
第6章

中性子の減速

1. はじめに
 2. 弾性散乱による減速
 3. 減速過程の取り扱い
 4. 共鳴吸収
 5. 熱中性子スペクトル
 6. まとめ
-

[この章のポイント]

核分裂により発生した高速中性子は、減速材との弾性散乱によりエネルギーを失い、減速していく。減速材としては、中性子の吸収断面積が小さく、かつ軽い原子核が適している。減速過程において、中性子の漏れや吸収が無い場合には、中性子エネルギースペクトルはそのエネルギーに反比例した形($1/E$ スペクトル)となる。

減速された中性子は、最終的に周辺の材料と熱平衡状態となっている熱中性子となる。体系中に共鳴吸収核種が存在すると、共鳴エネルギーの中性子が大きく減少し、中性子束に歪を生じる。共鳴吸収反応の評価には、中性子束の歪を考慮した実効断面積が使われる。実効断面積は共鳴吸収核種の量(密度)、共鳴吸収断面積の大きさなどにより決まる。

第6章 中性子の減速 (エネルギー分布)

6.1 はじめに

原子炉では、核分裂によって高いエネルギーを持った(高速)中性子が生まれる。この高速中性子は減速材など媒質との衝突によって次第にエネルギーを失っていく。核分裂で発生する中性子のエネルギー分布(核分裂スペクトル)は、図6.1に示すように、平均エネルギーが約2MeV、最確エネルギーが約0.75MeVの分布をしている。このエネルギー分布については、第3章で述べたように、核種によって若干変化するものの、次に示す実験式が良く用いられる。

$$s(E) = 0.453e^{-1.036E} \sinh\sqrt{2.29E} \dots\dots\dots (6.1)$$

注6.1: $\int_0^{\infty} s(E) dE = 1$

ここで、EはMeV単位で表した中性子のエネルギーである。それは分裂中性子1個に規格化してある(注6.1)。

中性子束のいろいろなエネルギーに対する分布は図6.2に示すように、大きく3つの領域に分けられる。

- ・核分裂エネルギー領域
中性子が核分裂によって発生したときのエネルギー分布
- ・減速エネルギー領域
中性子が媒質との衝突(主に弾性散乱)によりエネルギーを失う(減速)過程にあるときのエネルギー分布
- ・熱エネルギー領域
中性子が周りの物質(主に水)と熱平衡状態となっているときのエネルギー分布

この核分裂で発生した中性子が媒質との散乱により、エネルギーを失い減速していく様子について、以下で考えてみよう。

6.2 弾性散乱による減速

中性子の減速(slowing down)は、原子核との衝突の過程において起こる。中性子が原子核と衝突し散乱される場合、衝突前後の全運動エネルギーが保存する弾性散乱と、保存しない非弾性散乱とがある(1.6節参照)が、減速の過程では弾性散乱が主となる。以下では、弾性散乱による中性子の減速について考える。

6.2.1 弾性散乱の力学

中性子(質量を1とする)が静止している質量Aの原子核と衝突し、弾性散乱されて減速する場合を考える。ここで考えているような、原子炉の中での減速作用を生じる弾性散乱では、中性子は標的となる原子核に比べて非常に大きな速さで動き回っているため、原子核は静止していると考えて良い。

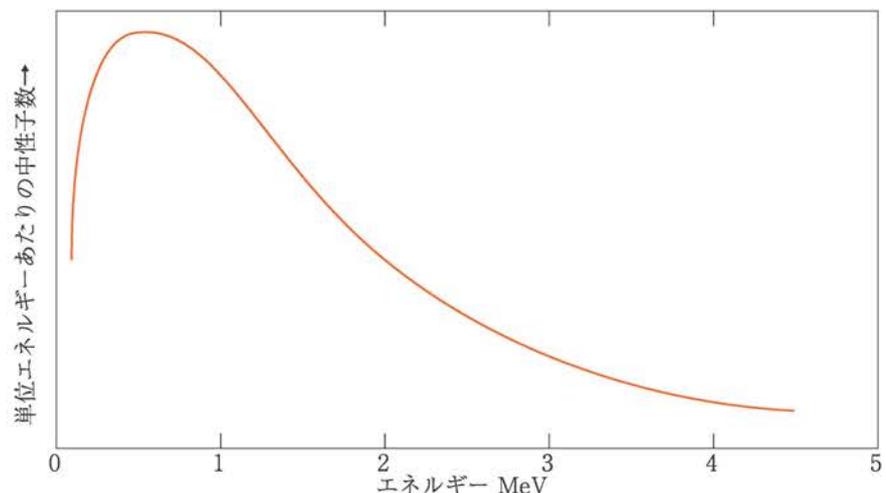
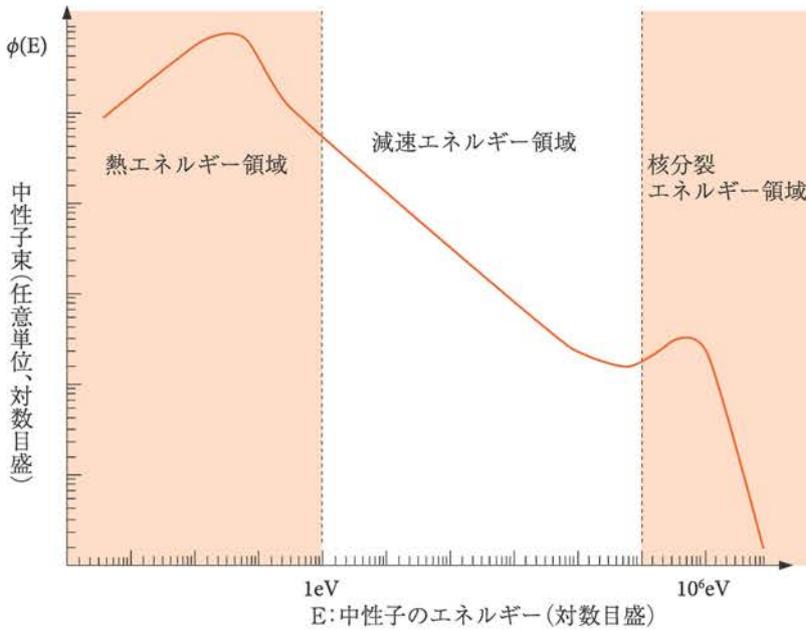
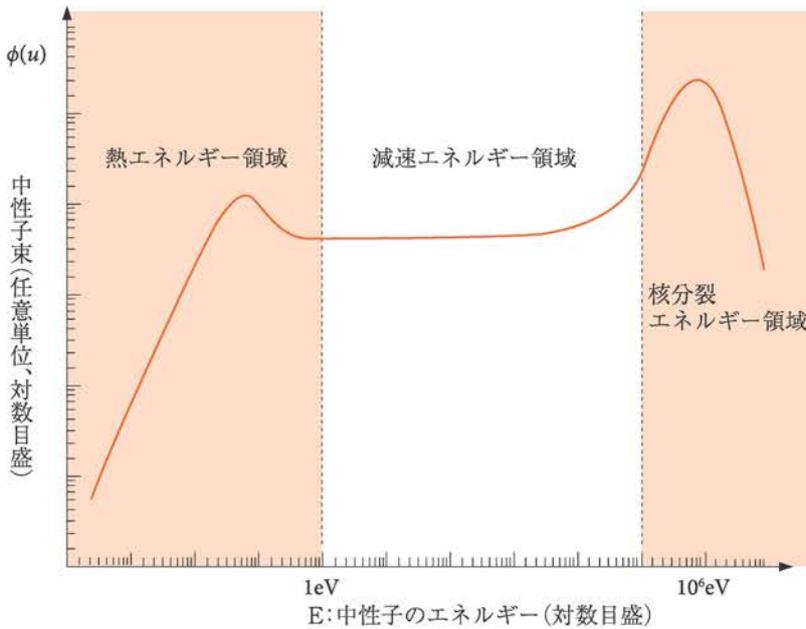


