

2024年炉物理夏期セミナー

# 核定数テーブルの圧縮、 RSE法による共鳴計算

MHI 山本 真人

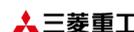
三菱重工業株式会社

2024年9月26日

© 2024 MITSUBISHI HEAVY INDUSTRIES, LTD. All Rights Reserved.



## 目次



1. ROMの概要
2. 断面積テーブルへのROMの適用
  - (1)概要
  - (2)理論
  - (3)適用例
3. 共鳴計算へのROMの適用
  - (1)概要
  - (2)理論
  - (3)適用例
4. 本講義のまとめ

# 1. ROMの概要

## (1)ROMとは？(1/3)

Reduced Order Model(低次元化モデル、ROM)とは？

- 複雑なモデルを簡易モデルに近似する代理モデル (Surrogate Model)の一種。
- 入力データと詳細なシミュレーション結果の相関を表す主要な基底を特異値分解により求め、その基底を用いて出力データを簡略かつ精度良く求める手法\*。
- 概念として主成分分析(PCA)、固有直交分解(POD)と同じ。

\*[1] “山本 章夫, 「Reduced Order Model とシミュレーション計算」, 2018 年度 第50 回炉物理夏期セミナー”

## (1)ROMとは(2/3)

任意の $m \times n$ 実行列 $A$ の特異値分解( $m \geq n$ )

$$A = U \Sigma^T V$$

- $U$ : 左特異ベクトル,  $m \times m$ 正規直交基底
- $V$ : 右特異ベクトル,  $n \times n$ 正規直交基底  
( $^T V$ は転置行列)
- $\Sigma$ :  $m \times n$ の対角行列  
 $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$   
ただし( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n$ )

このとき、 $\Sigma$ の対角成分 $\sigma_i$ を**特異値**と呼ぶ

## (1)ROMとは？(3/3)

特異値:元の行列 $A$ を構成する基底の寄与率

→寄与の小さい特異値を減らすことで次元削減が可能  
(低ランク近似)

低ランク近似の実用例:画像圧縮\*



特異値750個  
(元の画像)



特異値50個

概ね再現



特異値5個

減らし過ぎると  
再現できない

適切な数の特異値削減であれば低ランク近似後もデータを再現できる

\*[2] <http://lab.astamuse.co.jp/entry/2017/06/14/114500>

## (2)何故ROMが必要？(1/4)

### ■理想的な炉心核設計計算は？

- 3次元全炉心体系において、非均質形状を陽に取り扱い、中性子エネルギー連続の条件にて、**ボルツマンの中性子輸送方程式**を解くこと。

$$\Omega \cdot \nabla \psi(\mathbf{r}, E, \Omega) + \Sigma_t(\mathbf{r}, E)\psi(\mathbf{r}, E, \Omega) = Q(\mathbf{r}, E, \Omega)$$

- 計算時間の制約を全く考慮しなければ、**連続エネルギーモンテカルロ計算**により実現可能。

### ■炉心核設計における制約

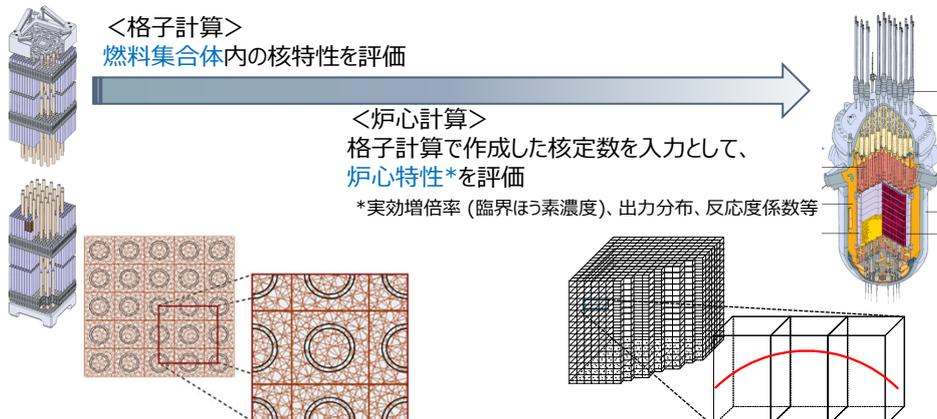
- 核設計では、限られたリソースのもとで適切な解(炉心特性)を得る必要がある。
- モンテカルロ計算では、燃料棒局所出力や反応度(ドブラー、減速材)に対する十分な統計精度の確保が困難。

