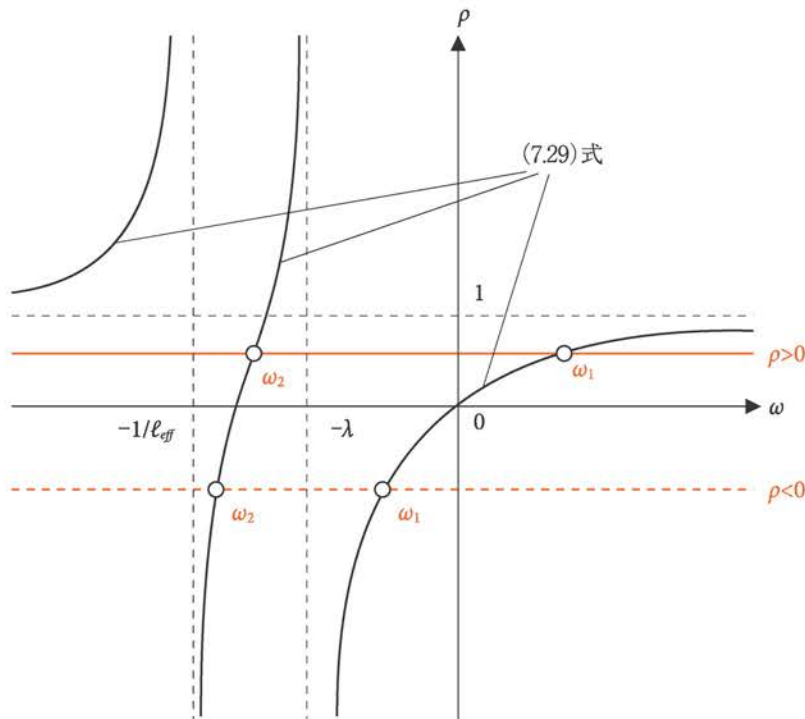


図7.1 逆時間方程式の根 ω と反応度 ρ の関係

が正の場合と負の場合に分けて、 ω_1, ω_2 (あるいは、それぞれの逆数であるペリオド T_1, T_2) を調べ、中性子数の時間変化についてもう少し詳しく考える。

7.4.1 正の反応度 $\rho > 0$ を印加する場合

図7.1において、 ρ が正の部分の横の直線 (赤色の実線) と逆時間方程式の解曲線 (黒色の実線) との交点をみると、 ω_1 は正の値 ($\omega_1 > 0$) であり、 ω_2 は負の値 ($\omega_2 < 0$) である。したがって、(7.30) 式の指数部は第1項が増加 ($\omega_1 > 0$ のため)、第2項が減衰 ($\omega_2 < 0$ のため)を示す。その結果、反応度投入後、十分な時間がたった後には、第2項の負の指数関数の項は消えて、原子炉出力は第1項に支配されることが分かる。すなわち、

$$n(t) = n_1 e^{\omega_1 t} = n_1 e^{t/T_1} \dots\dots\dots (7.32)$$

である。この (7.32) 式で表される項を漸近項とよび、そのペリオドを**漸近ペリオド** (asymptotic period) または、**安定ペリオド** (stable period) という。

$$T_1 = 1/\omega_1 \dots\dots\dots (7.33)$$

一方、他方のペリオド $T_2 = (1/\omega_2)$ を**過渡ペリオド** (transient period) と呼び、それに対応する項を過渡項と呼ぶ。図7.2に、正の反応度をステップ状に印加した (ある瞬間に一定反応度 ρ を印加すること) ときの中性子数の時間変化を示す。即発中性子だけの場合と比べると、中性子数は、反応度印加直後から現れる過渡項が短い時間内に減衰し、その後は、安定ペリオドで指数的に増大する。ここで、過度項を無視した場合、出力は反応度印加後に瞬時に漸近項へ変化 (図7.2において、 $t=0$ で出力が n_0 から n_1 へ変化) する。これを**即発跳躍** (prompt jump) と呼ぶ。