図6.1 分裂中性子のエネルギー・スペクトル



(a) エネルギーを変数とした中性子束 $\phi(E)$ (単位エネルギー当たりの中性子束)



(b) レサジーを変数とした中性子束 $\phi(u)$ (単位レサジー当たりの中性子束)

図6.2 原子炉における中性子エネルギースペクトルの概要

(a)と(b)は同じ中性子束をエネルギーあるいはレサジーを変数として表現したものである(6.3.1節を参照のこと)

また、この衝突では、中性子と原子核との重心に立って反応を観察すると、中性子は等方散乱することがわかっている。すなわち、重心から見たときには、散乱後の中性子はどの方向へも同じ割合で散乱されることになる。そうすると後の計算が簡単になるので、ここでは重心とともに移動する座標系(重心系(center of mass system)という)を考へることとする。なお、重心系に対して、私達が実際に反応を観測している通常の座標系のことを**実験室系(laboratory system)**と呼ぶ。

重心系において導かれた結論は、最終的には実験室系に変換することが必要となる(でなければ、実際に使用できない)。以下では、図6.3に示すように、衝突前後の中性子の速さを v, v' 、原子核の速さを V, V' 、散乱前後の中性子の進行方向の角度変化(散乱角)を θ とし、また重心系での速さ、角度には添え字C(v_C, V_C など)を、実験室系に対しては添え字L(v_L, V_L など)をつけることとする。

まずは、実験室系において衝突を考へる。標的となる(静止している)原子核を原点とし

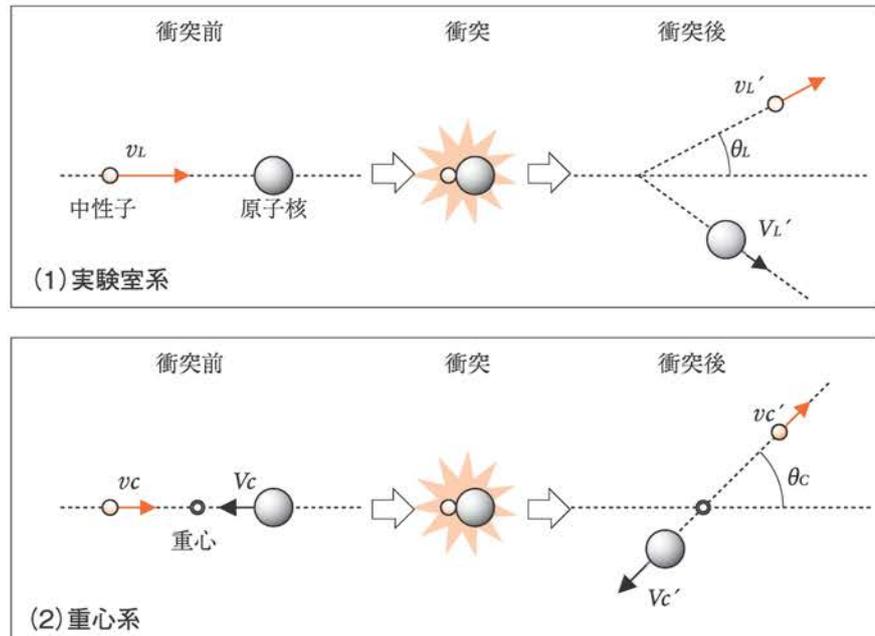


図6.3 弾性散乱(実験室系と重心系)

て、そこから中性子までの距離を x とすると、重心の位置 x_{CM} は、以下のように表される。

$$x_{CM} = \frac{x}{A+1} \dots\dots\dots (6.2)$$

これより重心の速さ v_{CM} は、

$$v_{CM} = \frac{d}{dt} x_{CM} = \frac{v_L}{A+1} \dots\dots\dots (6.3)$$

となり、重心は速さ v_{CM} で原子核に向かっていることとなる。

これを重心系、すなわち重心に原点をもつ座標系から見ると、中性子と原子核はそれぞれ以下の速さで反対側から重心に向かって進んでいることとなる。

$$\text{中性子の速さ } v_C = v_L - v_{CM} = \frac{A \cdot v_L}{A+1} \dots\dots\dots (6.4)$$

$$\text{原子核の速さ } V_C = v_{CM} = \frac{v_L}{A+1} \dots\dots\dots (6.5)$$

このときの両者の運動量の和は、以下に示すようにゼロとなっている(重心系では、運動量は常にゼロである)。

$$\text{運動量の和} = v_C + A \times (-V_C) = \frac{A \cdot v_L}{A+1} - A \cdot \frac{v_L}{A+1} = 0$$

(原子核は中性子と逆方向から重心に向かっているため、原子核の速さにマイナスの符号が付いている。)

散乱後も運動量はゼロ(運動量の保存)なので、 $v_c' - A \cdot V_c' = 0$ より

$$v_c' = A \cdot V_c' \dots\dots\dots (6.6)$$

となる。なお、重心は常に中性子と原子核を結んだ直線状にあるので、衝突した後の中性子と原子核は反対方向に散乱されることとなる(図6.3参照)。

次に散乱前後でのエネルギー保存を考えると、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v_C^2 + \frac{1}{2} \cdot A \cdot V_C^2 &= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \left(\frac{A \cdot v_L}{A+1} \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot A \cdot \left(-\frac{v_L}{A+1} \right)^2 \dots\dots\dots (6.7) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v_C'^2 + \frac{1}{2} \cdot A \cdot V_C'^2 \end{aligned}$$

であるので、

(6.5) 式、(6.6) 式および(6.7) 式より、

$$v_C' = \frac{A \cdot v_L}{A+1} = v_C \dots\dots\dots (6.8)$$

$$V_C' = \frac{v_L}{A+1} = V_C \dots\dots\dots (6.9)$$

となり、重心系では散乱後も速さは変化せず、進む方向だけが変化することとなる。すなわち重心系では、中性子は原子核と衝突してもそのエネルギーは変化しないことがわかる。

では、実験室系に戻って、中性子の速さの変化を考えてみよう。衝突の前後で重心の速度(速さと向き)は変わらないので、実験室系と重心系の速さと散乱角の関係は、図6.4のようになる。速度ベクトルで考えると、 $\vec{v}_L' = \vec{v}_C' + \vec{v}_{CM}$ であり、両辺を2乗すると、

$$\begin{aligned} v_L'^2 &= v_C'^2 + v_{CM}^2 + 2v_C' \cdot v_{CM} \cos\theta_C \\ &= \left(\frac{A \cdot v_L}{A+1}\right)^2 + \left(\frac{v_L}{A+1}\right)^2 + 2\left(\frac{A \cdot v_L}{A+1}\right)\left(\frac{v_L}{A+1}\right) \cos\theta_C \dots\dots\dots (6.10) \\ &= \frac{A^2 + 2A \cos\theta_C + 1}{(A+1)^2} v_L^2 \end{aligned}$$

となり、実験室系における散乱前後の中性子のエネルギー変化は以下のようになる。

$$\frac{E_L'}{E_L} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v_L'^2}{\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v_L^2} = \frac{v_L'^2}{v_L^2} = \frac{A^2 + 2A \cos\theta_C + 1}{(A+1)^2} \dots\dots\dots (6.11)$$

ただし、ここでの散乱角 θ_C は重心系での値であることに注意。

上式を変形すると

$$\begin{aligned} \frac{E_L'}{E_L} &= \frac{A^2 + 1}{(A+1)^2} + \frac{2A \cos\theta_C}{(A+1)^2} = \frac{(A+1)^2 + (A-1)^2}{2(A+1)^2} + \frac{(A+1)^2 - (A-1)^2}{2(A+1)^2} \cos\theta_C \\ &= \frac{1+\alpha}{2} + \frac{1-\alpha}{2} \cos\theta_C \end{aligned} \dots\dots\dots (6.12)$$