### ■決定論的手法の採用、**格子計算(集合体計算)**と**炉心計算**の分離(後述)

“小池 啓基,「格子計算の基礎」,日本原子力学会炉物理部会 第49回炉物理夏期セミナー”より引用

## (2)何故ROMが必要？(2/4)

- 現行の一般的な炉心核設計では、計算フローを「**格子計算**」と「**炉心計算**」の2段階に分離することにより、実用的な計算時間で解析を実現。



“小池 啓基,「格子計算の基礎」,日本原子力学会  
炉物理部会 第49回炉物理夏期セミナー”より引用

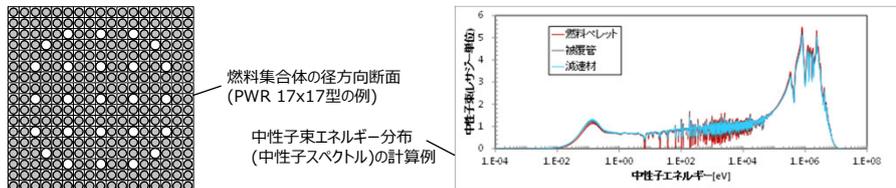
<燃料集合体及び炉心の図出典>  
三菱重工ホームページ  
[https://www.mhi.co.jp/products/category/nuclear\\_power\\_generation.html](https://www.mhi.co.jp/products/category/nuclear_power_generation.html)

## (2)何故ROMが必要？(3/4)

### ■格子計算では、

- 空間について、集合体内の「燃料ペレット・被覆管・減速材」等からなる**非均質形状を直接模擬し**、
- **中性子エネルギー**について、「核分裂による高速中性子の発生→中性子の減速→共鳴吸収の影響→熱化→熱中性子による核分裂」までの**一連の物理過程を詳細に解き**、
- 集合体内中性子束の詳細な「空間・エネルギー分布」を求め、これを重みとして集合体平均の断面積である「**核定数**」(=炉心計算の入力)を作成する。

### ■最終的な炉心特性予測精度に対し、炉心計算に用いる断面積をいかに精度よく作成するかが、重要なポイントの一つ。



“小池 啓基,「格子計算の基礎」,日本原子力学会炉物理部会 第49回炉物理夏期セミナー”より引用(一部修正)

## (2)何故ROMが必要？(4/4)

### ■炉心核設計計算の現状：格子計算と炉心計算の分離

- 格子計算：エネルギー多群、非均質
- 炉心計算：エネルギー少数群、均質

### ■炉物理ロードマップ2024年版 ([https://rpg.jaea.go.jp/else/rpd/roadmap/rm/rpg\\_rm2024.pdf](https://rpg.jaea.go.jp/else/rpd/roadmap/rm/rpg_rm2024.pdf))

- 実効核定数計算機能、中性子輸送計算機能、核種燃焼計算機能、動特性計算機能等に関するモデルの詳細化による解析手法起因の不確かさの低減は、実機炉心の予測精度向上に貢献する可能性があり、安全余裕の増加が期待できる。(中略) 一方で、解析モデルの詳細化は計算コストの増加に直結することから、大規模並列計算技術や次元圧縮モデル等の計算科学分野の成果との組合せによる高速化も実用性の観点から重要である。