ペリオド法とよぶ反応度測定法は、ステップ状の正の反応度を印加して、しばらく時間が経過した (過渡項が減衰した) 後、安定ペリオドを測定 (実際には、中性子束が2倍になる時間の測定結果から e 倍になる時間を算出、第11章参照) して、(7.20a) 式または (7.20b) 式の逆時間方程式に代入して、印加した反応度の大きさを知る。

次に、正の反応度を印加した場合の逆時間方程式の近似式を求める。

(1) 安定ペリオドが十分に長い場合 ($T_1 \geq \lambda^{-1}$)

通常 $\lambda^{-1} (\sim 10\text{s}) > \ell_{eff} (\sim 10^{-5}\text{s})$ であり、(7.27) 式において、 $\frac{1}{\beta} \frac{\ell_{eff}}{\ell_{eff} + T} \approx 0$ 、 $\frac{T}{\ell_{eff} + T} \approx 1$ であることから、次のように近似できる。

$$K[s] = \frac{1}{1 + \lambda T_1} \dots\dots\dots (7.34)$$

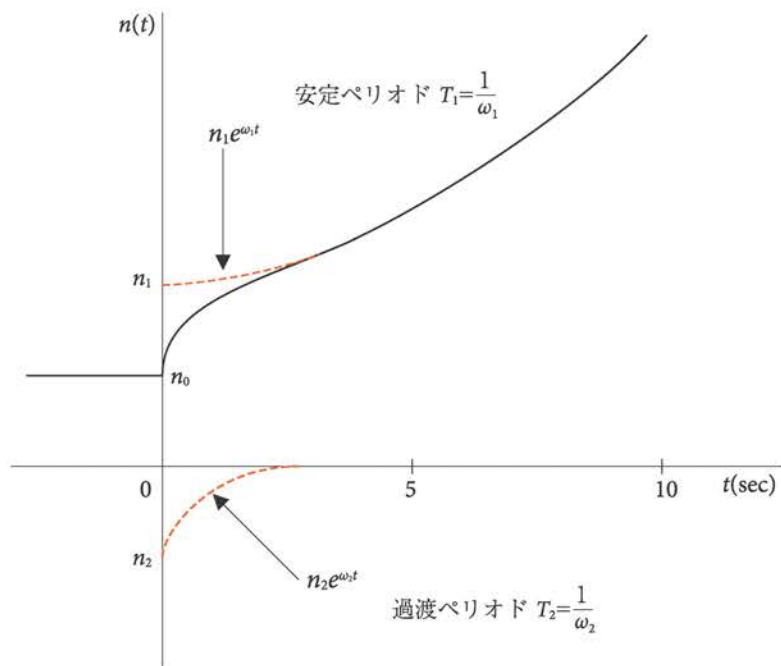


図7.2 正のステップ状の反応度を印加した場合の中性子数の変化

特にペリオドが十分に長い ($T_1 \gg \lambda^{-1}$) 場合、(7.34) 式の分母において $\lambda T_1 \gg 1$ であることから、(7.34) 式はさらに近似でき、

$$K[\$] \equiv \frac{1}{\lambda T_1} = \frac{\tau_d}{T_1} \dots\dots\dots (7.35)$$

となる。ここで、 $\tau_d (= 1/\lambda)$ は遅発中性子先行核の平均寿命であり、表7.1より約8~15秒程度である。ペリオドが十分に長い、すなわち反応度の印加量が小さいときは、図7.2のように即発跳躍が小さく、中性子寿命 (l_{eff}) に無関係に遅発中性子のパラメータだけで、中性子数の増減は支配される。特に、 λ^{-1} より長いペリオドでは、(7.35) 式に示したように、ドル単位の反応度はちょうどペリオドの逆数に比例する形で求めることができる。これが、逆時間方程式の名の由来である。

(2) ペリオドが極めて短いとき ($T_1 < \Lambda/\beta$)