ここで、 $\alpha = \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2$ とした。

この式より、散乱角 $\theta_C = 0$ (衝突前後で向きが変わらない)の場合、 $E_L' = E_L$ であり、散乱前後で中性子のエネルギー変化が無いことがわかる。また、 $\theta_C = \pi$ (真後ろにはね返されたとき)の場合には、 $E_L' = \alpha E_L$ で、散乱後の中性子エネルギーは最小となる(中性子の失うエネルギーが最大となる)。すなわち、散乱後のエネルギーは $E_L' = E_L \sim \alpha E_L$ の間に入るようになる。標的となる原子核の質量Aが小さいほど α が小さくなり、水素原子核の場合(A=1)には、 $\alpha = 0$ であることから、1回の散乱で中性子のエネルギーを全て失うこともある。

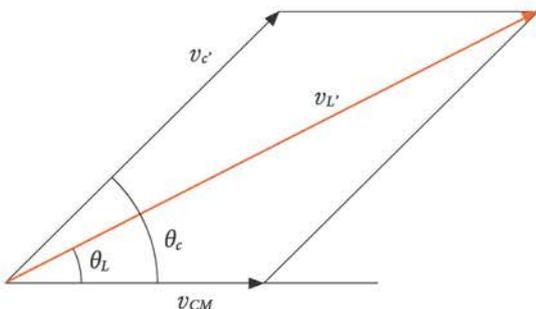


図6.4 散乱角の関係(実験室系と重心系)

6.2.2 散乱後のエネルギーおよび角度の分布

重心系では中性子は等方に散乱されるので、散乱後の中性子の方向が $\theta \sim \theta + d\theta$ の間となる確率は、図6.5に示すように、

$$p(\theta)d\theta = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \cdot \sin\theta d\theta = \frac{2\pi \sin\theta}{4\pi} d\theta = \frac{\sin\theta}{2} d\theta \dots\dots\dots (6.13)$$

となる。散乱角 $\theta \sim \theta + d\theta$ に対応した散乱後のエネルギーを $E' \sim E' + dE'$ とすると、このエネルギー範囲に入る確率 $p(E \rightarrow E')dE'$ は

$$p(E \rightarrow E')dE' = p(\theta)d\theta = p(\theta) \frac{d\theta}{dE'} dE' = \frac{\sin\theta}{2} \cdot \frac{-2}{E(1-\alpha)\sin\theta} dE' = -\frac{dE'}{E(1-\alpha)} \dots\dots\dots (6.14)$$

となる (E は散乱前のエネルギー)。この式の導出において、(6.12)式より、 $E' = \left(\frac{1+\alpha}{2} + \frac{1-\alpha}{2} \cos\theta\right)E$ であるので、 $dE' = -\frac{(1-\alpha)E}{2} \sin\theta d\theta$ となることを用いた。

この確率 $p(E \rightarrow E')dE'$ は、散乱前のエネルギー E のみの関数であり、散乱後のエネルギー E' に対しては一定値となっている。なお、(6.14)式では、散乱角が増加すると散乱後のエネルギーが減少するため、 dE' は負の値となっている。 dE' を正の値に置き換えて整理すると、エネルギー E の中性子が弾性散乱後にエネルギー $E' \sim E' + dE'$ となる確率は以下ようになる (図6.6参照)。

$$p(E \rightarrow E')dE' = \begin{cases} \frac{dE'}{E(1-\alpha)} & \text{for } \alpha E < E' < E \\ = 0 & \text{for } E' < \alpha E \text{ or } E < E' \end{cases} \dots\dots\dots (6.15)$$

散乱角の重心系と実験室系の関係は、図6.3より、

$$\begin{aligned} v_L' \sin\theta_L &= v_C' \sin\theta_C \\ v_L' \cos\theta_L &= v_C' \cos\theta_C + v_{CM} \end{aligned} \dots\dots\dots (6.16)$$

であるので、(6.3)式、(6.8)式を用いて、

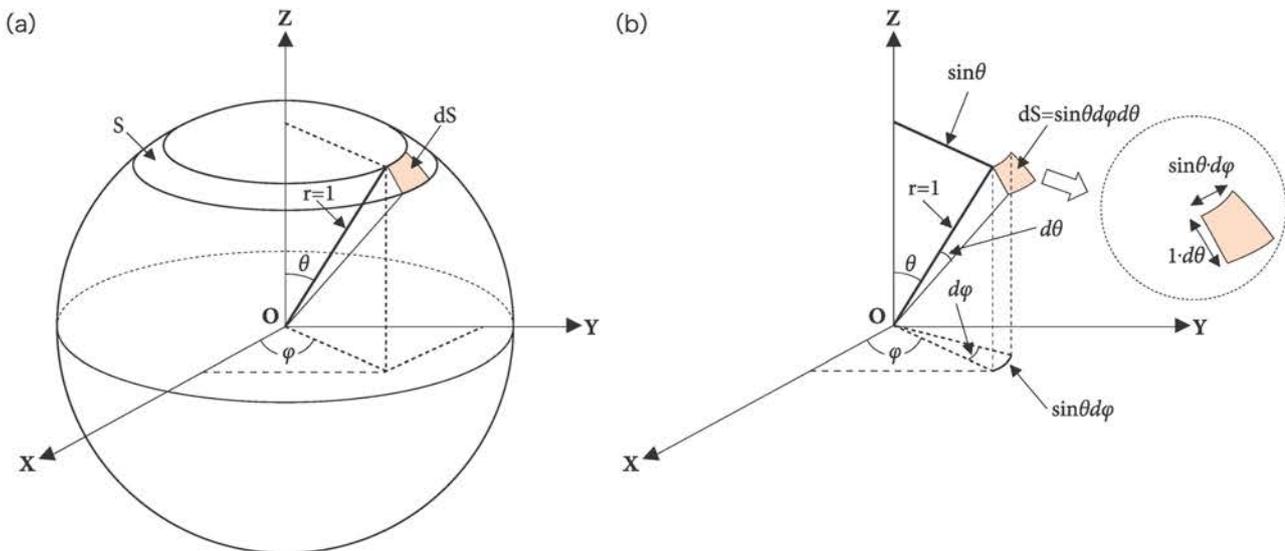


図6.5 散乱確率 $p(\theta)d\theta$ の算出

図の原点 O で等方散乱した中性子の散乱後の角度が $\theta \sim \theta + d\theta$ となる確率 $p(\theta)d\theta$ は、図(a)に示した半径1の球の表面にある帯状の面積 S に比例する。この面積は微小面積 dS を角度 ϕ について1まわり積分すれば良い。微小面積 dS は図(b)より $dS = \sin\theta d\theta d\phi$ であるので、帯の面積 S は次式となる。

$$S = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{2\pi} \sin\theta d\theta = 2\pi \int_0^{2\pi} \sin\theta d\theta$$

半径1の球の表面積は 4π であるので、確率 $p(\theta)d\theta$ は、

$$p(\theta)d\theta = \frac{S}{4\pi} = \frac{\sin\theta d\theta}{2}$$

となる。

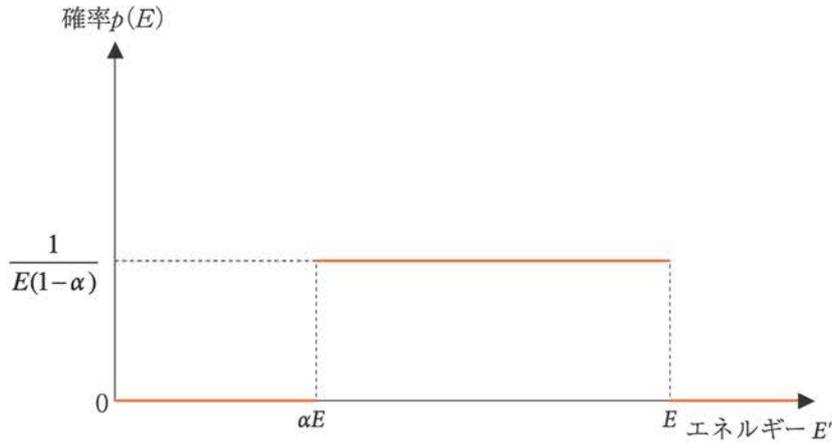


図6.6 散乱後の中性子エネルギーの確率分布
 エネルギー E の中性子が散乱して、エネルギー E' となる確率 $p(E)$.