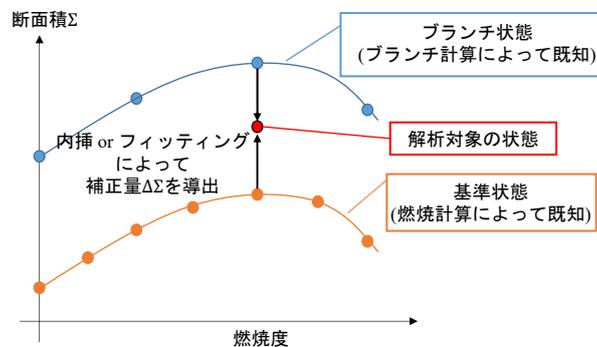
### ■ROMの適用が期待される詳細な炉心核設計計算 (一例)

- エネルギー多群、燃料棒単位の炉心計算 (メモリ増加への対応)  
⇒第3章で紹介
- エネルギー超多群、燃料棒単位の全炉心共鳴計算 (計算コスト増加への対応)  
⇒第4章で紹介

## 2.断面積テーブルへのROMの適用

### (1)概要:従来の断面積テーブル

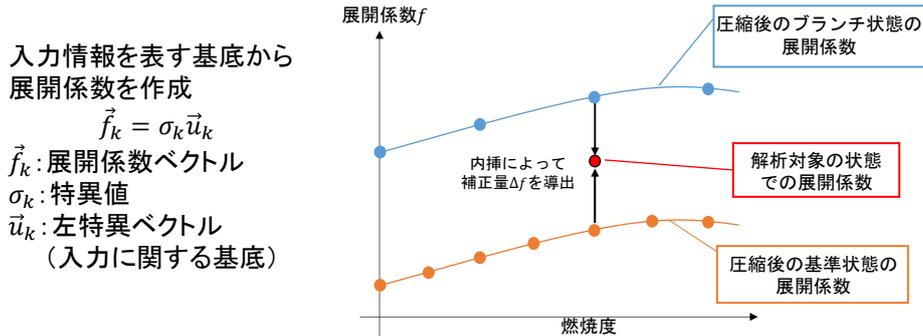
- 断面積テーブルの役割: 代表的な炉心状態での断面積を用いて任意の炉心状態での断面積を生成すること
- 従来手法では断面積を直接内挿(内挿回数は断面積の数に比例)



“山本真人,「次元削減を用いた炉心解析用断面積テーブルの圧縮」, 名古屋大学2019年度修士論文”より引用

## (1)概要:ROMを用いた断面積テーブル

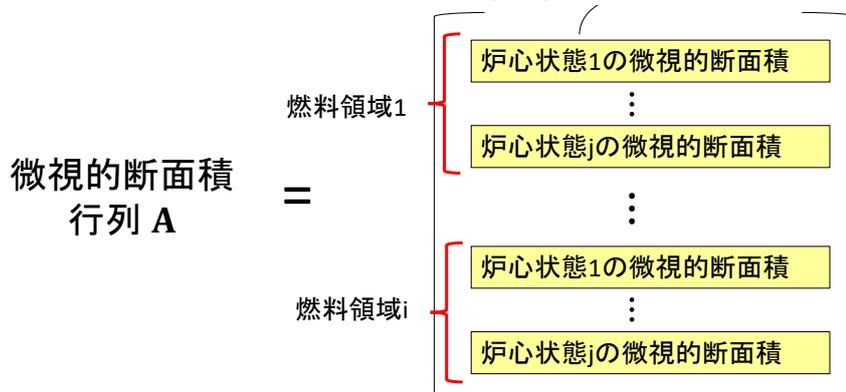
- 断面積データに特異値分解を適用し、少数の主要な基底で展開することでデータ量を削減(断面積の圧縮)
- 断面積ではなく展開係数に対して内挿を行うことで内挿回数減  
⇒例えば、1000種類の断面積を10個の基底で展開できる場合  
断面積テーブルの**データ量と内挿回数は元の1/100倍**