$T_1 > l_{eff}$ であるから、 $l_{eff} + T_1 \approx T_1$ 、また $T_1 < \lambda^{-1}$ より $\lambda T_1 < 1$ で、 $1 + \lambda T_1 \approx 1$ となることから、(7.27) 式は、

$$K[\$] \equiv \frac{l_{eff}}{\beta T_1} + 1 \approx \frac{l_{eff}}{\beta T_1} \dots\dots\dots (7.36)$$

となり、ペリオド $T_1 = l_{eff}/(\beta K)$ は、 l_{eff}/β の大きさ程度で、印加反応度に逆比例することが分かる。なお $l_{eff} \approx \Lambda$ なので、 $T_1 < \Lambda/\beta$ より $l_{eff}/(\beta T_1) > 1$ である。前述のように臨界近傍では、 $\Lambda \approx l_{eff}$ である (注7.6参照) ことから、(7.36) 式は次のように近似することができる。

$$K[\$] \approx \frac{\Lambda}{\beta T_1} \dots\dots\dots (7.37)$$

この式は、(7.27) 式より $K = \rho/\beta$ であることを思い出すと、遅発中性子がいない場合の原子炉ペリオドを表す (7.16) 式と同じである。反応度が1ドル (\$) を超える (すなわち、 $\rho > \beta$) と、遅発中性子はなくとも原子炉は臨界を超える (前述のように即発臨界にあるという)。このとき、中性子数、すなわち出力は、

$$n(t) \approx n_1 e^{\frac{1}{T_1} t} = n_1 e^{\frac{K[\$]}{\Lambda/\beta} t} \dots\dots\dots (7.38)$$

で増加する。ちょうど、1 (\$) の反応度が入ったとき (すなわち、 $\rho = \beta$ で即発臨界)、原子炉ペリオドは $T = \Lambda/\beta$ である。

原子炉が即発臨界を超えると ($\rho > \beta$)、制御棒による制御は難しくなり、第8章で述べるように原子炉の自己制御性によらなければならない。したがって、原子炉は $\rho > \beta$ の状態とならないようにしなくてはならない。

7.4.2 負の反応度印加の場合 ($\rho < 0$)

$\rho < 0$ の場合、図7.1から ρ が負の部分の横の直線 (赤色の破線) と逆時間方程式

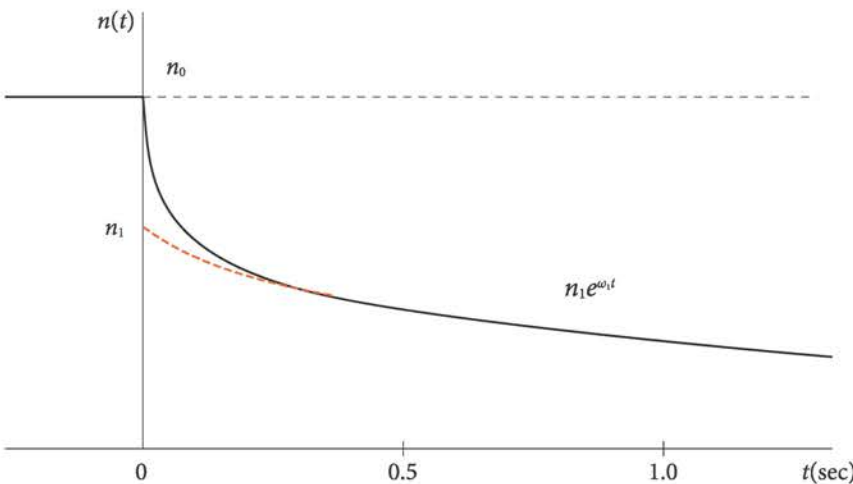


図7.3 負の反応度が印加された場合の中性子数の時間変化

の解曲線（黒色の実線）との交点をみると、 ω_1 および ω_2 の両方とも負の値（ $\omega_1 < 0$ 、 $\omega_2 < 0$ ）であることが分かる。この場合、(7.30)式の指数部は第1項および第2項とも減衰を示す。すなわち $|\omega_1| < |\omega_2|$ 、とすると、最初、第2項によって急に出力は低下し、その後は、第1項によってゆっくりと安定（漸近）ペリオド（ $T_1 = 1/|\omega_1|$ ）で下がっていく（図7.3）。