$$p(E) = \begin{cases} 1/E(1-\alpha) & \text{for } \alpha E \leq E' \leq E \\ 0 & \text{for } \alpha E > \alpha E \text{ or } E' > E \end{cases}$$

$$\tan \theta_L = \frac{\sin \theta_L}{\cos \theta_L} = \frac{v_C' \sin \theta_C}{v_C' \cos \theta_C + v_{CM}} = \frac{\left(\frac{A \cdot v_L}{A+1}\right) \sin \theta_C}{\left(\frac{A \cdot v_L}{A+1}\right) \cos \theta_C + \left(\frac{v_L}{A+1}\right)} = \frac{A \sin \theta_C}{A \cos \theta_C + 1} \quad (6.17)$$

となる。これより、

$$\cos \theta_L = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta_L}} = \frac{A \cos \theta_C + 1}{\sqrt{A^2 + 2A \cos \theta_C + 1}} \quad \dots\dots\dots (6.18)$$

となる。

散乱角 θ の余弦 $\cos \theta$ の平均値 (平均余弦) を考えてみよう。もし、散乱が等方的であれば、平均余弦はゼロとなる。前方に散乱されることが多ければ正となり、後方に散乱される場合は負となる。従って、平均余弦の値がわかれば、散乱のおおよその様子 (散乱後の方向) がわかるのである。ここで考えている、中性子の弾性散乱では、重心系では等方散乱であるので、重心系における平均余弦^(注6.2) は以下のとおりゼロとなる。

$$\overline{\cos \theta_C} = \int_0^\pi \cos \theta_C \cdot p(\theta_C) d\theta_C = \frac{1}{2} \int_0^\pi \cos \theta_C \sin \theta_C d\theta_C = 0 \quad \dots\dots\dots (6.19)$$

一方、実験室系では、(6.18) 式より、

$$\overline{\cos \theta_L} = \frac{1}{2} \int_0^\pi \cos \theta_L \sin \theta_C d\theta_C = \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{A \cos \theta_C + 1}{\sqrt{A^2 + 2A \cos \theta_C + 1}} \sin \theta_C d\theta_C \quad \dots\dots (6.20)$$

となる。ここで、 $y = \cos \theta_C$ とおくと $dy/d\theta_C = -\sin \theta_C$ より、

$$\overline{\cos \theta_L} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{Ay + 1}{\sqrt{A^2 + 2Ay + 1}} dy = \frac{1}{8A} \int_{(A-1)^2}^{(A+1)^2} \frac{x + 1 - A^2}{\sqrt{x}} dx = \frac{2}{3A} \quad \dots\dots\dots (6.21)$$

が得られる。ここで $x = A^2 + 2Ay + 1$ とした。この結果、実験室系では標的となる原子核が重ければ $\overline{\cos \theta_L}$ は 0 に近づき、散乱は等方的になるが、軽い原子核では前方への散乱が起りやすいことがわかる。特に、軽水炉のように水を多く含む体系では、前方散乱が無視できない^(注6.3)。

6.3 減速過程の取り扱い

前節において、中性子が弾性散乱したときのエネルギーおよび角度の変化について学んだ。次にこの知識を使って、原子炉 (熱中性子炉) における中性子の減速の様子を考えてみよう。

注6.2: 確率分布がわかっている変数の平均を求めるには、変数に確率分布関数を掛けて全範囲で積分すればよい。この場合、変数 θ_C の確率分布関数は $p(\theta_C)$ であり、積分範囲は図6.4より $0 \sim \pi$ となる。

注6.3: 水素では $\overline{\cos \theta_L} = 2/3$ であることから、 $\bar{\theta}_L = 48.2^\circ$ である。従って、かなり前方散乱が大きく、「散乱後に中性子が前に進みやすい」と言える。この効果は、原子炉の炉心からの中性子の漏れ量を大きくする方向に働く。

注6.4: (6.12) 式より、散乱角 θ が一定の場合には、散乱前後のエネルギーの比は、そのエネルギーに依らず一定値となる。すなわち、元のエネルギーの一定割合が失われていることとなる。

注6.5: レサジー (lethargy) とは「不活発」、「倦怠」という意味である。 u が増加することはエネルギー E が減少し、中性子の運動が鈍ることに対応する。このことからレサジーとは中性子のバテ方の指標とみなすと理解しやすい。

注6.6: 図6.7に示すように、減速前のエネルギーに対する「比」が一定で変化する場合、レサジーを単位にすると、「差」が一定で変化することとなる。例えば、初期エネルギーを E_0 とし、1回の散乱によりエネルギーが $1/\epsilon$ になるとすると、減速途中のエネルギー変化は次のようになる。

$$E_0 \rightarrow E_0/\epsilon \rightarrow E_0/\epsilon^2 \rightarrow E_0/\epsilon^3 \rightarrow E_0/\epsilon^4 \rightarrow \dots$$

この変化をレサジーで表わすと、 $\ln(E_0/E_0)=1$ 、 $\ln(E_0/(E_0/\epsilon))=\ln\epsilon$ 、 $\ln(E_0/(E_0/\epsilon^2))=2\ln\epsilon$ 等であるので

$$1 \rightarrow \ln\epsilon \rightarrow 2\ln\epsilon \rightarrow 3\ln\epsilon \rightarrow 4\ln\epsilon$$

となる。このように、エネルギーでは変化量を「掛け算」で表わされていたが、レサジーを使うと、「足し算」で表現でき、取り扱いが簡単になる。

6.3.1 レサジー

(1) レサジーによる表現

散乱による中性子エネルギーの減少(減速)では、(6.12) 式に示したように、散乱前のエネルギーのある割合が失われていく(注6.4)。このエネルギーの減少は数MeVから数10meV程度に至るまで 10^8 の範囲にわたって大幅に変化する。このような大幅な桁の事柄はそのままでは扱いにくい、対数として扱えば様子を把握しやすい。そこで次の式で定義するエネルギーの対数である**レサジー** (lethargy) (注6.5) という無次元の変数を用いることとする(注6.6) (図6.7参照)。

$$\text{レサジー: } u \equiv \ln \frac{E_0}{E} \dots\dots\dots (6.22)$$

ここで、 E_0 は基準となる任意のエネルギーであり、原子炉の解析においては、十分大きな値として10MeVが良く使われている。このレサジーをエネルギーで微分すると、

$$\frac{du}{dE} \equiv -\frac{1}{E} \dots\dots\dots (6.23)$$

となり、エネルギーが減少するとレサジーは増加する。すなわち、中性子の減速により、レサジーは増えていくこととなる。

〈例題6.1〉

$E_0=10\text{MeV}$ のときの、次のエネルギーのレサジーを計算してみよう。

$$E=1\text{MeV}, 1\text{eV}, 0.025\text{eV}$$

〈解答6.1〉

レサジーの定義(6.22) 式より、 $u=\ln(10^7/E)$ なので、以下のとおりとなる。

| $E(\text{eV})$ | E_0/E | u |
|----------------|------------------------------|-----------------------------|
| 10^6 | $10^7/10^6=10^1$ | $\ln 10^1=2.30$ |
| 1 | $10^7/1=10^7$ | $\ln 10^7=16.1$ |
| 0.025 | $10^7/0.025=4.0 \times 10^8$ | $\ln(4.0 \times 10^8)=19.8$ |