“山本真人,「次元削減を用いた炉心解析用断面積テーブルの圧縮」,名古屋大学2019年度修士論文”より引用

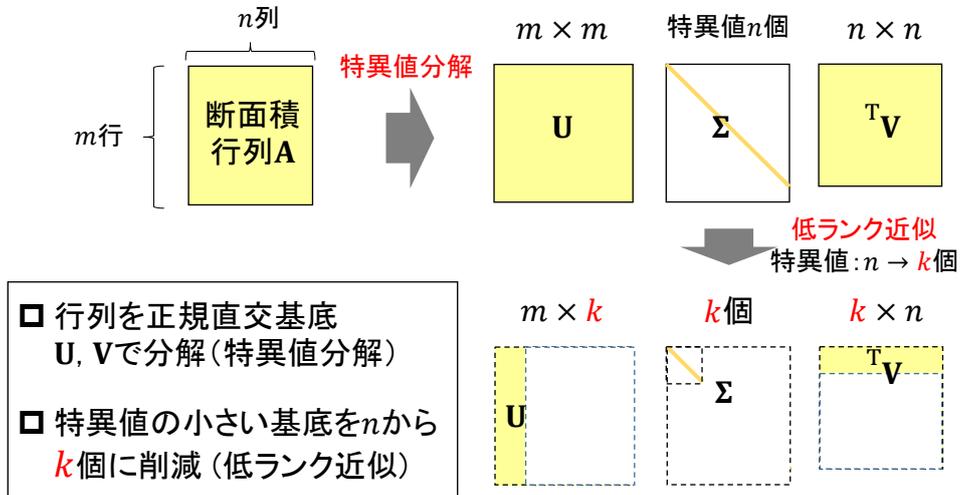
## (2)理論:断面積テーブルのROMの作成手順(1/2)

N個の核種の16群微視的断面積 (4種類)  
 $\sigma_a, \sigma_f, \nu\sigma_f, \sigma_c$ を1行に並べる



“山本真人,「次元削減を用いた炉心解析用断面積テーブルの圧縮」,名古屋大学2019年度修士論文”より引用

## (2)理論:断面積テーブルのROMの作成手順(2/2)



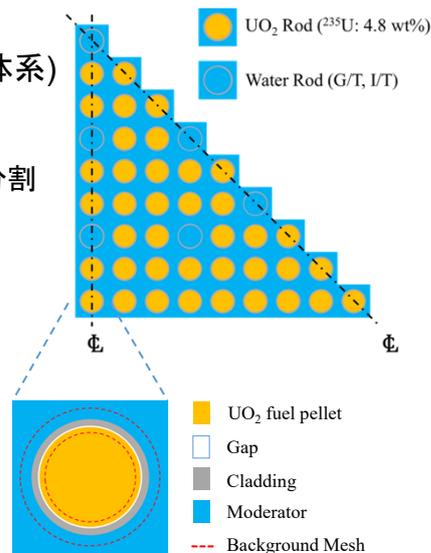
“山本真人,「次元削減を用いた炉心解析用断面積テーブルの圧縮」,名古屋大学2019年度修士論文”より引用

## (3)適用例:検証計算条件(1/2)

PWR 17 × 17 UO<sub>2</sub>燃料集合体(1/8体系)  
 燃料領域数:78領域  
 -UO<sub>2</sub>燃料:39セル  
 -1つのペレットの内側と外側で領域を2分割

Table.1 ピンセルの幾何形状  
(セルピッチ:1.26 cm)

物質領域	半径 [cm]
燃料ペレット(内側)	0.3663
燃料ペレット(外側)	0.3663 - 0.4095
ギャップ	0.4095 - 0.4180
被覆管	0.4180 - 0.4750
減速材(内側)	0.4750 - 0.5647
減速材(外側)	0.5647 - セル境界