安定ペリオドは、負の反応度であっても(7.35)式と同様に、

$$K[s] \approx \frac{T_d}{T_1} \dots\dots\dots (7.39)$$

から求められる。反応度の絶対値が大きいときには、図7.1からも分かるように、

$$T_1 = 1/|\omega_1| \rightarrow \lambda^{-1} \dots\dots\dots (7.40)$$

である。そして、どのような大きな負の反応度を投入しても、 $T_1 \leq \lambda^{-1}$ にならない。つまり、負の大きな反応度を印加すると、原子炉の出力は遅発中性子先行核の崩壊に支配される。このことは原子炉を停止する場合に大切なことで、どんなに速く出力を下げようとしても、 λ^{-1} 秒のペリオドより速いペリオドで出力を低下することができないということである（注7.9）。これは、原子炉を制御する上で、非常に大切なことである。すなわち、原子炉を緊急停止する（これを、**スクラム**（scram）と呼ぶ）ような場合でも、大きな負の反応度の印加によって、ごく短い時間に、過渡変化が効いて急に1/100程度に原子炉の出力を下げることはできるが、それ以後は(7.40)式で示すようなペリオドでゆっくりと停止に向かうわけである。

注7.9：遅発中性子6組近似では、 $T_1 \leq \lambda^{-1}$ （ $\approx 80[s]$ ）となり、このペリオドは約80秒である（演習問題参照）。したがって、原子炉をスクラム停止した場合でも、ごく短い時間に急激に出力が下がった後は、80秒のペリオドでゆっくりと出力が減衰する。たとえば、運転時の約 10^{-10} に原子炉出力を下げるには、約30分の時間が必要である。

7.4.3 瞬時に反応度が変化した場合（即発跳躍近似）

通常の原子炉の運転では、 $\rho < \beta$ であり、安定ペリオドの状態では、動特性方程式(7.11)式中の左辺の $\partial n/\partial t$ の項は、右辺第1項に比べて無視できるほど小さいことから、以下のようになる（臨界状態の場合も、 $\partial n/\partial t = 0$ であるから、同様である）。

$$0 = \left(\frac{\rho - \beta}{\Lambda} \right) n(t) + \lambda C(t) \dots\dots\dots (7.41)$$

さらに、遅発中性子先行核数の時間変化は、急峻な出力変化には追随しにくいと考えられることから、ステップ状に反応度が瞬時に変化しても、即座に回答しない。すなわち、今 $t=0$ で、反応度が $\rho_1 \rightarrow \rho_2$ と瞬時に変化したとすると、中性子密度（すなわち、出力）は反応度変化に回答して急激に $n_1 \rightarrow n_2$ へ変化する（これを前述のように即発跳躍という）が、遅発中性子先行核数 $C(t)$ は連続的に変化するので、 $C(0) = C_0$ である。このとき、中性子密度 n_1 と n_2 に対するそれぞれの(7.41)式は、次のように表すことができる。

$$0 = \left(\frac{\rho_1 - \beta}{\Lambda} \right) n_1 + \lambda C_0$$

$$0 = \left(\frac{\rho_2 - \beta}{\Lambda} \right) n_2 + \lambda C_0$$

これらの式から、印加した反応度は、中性子数の比だけで求めることができる。

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\rho_1 - \beta}{\rho_2 - \beta} \dots\dots\dots (7.42)$$

たとえば、原子炉がはじめ臨界にある（ $\rho_1 = 0$ ）状態から、負の反応度（ $\rho_2 = -\delta\rho$ ）を印加した場合、次の簡単な式で計算できる。