以下では、このレサジー u をエネルギー E の代わりに使っていく。まず、中性子束 $\phi(E)$ をレサジー単位で表すことを考えてみよう。あるエネルギー区間 $E \sim E+dE$ とそれに対応するレサジー区間 $u \sim u+du$ における中性子の衝突数は等しくならなくてはいけないので、

$$\Sigma_t(E)\phi(E)dE = -\Sigma_t(u)\phi(u)du \dots\dots\dots (6.24)$$

となる。ここで、 Σ_t は巨視的全反応断面積である。また、エネルギーの減少がレサジーの増加となるため、マイナス符号をつけてある。断面積は、レサジー単位で表しても値が変わらないので、結局、(6.24) 式は以下のようなになる。

$$\phi(E)dE = -\phi(u)du \dots\dots\dots (6.25)$$

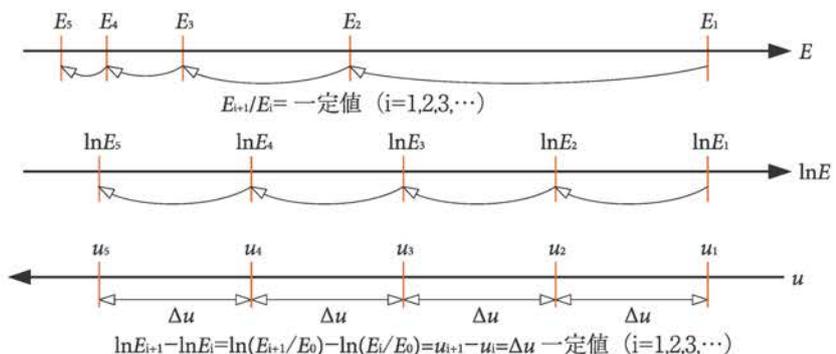


図6.7 減速状態におけるエネルギー減少の様子
減速過程においてエネルギーを失う割合が一定の場合(「比」が一定の場合)、エネルギーの対数をとると、減速前後の「差」が一定となる。

(6.23) 式に示した、 $du/dE = -1/E$ の関係を用いると、レサジー単位の中性子束は、

$$\phi(u) = E\phi(E) \dots\dots\dots (6.26)$$

と表現される。後で出てくる $1/E$ スペクトルでは、 $\phi(E) \propto 1/E$ であるので、レサジー単位の中性子束 $\phi(u)$ は一定値となる(図6.2 (b) 参照)。

(2) 平均レサジー増加

上にも述べたように、中性子は散乱前のエネルギーのある割合を失いながら、減速していく。従って、散乱前後のエネルギーの比を変数としているレサジーの変化(増加)は、平均化すると一定の値となる。1回の衝突によりレサジーが平均的にどのくらい増加(平均レサジー増加、またはエネルギー減少率の対数平均と呼び、 ξ で表す)するかは、次式により計算できる。

$$\begin{aligned} \xi &= \overline{u' - u} = \ln \frac{E_0}{E'} - \ln \frac{E_0}{E} = \ln \frac{E}{E'} = \frac{\int_{\alpha E}^E \left(\ln \frac{E}{E'} \right) p(E \rightarrow E') dE'}{\int_{\alpha E}^E p(E \rightarrow E') dE'} \\ &= \frac{\int_{\alpha E}^E \left(\ln \frac{E}{E'} \right) \frac{1}{E(1-\alpha)} dE'}{\int_{\alpha E}^E \frac{1}{E(1-\alpha)} dE'} \dots\dots\dots (6.27) \\ &= 1 + \frac{\alpha \ln \alpha}{1-\alpha} = 1 + \frac{(A-1)^2 \ln \left(\frac{A-1}{A+1} \right)}{2A} \end{aligned}$$

なお、前述のように $\alpha = \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2$ である。この式に示されているように、 ξ は中性子のエネルギーに関係なく、原子核の質量のみによって決まる。 $A=1$ (水素) の場合、 $\xi=1$ となる。また、 A が大きいとき ($A \gg 1$)、 $\ln(A \pm 1) \approx \ln A \pm \frac{1}{A} - \frac{1}{2A^2} \pm \frac{1}{3A^3}$ と近似できるので、(6.27) 式は次のようなる。

$$\begin{aligned} \xi &= 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \left(\frac{A-1}{A+1} \right) = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \{ \ln(A-1) - \ln(A+1) \} \\ &\approx 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \left(-\frac{2}{A} - \frac{2}{3A^3} \right) = 1 - \frac{(A-1)^2}{A^2} \left(1 + \frac{1}{3A^2} \right) \\ &= 1 - \left(1 - \frac{2}{A} + \frac{1}{A^2} \right) \left(1 + \frac{1}{3A^2} \right) \approx \frac{2}{A} - \frac{4}{3A^2} \\ &= \frac{2}{A} \left(1 - \frac{2}{3A} \right) \approx \frac{2}{A} \frac{1}{1 + \frac{2}{3A}} = \frac{2}{A + 2/3} \end{aligned}$$

すなわち、

$$\xi \approx \frac{2}{A + 2/3} \dots\dots\dots (6.28)$$

この式は、 $A \geq 10$ で非常に良い近似となるが、 $A=2$ でも誤差は約3%である。初期のレサジーが u_0 であった中性子が原子核と n 回衝突した場合の平均レサジー増加は $n\xi$ であり、衝突後の平均レサジー \bar{u} をとすると、

$$n\xi = \bar{u} - u_0 = \bar{u} - u_0 \dots\dots\dots (6.29)$$

となる。これより、平均レサジー \bar{u} までの衝突回数は、次式により計算できる。

$$n = \frac{\bar{u} - u_0}{\xi} \dots\dots\dots (6.30)$$

たとえば、核分裂で生まれた2MeVの中性子が、0.025eVの熱中性子になるまでの衝突回数 n は、

これより、
 減速能 $\xi\Sigma_s=0.174\times 72.2=1.26[\text{m}^{-1}]$
 減速比 $\xi\Sigma_s/\Sigma_a=12.6/(5.03\times 10^{-2})=250$
 となる。

6.3.3 減速過程における中性子のバランス

(1) 減速密度

中性子の減速過程において、あるレサジー u を単位時間に通過する単位体積当りの中性子数を $q(u)$ とし、これを **減速密度** (slowing down density) と呼ぶ (図6.9参照)。

中性子は1回の衝突で平均 ξ ずつレサジーを増加させながら減速しているの、 u を通過した中性子のうち、 $u\sim u+du$ の間で衝突する中性子の割合は、 du/ξ となる。(u を通過した後に体系から漏れていく中性子は無視できるとする。) 従って、 $u\sim u+du$ の間で衝突する中性子数は、 $q(u)du/\xi$ となる。一方、レサジー単位で表した中性子束を $\phi(u)$ とすると、同じレサジー区間 $u\sim u+du$ で何らかの反応 (衝突) をする中性子数は、 $\Sigma_t(u)\phi(u)du$ である。体系からの漏れが無い場合には、両者が等しいことから、

$$q(u)=\xi\Sigma_t(u)\phi(u) \dots\dots\dots (6.33)$$

が得られる。

(2) 中性子バランスの式

あるレサジー区間 $u\sim u+du$ における中性子の収支 (バランス) を考えてみる。ここでは、簡単のために、体系が無限の大きさを有し、中性子の漏れが無いものとする。この場合、中性子束や減速密度の空間依存性が無くなる。

減速されてレサジー区間に入ってくる中性子と出て行く中性子の収支は、入ってくる中性子はレサジー u を通過して減速される中性子 $q(u)$ であり、出て行く中性子はレサジー $u+du$ を通過して減速される中性子 $q(u+du)$ であるので、

$$\text{①減速による収支} = q(u) - q(u+du) = \frac{\partial q(u)}{\partial u} du \dots\dots\dots (6.34)$$

となる。なお、 $\frac{\partial q(u)}{\partial u} = \left. \frac{q(u+du) - q(u)}{du} \right|_{du \rightarrow 0}$ を用いている。