“山本真人,「次元削減を用いた炉心解析用断面積テーブルの圧縮」,名古屋大学2019年度修士論文”より引用

### (3)適用例: 検証計算条件(2/2)

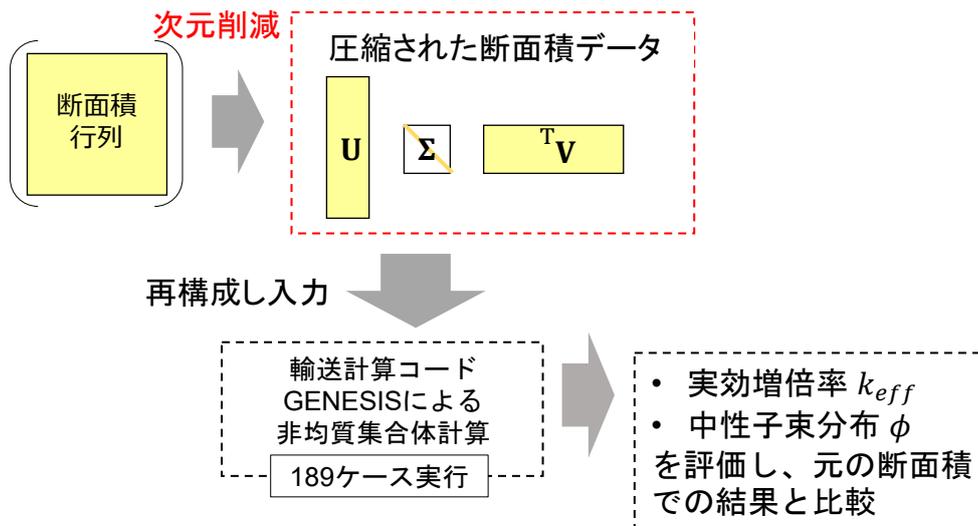
- 断面積データライブラリ  
- JENDL-4.0
- 集合体幾何形状
- エネルギー群数
- 炉心状態  
( Table.2 の範囲で189点)

Table.2 考慮した状態変数

状態変数	範囲または状態
燃焼度 [GWd/t]	0.1 - 70
燃料温度 [K]	556 or 900
減速材温度 [K]	556 - 596
ホウ素濃度 [ppm]	0 - 2400
ポイド率 [%]	0 - 80
制御棒	無し

“山本真人,「次元削減を用いた炉心解析用断面積テーブルの圧縮」, 名古屋大学2019年度修士論文”より引用

### (3)適用例: 検証計算の手順



“山本真人,「次元削減を用いた炉心解析用断面積テーブルの圧縮」, 名古屋大学2019年度修士論文”より引用

### (3)適用例: 検証計算結果(1/2)

微視的断面積: 14144種類

$$\sigma_a, \sigma_f, \nu\sigma_f, \sigma_c: 4種類 \times 16群 \times 221核種 = 14144$$