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\beta}{\delta\rho + \beta} \dots\dots\dots (7.43)$$

この近似は、負の反応度を投入して制御棒の反応度を測定するのに応用される（11.5節参照）。

7.4.4 外部中性子源を持つ臨界未満炉の場合

原子炉が臨界未満の状態にあつて外部中性子源Sによって定常状態にある場合を考える。このとき、中性子数と遅発中性子先行核濃度をそれぞれ n_0 および C_0 とすると、動特性方程式は次のように書ける。

$$\frac{\partial n_0}{\partial t} = \frac{\rho_0 - \beta}{\Lambda} n_0 + \lambda C_0 + S = 0 \quad (7.44)$$

$$\frac{\partial C_0}{\partial t} = \frac{\beta}{\Lambda} n_0 - \lambda C_0 = 0 \quad (7.45)$$

ここで ρ_0 は一定の負の値であるとする。

(7.45) 式より

$$\lambda C_0 = \frac{\beta}{\Lambda} n_0 \quad (7.46a)$$

または、

$$\lambda C_0 = \frac{\beta}{\Lambda} n_0 = \frac{\beta k_0}{\ell_{eff}} n_0 = \frac{\beta}{\ell_{eff}(1-\rho_0)} n_0 \quad (7.46b)$$

なので、これを (7.44) 式に代入して

$$n_0 = -\ell_{eff}(1-\rho_0) \frac{S}{\rho_0} = \ell_{eff} \left(1 - \frac{1}{\rho_0}\right) S \quad (7.47)$$

となる ($\rho_0 < 0$ に注意)。特に、臨界近傍では、 $\rho_0 \approx 0$ 、 $\ell_{eff} \approx \Lambda$ であることから、 n_0 は次のように近似できる。

$$n_0 \approx -\Lambda \frac{S}{\rho_0} \quad (7.48)$$

この式は、未臨界炉の出力は中性子源強度に比例するとともに、 ρ_0 に逆比例することを示している。

7.4.5 制御棒引き抜き事故 (SL-1原子炉事故)

万一、制御棒が異常に引き抜かれたり、あるいは飛び出したりすると、正の反応度が加わり原子炉の出力が異常に上昇して事故に至ることが考えられる。このような事故を**反応度事故** (RIA: reactivity initiated accident) という。

原子力開発初期の頃のことであるが、1961年1月3日に米国アイダホ州のアルゴンヌ国立研究所の敷地内に建設された沸騰軽水減速冷却型の研究用原子炉SL-1 (Stationary Low Power Reactor No.1) において、制御棒引き抜き事故が発生した。SL-1原子炉は軍事用の研究炉であった。この事故は反応度事故の代表例である。その事故の概要は以下のようなものである。

SL-1原子炉は定期保守、測定器の校正・取付けおよび施設の軽微な改修のため停止していた。事故は、クリスマス休暇を終え再び勤務に就いた軍の研究者たちが運転再開のための準備を行っていた1月3日の午後9時1分に発生した。消防局の火災報知機が鳴り響いたのだ。

事故は、原子炉の上部蓋の上にいる一人の作業員が制御棒の一本を故意に引き抜いたために起こった。この制御棒の重さは、およそ22kgであった。また、事故後1年半にわたる調査から、制御棒をおよそ65cm一気に引き抜いたことが判明した。事故調査報告では、このような重さのものを胸の高さまで一気に引き抜くような行為は偶然とは考えられず、故意に行つたと考えるのが自然だと結論している。

制御棒を引き抜いた作業員は、足元 (乗っていた鋼鉄の上蓋) が急激に天井めがけて飛び上がり、頭で天井を突き破り半身をクレーンに引っ掛けた状態で即死した。原子炉の地階にいた二人の作業員も逃げ出せず多量の放射線を被ばくし、数日後に死亡した。なぜ彼がこのような行動をとつたのか、今でも謎である。本書は小説ではないからこれ以上は記さないが、後日の公開文書では、失恋したことによる自殺で