中性子の漏れや発生がない場合、中性子数の変化は吸収により生じる。区間 $u\sim u+du$ 内において吸収されて失われる中性子数 (単位体積、単位時間当たりの量) は、

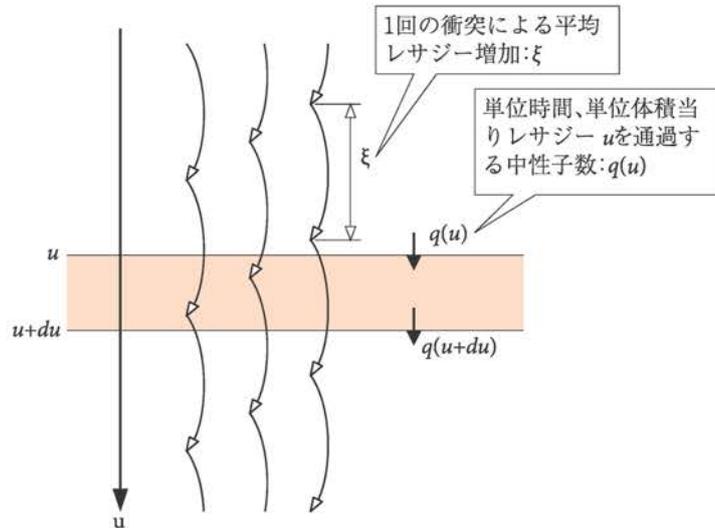


図6.9 中性子の減速密度と衝突数
 レサジー u を通過した中性子 $q(u)$ のうち、 $u\sim u+du$ において衝突する割合は du/ξ であるので、 $u\sim u+du$ において単位時間、単位体積当り衝突する中性子の数は $q(u)\times du/\xi$ となる。

以下で表される。

$$\textcircled{2} \text{吸収による減少} = -\Sigma_a(u)\phi(u)du \dots\dots\dots (6.35)$$

定常状態では、①と②が釣り合っているので、次式を得る。

$$\frac{\partial q(u)}{\partial u} = -\Sigma_a(u)\phi(u) \dots\dots\dots (6.36)$$

(6.33) 式を使うと、

$$\frac{dq(u)}{du} = -\frac{\Sigma_a(u)}{\xi\Sigma_t(u)}q(u) \dots\dots\dots (6.37)$$

となる。この式が減速過程にある中性子のバランス式である。

体系内での吸収が無い場合には、 $\frac{dq(u)}{du} = 0$ となるので、

$$q(u) = \text{定数} = q(0) \text{ [減速密度の初期値]} \dots\dots\dots (6.38)$$

となる。

減速過程において中性子の漏れも吸収も無い場合には、減速を開始するエネルギー (レサジー $u=0$) で生まれた中性子 $q(0)$ が、全て減速されていくことになり、減速密度はレサジーに依存しない一定値となる。これを中性子束で表すと、

$$\phi(u) = \frac{q(u)}{\xi\Sigma_t(u)} = \frac{q(0)}{\xi\Sigma_s(u)} \approx \frac{q(0)}{\xi\Sigma_s} \dots\dots\dots (6.39)$$

(多くの場合、減速エネルギー領域では、散乱断面積 Σ_s は一定となる。)

となり、中性子束 $\phi(u)$ は一定値となる。

中性子束をエネルギー単位で表現すると、

$$\phi(E) = \frac{\phi(u)}{E} = \frac{q(0)}{\xi\Sigma_s E} \propto \frac{1}{E} \dots\dots\dots (6.40)$$

が得られる。これより、中性子束 $\phi(E)$ は、エネルギーが小さいほど大きくなることがわかる。これは、減速によるエネルギーの減少幅がエネルギーの低下とともに小さくなっているためである。もし $\phi(E)$ が一定であったとすると、エネルギーの減少幅が小さくなったときに減速密度は減少してしまう。

減速密度がエネルギーに依らず一定となるためには、エネルギーの減少幅が小さくなった分だけ中性子束 $\phi(E)$ が大きくなっていることが必要となる。この中性子スペクトルは**1/Eスペクトル** (1/E spectrum) と呼ばれ、熱中性子炉の減速エネルギー領域では概ねこのスペクトルが成立している。

6.4 共鳴吸収

6.4.1 共鳴吸収を逃れる確率

減速過程における吸収は共鳴吸収が主となっている。中性子は減速材と衝突 (散乱) するたびに、エネルギーを失いながら減速していくが、減速後のエネルギーが共鳴吸収のエネルギーに一致した場合、非常に高い確率で吸収されてしまうこととなる。

減速されて、あるレサジー u_1 を通過した中性子が、レサジー u_2 まで吸収されずに減速する確率 $p(u_1; u_2)$ は、減速密度を用いて次式で表現できる。

$$p(u_1; u_2) = q(u_2)/q(u_1)$$

これを**共鳴吸収を逃れる確率** (resonance escape probability) という。具体的には、減速過程において吸収があるときの中性子バランスの式 (6.37) を考える (漏れは無視できるものとする)。

$$\frac{dq(u)}{du} = -\frac{\Sigma_a(u)}{\xi\Sigma_t(u)}q(u) \dots\dots\dots (6.41)$$

これをレサジー $u_1 \sim u_2$ の範囲 ($u_1 < u_2$) について解く(積分する) と、

$$q(u_2) = q(u_1) \exp\left(-\int_{u_1}^{u_2} \frac{\Sigma_a(u)}{\xi \Sigma_t(u)} du\right) \approx q(u_1) \exp\left(-\int_{u_1}^{u_2} \frac{\Sigma_a(u)}{\xi \{\Sigma_s + \Sigma_a(u)\}} du\right) \dots (6.42)$$

となる。最右辺の式における散乱断面積 (Σ_s) はレサジーに依存せず、ほぼ一定であることを示している。

これより、レサジー u_1 を通過した中性子のうち、レサジー u_2 まで吸収されずに減速する中性子の割合、すなわち共鳴吸収を逃れる確率は次式となる。

$$p(u_1; u_2) = \exp\left(-\int_{u_1}^{u_2} \frac{\Sigma_a(u)}{\xi \{\Sigma_s + \Sigma_a(u)\}} du\right) \dots (6.43)$$

この式を、エネルギーの単位 ($E_1 > E_2$) で表すと、

$$p(E_1; E_2) = \exp\left(-\int_{E_2}^{E_1} \frac{\Sigma_a(E)}{\xi \{\Sigma_s + \Sigma_a(E)\}} \frac{dE}{E}\right) \dots (6.44)$$

となる。

6.4.2 実効共鳴積分

(6.44) 式の指数部について、エネルギー依存性の無い量を積分の外に取りだして、以下のように変形する。

$$\begin{aligned} -\int_{E_2}^{E_1} \frac{\Sigma_a(E)}{\xi \{\Sigma_s + \Sigma_a(E)\}} \frac{dE}{E} &= -\int_{E_2}^{E_1} \frac{N_a \sigma_a(E)}{\xi \{\Sigma_s + N_a \sigma_a(E)\}} \frac{dE}{E} \\ &= -\frac{N_a}{\xi \Sigma_s} \int_{E_2}^{E_1} \frac{\sigma_a(E)}{1 + \sigma_a(E) N_a / \Sigma_s} \frac{dE}{E} = -\frac{N_a}{\xi \Sigma_s} I_{eff} \dots (6.45) \end{aligned}$$

ここで、 N_a は共鳴吸収核種の原子個数密度である。また、次式で定義される I_{eff} を**実効共鳴積分** (effective resonance integral) という。

$$I_{eff} = \int_{E_2}^{E_1} \frac{\sigma_a(E)}{1 + \sigma_a(E) N_a / \Sigma_s} \frac{dE}{E} \dots (6.46)$$

これに対して、次の量 I を、**共鳴積分** (resonance integral) と呼ぶ。

$$I = \int_{E_{th}}^{E_0} \frac{\sigma_a(E)}{E} dE \dots (6.47)$$

この共鳴積分は、微視的吸収断面積に減速エネルギー領域の中性子束 ($1/E$) を乗じて積分した形となっており、吸収体により中性子スペクトルが歪まない場合の吸収核種1個当りの吸収反応率となっている。これは、散乱反応に比べて吸収反応が非常に少ない状態 ($\sigma_a N_a \ll \Sigma_s$) で成立する。このような状態を、吸収核種が散乱核種に無限に薄められているとみなせることから、「無限希釈」と呼ぶ。

一方、実効共鳴積分 (式 (6.46)) は、無限希釈でない場合の、中性子スペクトルの歪みを考慮した「実効」的な量となっている。

考えているエネルギー範囲における共鳴吸収反応を起こす核種が多く存在する場合、共鳴吸収反応を起こすエネルギーの中性子が極端に少なくなり、共鳴吸収核種が沢山あっても、その反応をする中性子が不足した状態となり、結果的に吸収反応率が減少することとなる。これを**エネルギー的な自己遮へい効果** (energetic self-shielding effect) と呼ぶ (図6.10参照) (注6.8)。

実効共鳴積分では、この自己遮へい効果が考慮されている (注6.9)。なお、通常は共鳴積分の積分範囲として、中性子が生成したときのエネルギー E_0 から熱中性子となるエネルギー E_{th} までが用いられる。

原子炉においては、吸収核種は核燃料 (ウランなど) であり、散乱核種は減速材 (水など) となる。通常の軽水炉の場合、軽水減速材中に燃料棒が配列した状態となっている。減速はほとんど軽水中で起こるので、燃料棒の周りに減速中性子源が

注6.8: 共鳴吸収反応を起こす核種が多い場合、自らの吸収により、中性子が少なくなり、その結果、吸収反応率が低下する。つまり、「自らの影響で」吸収反応率が小さくなるため「自己」遮へい効果と呼ばれる。

注6.9: 共鳴吸収反応の自己遮へい効果は、中性子束の歪みにより生じるものであるが、多群近似では、その効果を断面積の変化として取り扱うことが一般的である。中性子束の歪みを取り入れるために修正した断面積を**実効断面積** (effective cross section) と呼ぶ。エネルギー群 $g(E_g \sim E_{g-1})$ の実効(微視的)吸収断面積を $\sigma_{a,g}^{eff}$ とすると、このエネルギー範囲で積分した実効共鳴積分 $I_{eff,g}$ は次式で表される。

$$I_{eff,g} = \sigma_{a,g}^{eff} \int_{E_{g-1}}^{E_g} \frac{dE}{E} = \sigma_{a,g}^{eff} \ln(E_{g-1}/E_g) = \sigma_{a,g}^{eff} (u_{g-1} - u_g)$$

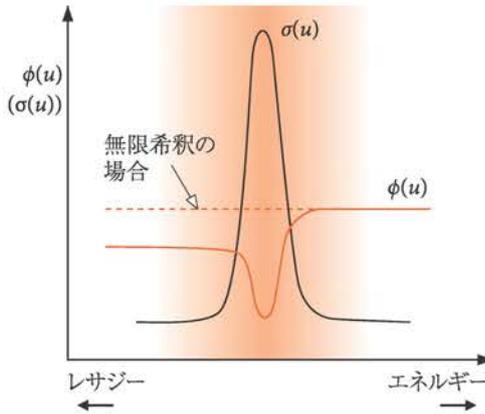


図6.10 共鳴吸収領域における中性子束のエネルギー的な自己遮へい効果

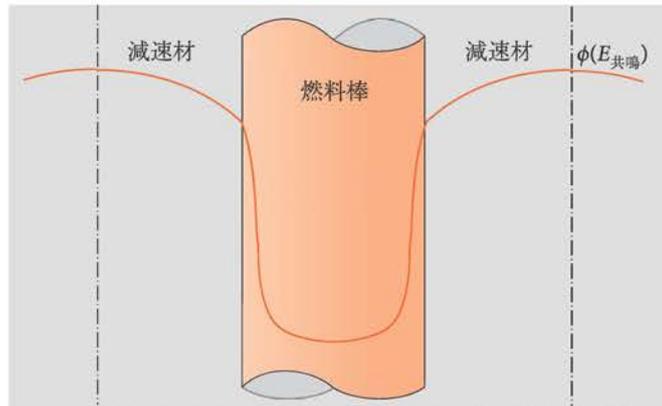


図6.11 共鳴吸収領域における中性子束の空間的な自己遮へい効果

存在していることとなる。

この場合、共鳴吸収のエネルギーまで減速された中性子は、燃料棒表面でほとんど全て吸収されてしまい、燃料棒内部まで入っていくことができない。このため、燃料棒内部の燃料は共鳴吸収に寄与することができない状態となり、共鳴吸収反応が（無限希釈であるとした場合に比べて）減少することとなる。このような空間的な中性子束の減少による共鳴吸収反応の減少効果を**空間的な自己遮へい効果** (spatial self-shielding effect) と呼ぶ (図6.11参照)。

6.5 熱中性子スペクトル

減速材と衝突を繰り返し、十分に減速した中性子は、周りの減速材 (媒質) とほぼ熱平衡の状態 (平均としてみると、運動エネルギーのやりとりが無い状態) になる (注6.10)。この熱平衡状態の中性子を熱中性子と呼ぶ。吸収と漏れの無い体系における熱中性子のエネルギースペクトルは、次式で表されるマックスウェル・ボルツマン分布となる。

$$\phi_M(E) = \frac{2\pi n}{(\pi kT)^{3/2}} \left(\frac{2}{m}\right)^{1/2} E \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \dots\dots\dots (6.48)$$

ここで、 n : 中性子密度、 k : ボルツマン定数、 m : 中性子の質量、 T : 媒質の絶対温度である。

この式よりわかるように、熱中性子のスペクトルは媒質の温度により決まることとなる。中性子は媒質との弾性散乱によりエネルギーを失っていき、最終的には、運動エネルギーが媒質とほぼ等しくなったところで落ち着く (平衡状態に達する) のである。

そのような中性子は、個々には媒質からエネルギーを受け取ったり、与えたりしているが、平均すると中性子と媒質とのエネルギーのやりとりがゼロとなっている。このような場合、温度が同じであれば、減速材の種類によらず、同じスペクトルとなるはずである。しかし、現実には減速材による吸収反応の違いがあるため、熱中性子スペクトルは、減速材に依存して (6.48) 式から外れた形となる。

$\phi_M(E)$ が最大値となるときのエネルギー E_p を**最確エネルギー** (most probable energy) といい、 $E_p = kT$ となる。このエネルギーに相当する中性子速度 (最確速さ) を v_p とすると、

$$E_p = \frac{1}{2} m v_p^2 = kT \dots\dots\dots (6.49)$$

となる。この関係より、温度20℃における最確エネルギー E_p および最確速さ v_p は次のようになる。

$$v_p(T=293K) = 2200 \text{ m/s}$$

$$E_p(T=293K) = 0.0253 \text{ eV}$$

これらは、熱中性子の代表的な値として用いられている。このような計算の結果を

注6.10: エネルギーが低い中性子は、媒質の原子核の熱振動ではじき飛ばされることによりエネルギーを受け取る。一方、中性子は媒質の原子核に衝突することにより、媒質の原子核にエネルギーを与える。これらのエネルギーのやりとりが平衡状態に達し、平均してみるとエネルギーのやりとりがない状態になる。

《演習問題》

[1] 中性子が水素原子核(A=1)と弾性散乱し、重心系における散乱角(θ_c)が以下の値であった場合の散乱前後のエネルギーの比(E_L'/E_L)および実験室系における散乱角(θ_L)を求めよ。また、炭素原子核(A=12)と弾性散乱した場合についても同様に評価せよ。