あったとされた。しかし制御棒をこのように引き抜けば死ぬると確信できたかどうかと考えると、この結論も危うい。

それはさておき、事故後の現場の様子は駆けつけた消防員の話によると、火災を起こした形跡はなく、ただ静かな状態で霧がかかっていたという。また詳しい観察によると、炉の外側を覆っていた断熱材が上蓋と炉容器に挟まっていた。この情景から推察すると、上蓋が一旦持ち上がり、断熱材が引きちぎられ、落下の際挟まったとしか考えられない。また駆けつけた消防員の言った「霧」とは、上蓋が外れて蒸気が噴出したその残り姿であると考えれば理解できるとされた。

3名の作業員が全員死亡したため事故原因の詳細は不明であるが、当時、作業員は制御棒駆動機構を炉心の元の位置に戻す作業に従事していたと推測されている。SL-1原子炉は、中央の制御棒1本だけを引き抜くことによって臨界にすることができるよう造られていた。重量16トンもある上蓋がなぜ3mも飛び上がったのか、経験も浅く大型コンピュータ解析もできない当時は理解できなかった。

この後、大型出力上昇装置^(注7.10)による実験などを踏まえ、今では次のように考えられている。急速な制御棒引き抜きを行ったことにより、反応度の急激な増加、それに伴う炉出力の増加が起こり、平板状のSL-1原子炉の燃料が超高温となり融け、周りの冷却水が一気に気化し蒸気爆発を起こした。この蒸気爆発の力で上部の水が上蓋内部に激突し（この力をウォーターハンマーという）、上蓋を天井めがけて飛び上がらせた。

SL-1原子炉は定期保守中であつたため、上蓋と冷却水面の間に空間があつたことも不幸であつた。ここを猛烈な勢いで高温水が上向きに突進し、原子炉容器の内側を押し込んだのである。後日の詳細な測定によると、原子炉容器の胴部分が膨らんでいた。急激な反応度の印加は、このように途方もない原子炉出力上昇をもたらすのである。

この事故の教訓として、1本の制御棒引き抜きで原子炉の暴走が起こるような設計は危険であるということが判った。現在の原子炉では、最大の反応度値を有する制御棒を1本引き抜いても、炉心が臨界とならないように設計することが決められている。つまり、原子炉の出力上昇を決定的に決める箇所においても1本の制御棒の受け持ち分担が少なくなるように設計している。原子炉の動特性の理解は、このように原子炉の設計、運転において重要な事項の一つである。

7.5 まとめ

本章では、数秒から数時間程度の比較的短い時間における原子炉の中性子数あるいは出力の変化を調べるため、時間依存拡散方程式の導出、解法例とその応用について述べた。

核分裂によって発生する中性子には、即発中性子と遅発中性子があり、時間依存拡散方程式では、それらを区別して取り扱った。また、遅発中性子を考えるために、遅発中性子の発生源である遅発中性子先行核を導入し、その時間依存も併せて考える必要があつた。これらの方程式を解くにあたって、1点炉近似を導入することによって、時間依存のみの方程式（動特性方程式）に簡素化した。

この動特性方程式には、実効増倍係数 k_{eff} と実効的な中性子平均寿命 l_{eff} を用いて表すものと、実用的な反応度 ρ と世代時間 Λ を用いて表すものの2つのタイプがあることを示した。

具体的な原子炉の中性子数あるいは出力の時間変化と反応度の関係について、いくつかの事例を簡単に述べた。本章では、遅発中性子先行核を1組として紹介したが、実際には、6組で詳細に取り扱うのが一般的である。

注7.10: SPERT (Special Power Excursion Test) 計画 (米国、1962~1970年) により、原子炉が暴走したとき、極限状態でどのような挙動を示すか実験用原子炉とコンピュータを組み合わせて解析された。