重心系における散乱角： $\theta_c=0, \pi/2$ および π

[2] 1MeVの中性子がベリリウムにより0.5eVまで減速されるために平均的に必要な衝突回数を求めよ。

[3] 軽水H₂Oと重水D₂Oを(分子数比)1対1で混合した液体(密度を $1.05 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ とする)について、次の諸量を求めよ。また、混合比が変化した場合に、これらの量はどのように変化するか。

- ① 平均レサジー増加 ξ
 - ② 実験室系の散乱角の平均余弦 $\overline{\cos\theta_L}$
 - ③ 減速能 $\xi\Sigma_s$
 - ④ 減速比 $\xi\Sigma_s/\Sigma_a$
- (必要な断面データは表6.3を参照のこと)

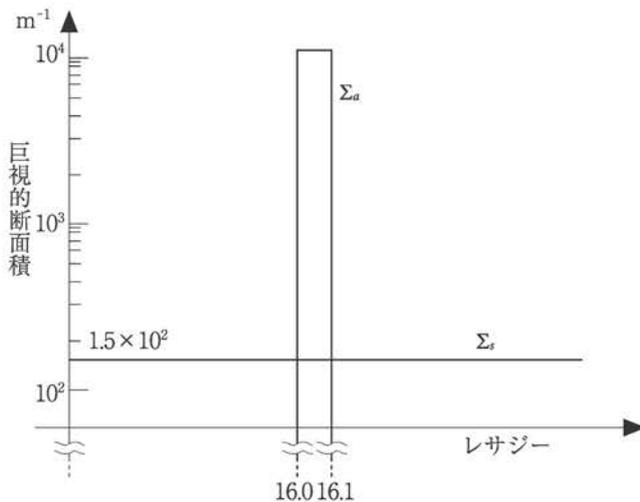
表6.3 減速材用核種の微視的断面

| | 散乱断面 ¹⁾ σ_s [b] | 吸収断面 ²⁾ σ_a [b] |
|----|--------------------------------------|--------------------------------------|
| H | 20.3 | 2.94×10^{-1} |
| D | 3.38 | 4.88×10^{-4} |
| He | 7.59 | 4.79×10^{-5} |
| Be | 6.14 | 6.74×10^{-3} |
| C | 4.72 | 3.13×10^{-3} |
| O | 3.78 | 1.68×10^{-4} |

1) 1keVの中性子に対する値
2) 熱中性子スペクトルに対する値
出典：JENDL-3.3ライブラリ

[4] 無限媒質中で減速される中性子の共鳴吸収を逃れる確率を(6.43)式により求めよ。ただし、散乱は全て水素原子核(A=1)によるものとする。また、媒質の巨視的散乱断面はレサジーに依らず一定($1.5 \times 10^2 \text{ m}^{-1}$)であるとし、巨視的吸収断面はレサジー幅0.1($16.0 \leq u \leq 16.1$)の間で一定($1.0 \times 10^4 \text{ m}^{-1}$)となり、他はゼロとする(下表参照)。さらに、巨視的吸収断面のピークが1/10となり($1.0 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$)、レサジー幅が10倍に広がった($15.5 \leq u \leq 16.5$)場合の共鳴を逃れる確率はどうか(巨視的散乱断面は変わらないものとする)。

| レサジー u | $0 \leq u < 16.0$ | $16.0 \leq u \leq 16.1$ | $16.1 < u$ |
|--------------------------------|-------------------|-------------------------|-------------------|
| 散乱断面 $\Sigma_s(\text{m}^{-1})$ | 1.5×10^2 | 1.5×10^2 | 1.5×10^2 |
| 吸収断面 $\Sigma_a(\text{m}^{-1})$ | 0.0 | 1.0×10^4 | 0.0 |



[5] 吸収のない無限媒質中で熱平衡状態となった熱中性子を考える。媒質の温度が20℃であるときの熱中性子の最確速さは2,200m/sとなる。媒質の温度が321℃に上昇したときの熱中性子の最確速さを求めよ。

[6] 次の表は、3つの減速材（軽水、重水、黒鉛）の減速・拡散の特性を示した表である。これを参考にして次の記述のうち誤っているものを選び。

| | 軽水 | 重水 | 黒鉛 |
|--|----------------------|----------------------|----------------------|
| 平均レサージ増加ξ | 0.925 | 0.508 | 0.158 |
| 減速能ξΣ _s (m ⁻¹) | 1.38×10 ² | 1.77×10 ¹ | 5.98×10 ⁰ |
| 減速比ξΣ _s /Σ _a | 6.92×10 ¹ | 4.69×10 ³ | 2.38×10 ² |
| 拡散係数D(m) | 1.4×10 ⁻³ | 8.2×10 ⁻³ | 8.7×10 ⁻³ |
| 拡散距離L(m) | 2.7×10 ⁻² | 1.5×10 ⁰ | 5.9×10 ⁻¹ |
| フェルミ年齢 ^(注) τ(m ²) | 3.7×10 ⁻³ | 1.1×10 ⁻² | 3.1×10 ⁻² |

- ①熱中性子の巨視的吸収断面積の一番小さい減速材は重水である。
- ②散乱に対する平均自由行程の一番短い減速材は重水である。
- ③熱中性子の一番透過しやすい減速材は軽水である。
- ④1回の散乱当たり失うエネルギーの一番大きい減速材は軽水である。
- ⑤移動面積M² (migration area) の一番大きい減速材は重水である。

注) フェルミ年齢 (Fermi age) τ は、核分裂で生まれた高速中性子が減速して熱中性子となるまでの拡散距離の2乗 (=高速群の拡散面積 (5.92式参照)) に相当する量であり、これを用いると移動面積M²は次式で与えられる。

$$M^2 = \tau + L^2$$

(出典: 技術士 原子力・放射線部門 平成16年度第一次試験を一部変更)

[7] 熱中性子炉の重要な構成要素である減速材（軽水、重水、黒鉛）の基本的な性質を下表に示す。表を参考にして次の記述のうち正しいものを選び。

| 減速材 | 巨視的吸収断面積(m ⁻¹) | 巨視的散乱断面積(m ⁻¹) | 熱中性子まで減速するのに必要な平均衝突回数 |
|-----|----------------------------|----------------------------|-----------------------|
| 軽水 | 1.99×10 ⁰ | 1.49×10 ² | 19.7 |
| 重水 | 3.78×10 ⁻³ | 3.49×10 ¹ | 35.8 |
| 黒鉛 | 2.54×10 ⁻² | 3.79×10 ¹ | 115 |

- ①重水は巨視的吸収断面積が小さいので、天然ウランと組み合わせても連鎖反応が維持できる。
- ②軽水は巨視的吸収断面積が大きいですが、少ない衝突回数で減速できるので、天然ウランと組み合わせても連鎖反応を維持できる。
- ③黒鉛は巨視的吸収断面積が小さいが、熱中性子まで減速するのに多くの衝突回数が必要なので、天然ウランとの組み合わせでは連鎖反応連鎖反応が維持できない。
- ④黒鉛は重水に比べて巨視的散乱断面積が小さく、巨視的吸収断面積が大きいので、重水に比べて小さい体系で連鎖反応が維持できる。
- ⑤重い核を含む減速材ほど中性子をよく減速する。

(出典: 技術士 原子力・放射線部門 平成17年度第一次試験を一部変更)

[8] 原子炉の中性子エネルギースペクトルに関する次の記述のうち、誤っているものはどれか。

- ①²³⁵Uの核分裂によって放出される高速中性子は大部分が100keV～10MeVの範囲にあり、その平均エネルギーは約2MeVである。
- ②中速中性子領域の中性子スペクトルは、²³⁸Uによる共鳴吸収によって凹凸を示すが、全体的には1/Eに比例する分布になっている。
- ③減速材の温度と熱平衡にあるエネルギーの中性子を熱中性子と呼び、室温の場合にはその平均エネルギーは0.25eVである。

(出典: 技術士 原子力・放射線部門 平成18年度第一次試験を一部変更)