まず最初にSL-1の破壊について、出力上昇と水撃力との関係を調べ、次いで炉心の破壊実験と燃料破損を徹底的に調べた。このとき実際にウォーターハンマーという現象も確認された。最も大きな成果は、実験および解析結果が実際の発電炉の安全設計に生かされているということである。

《演習問題》

[1] 逆時間方程式 (7.20b) 式を導出せよ。

(ヒント: $\Lambda = \ell_{eff}/k_{eff} = \ell_{eff}(1-\rho)$ を、(7.20a) 式に代入し、 ρ について解く)

[2] (7.20a) 式および (7.20b) 式について、それぞれ ω を用いて表わせ。その後、 ω について解き、(7.30) 式で使われる ω_1, ω_2 を求めよ。

[3] 上の問2の結果に対して、 $\{\rho - \beta - \lambda\Lambda\}^2 \gg 4\Lambda\lambda\rho$ と $\beta - \rho \gg \Lambda\lambda$ を仮定すると、 ω_1, ω_2 が以下のようになることを示せ。

$$\omega_1 \approx \frac{\rho - \beta}{\Lambda}, \quad \omega_2 \approx \frac{\lambda\rho}{\beta - \rho}$$

また、この結果を用いて、 $t=0$ で、 $n(0)=n_0, \left. \frac{dC(t)}{dt} \right|_{t=0} = 0, \left. \frac{dn(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{\rho}{\Lambda} n_0$ としたとき、中性子密度が以下となることを示せ。

$$n = n_0 \left\{ \frac{\beta}{\beta - \rho} \exp\left(\frac{\lambda\rho}{\beta - \rho} t\right) - \frac{\rho}{\beta - \rho} \exp\left(\frac{\rho - \beta}{\Lambda} t\right) \right\}$$

[4] 臨界状態の原子炉において、制御棒を100mm引き抜いたところ、30秒で出力が2倍になった。この場合の制御棒10mmあたりの反応度はいくらになるか求めよ。ただし、遅発中性子1組近似で考え、 $\Lambda=1[\text{ms}], \beta=0.0065, \lambda=0.077[\text{s}^{-1}]$ とする。

[5] はじめ未臨界定常状態 (中性子密度 n_0 、反応度 ρ) から、 $\delta\rho$ のステップ状の微小反応度を加えても、まだ未臨界であるとする。ステップ状反応度を加えた直後、中性子密度は n_1 まで上昇し、その後はゆるやかに増加し、一定値に落ち着くとする。この場合、

(1) 中性子密度の最終の一定値はいくらか求めよ。

(2) 急上昇した中性子密度の増加分 $n_1 - n_0$ は、近似的に次の式で表されることを示せ。

$$n_1 - n_0 \approx \frac{\delta\rho}{\beta - \rho_0} \cdot n_0$$

[6] 以下に示す遅発中性子6組近似の動特性方程式から、その逆時間方程式を導出し、7つの時定数 (ω_i) を求めよ。(ヒント: ラプラス変換を利用する)

$$\frac{\partial n(t)}{\partial t} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i(t)$$

$$\frac{\partial C_i(t)}{\partial t} = \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \lambda_i C_i(t)$$

$$\text{逆時間方程式: } \rho = \frac{\ell_{eff}}{\ell_{eff} + T} + \frac{T}{\ell_{eff} + T} \cdot \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{1 + \lambda_i T}$$

[7] 問6で導出した逆時間方程式に対して、負の反応度が投入された場合、安定ペリオドは約80秒であることを示せ。(ヒント: 第7.4節で行った検討と同様の検討を、遅発中性子6組近似について考える)

[8] 原子炉の制御棒の反応度を測定するため、炉を臨界にして、このときの中性子数密度 N を測定し、次に制御棒を挿入した後、中性子数密度の減衰曲線 (decay curve) をとった。この曲線を $t=0$ (制御棒挿入時) に延長したときの中性子数密度

を N_0 とすれば、この場合制御棒の反応度は、 $-\rho = \left(\frac{N}{N_0} - 1 \right) \beta$ となることを示せ。

ただし、 β : 遅発中性子の割合である。

(出典: 原子炉主任技術者試験 第2回 3-4)

[9] 定常状態にある原子炉において、反応度 ρ を付加した場合の中性子束の変化は、遅発中性子先行核寿命より短い時間においては、

$$\phi(t) = \phi(0) \left\{ -\frac{\beta}{\rho - \beta} + \frac{\rho}{\rho - \beta} \exp\left(\frac{\rho - \beta}{l^*} \cdot t\right) \right\}$$

で与えられることを示せ。ただし遅発中性子の割合を β 、中性子寿命を l^* 、変化前の中性子束を $\phi(0)$ 、時間 t のちの中性子束を $\phi(t)$ とする。また、ステップ状に正および負の反応度が加わったときの変化を図示して、 β が大きい場合と小さい場合の相違を説明せよ。

(出典：原子炉主任技術者試験 第22回 1-4)

[10] 中性子エネルギー1群、1点炉、遅発中性子1組という近似の下で反応度フィードバック効果も無視した場合について、以下の間に答えよ。ただし

N =中性子密度

C =遅発中性子先行核密度

ρ =反応度

β =遅発中性子実効生成割合

Λ =中性子生成時間

λ =遅発中性子先行核1組近似平均崩壊定数

t =時間

とする。

(1) $\frac{dN}{dt}$ の従う方程式、および $\frac{dC}{dt}$ の従う方程式を記せ。

(2) 上式において、 $\rho=0$ 、 $\frac{dN}{dt}=0$ 、 $\frac{dC}{dt}=0$ において、定常臨界状態での $\frac{C}{N}$ 比を導

出し、 $\beta=0.0064$ 、 $\Lambda=10^{-5}(s)$ 、1組近似の場合の $\lambda=0.077(s^{-1})$ を用いて、その概略値について記せ。

(3) 上の状態にステップ状に微小反応度が加わった場合の安定炉周期(ペリオド) T を、 ρ 、 β 、 Λ 、 λ を用いて表式せよ。

(ヒント： $\beta-\rho$ に対して、 $\lambda\Lambda$ を微小として無視する近似を行う。)

(出典：原子炉主任技術者試験 第25回 3-4)

[11] ^{235}U を燃料とする原子炉が10MWの一定出力で長時間運転されていたとき、突然、制御棒が挿入され、ステップ状に大きい負の反応度が印加された。このとき次の間に答えよ。

(1) 1点炉近似の動特性方程式を解いて、ステップ状に大きい負の反応度が加わった直後の原子炉の出力は、次式で表わされることを示せ。

$$P = P_0 \frac{\beta(1-\rho)}{\beta-\rho}$$

ここで、 P ：大きい負の反応度が加わった直後の原子炉出力、 P_0 ：初期の原子炉出力、 β ：実効遅発中性子割合、 ρ ：反応度を表す。

(ヒント： C_0 ：初期の遅発中性子先行核の濃度、 Λ_0 ：初期の世代時間とし、反応度印加直後の遅発中性子先行核の濃度は、初期の遅発中性子先行核の濃度

に等しく($\lambda C = \lambda C_0$)、世代時間は $\Lambda = \frac{\Lambda_0}{k}$ 、 $\frac{dP}{dt} = 0$ として考えよ)

(2) 制御棒の挿入による負の反応度の大きさを4ドルとして、式(1)を用いて制御棒挿入直後の原子炉の出力を、有効数字3桁以下を切り捨て有効数字2桁まで求めよ。ただし、遅発中性子割合の値を0.0065とせよ。

(3) 制御棒挿入後、4分経過した後の原子炉の出力を有効数字2桁まで求めよ。

(ヒント：問7の結果から、大きい負の反応度が印加された場合、安定ペリオドは-80秒以下にはならない)

(出典：原子炉主任技術者試験 第44回 3-5)