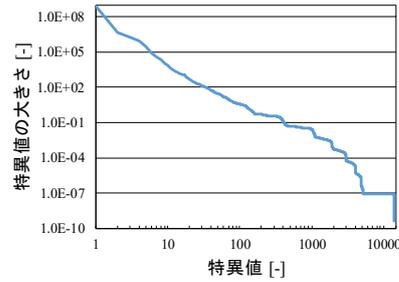
14144列

14742行

断面積  
行列

特異値分解

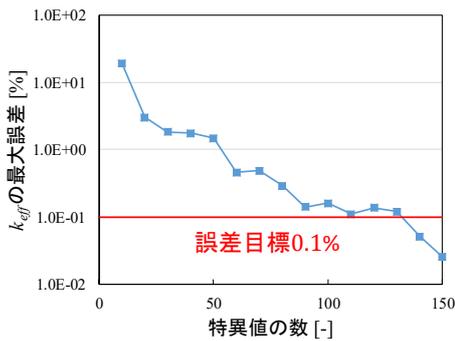
燃料棒39本×2分割  
×189炉心状態



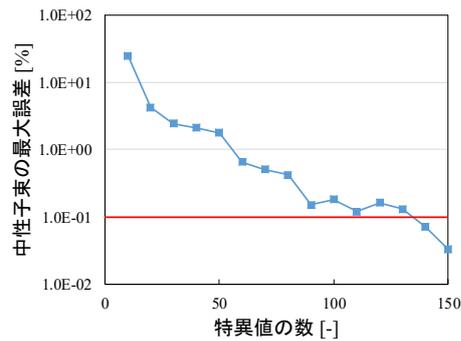
特異値数: 14144個

“山本真人,「次元削減を用いた炉心解析用断面積テーブルの圧縮」, 名古屋大学2019年度修士論文”より引用

### (3)適用例: 検証計算結果(2/2)



再構成断面積を用いた  
 $k_{eff}$ の最大誤差



再構成断面積を用いた  
 $\phi$ のRMSの最大値

誤差の目標を $k_{eff}$ ,  $\phi$ 共に0.1%とすると特異値  
の数を14144 → 140に削減可能

“山本真人,「次元削減を用いた炉心解析用断面積テーブルの圧縮」, 名古屋大学2019年度修士論文”より引用

### (3)適用例: 圧縮手法の改良

- これまでの方法では微視的断面積を直接圧縮
- 一方で、核反応への影響という観点での各核種の微視的断面積の重要性を考慮できていない  
例) 熱群中性子に対する<sup>235</sup>Uの核分裂断面積は原子数密度の小さな核分裂生成物の断面積よりも重要度が高い



以下のパラメータを用いた重みづけを検討  
 燃焼計算で得られた**原子数密度**  $N$   
 単一集合体計算で得られた**中性子束**  $\phi$

“山本真人,「次元削減を用いた炉心解析用断面積テーブルの圧縮」,名古屋大学2019年度修士論文”より引用

### (3)適用例: 断面積の重みづけ

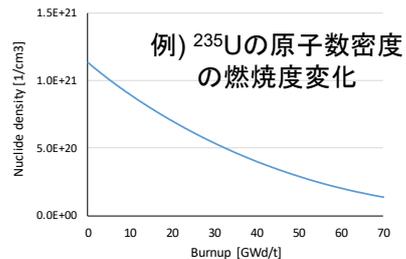
核種  $m$  に対して

$\bar{N}_i^m$ : 189状態に対して**平均化**された  
 $i$ 番目の物質領域での原子数密度

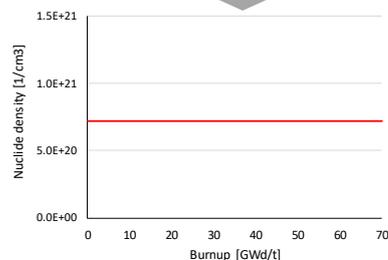
$\bar{\phi}_{g,i}$ : 189状態に対して**平均化**された  
 $i$ 番目の物質領域での  $g$ 群中性子束

$\bar{N}_i^m$  または  $\bar{\phi}_{g,i}$  (あるいは両方) を次元削減  
前の断面積に掛ける

$$\sigma_{x,g,i}^m \rightarrow \bar{N}_i^m \sigma_{x,g,i}^m \bar{\phi}_{g,i}$$

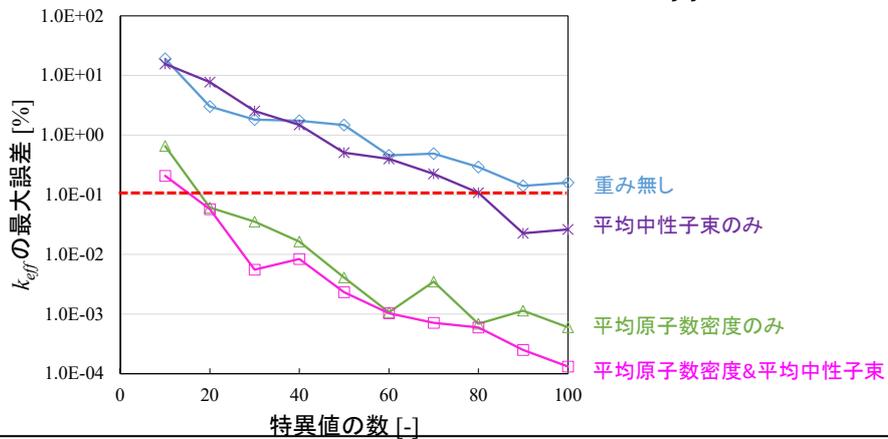


平均化



“山本真人,「次元削減を用いた炉心解析用断面積テーブルの圧縮」,名古屋大学2019年度修士論文”より引用

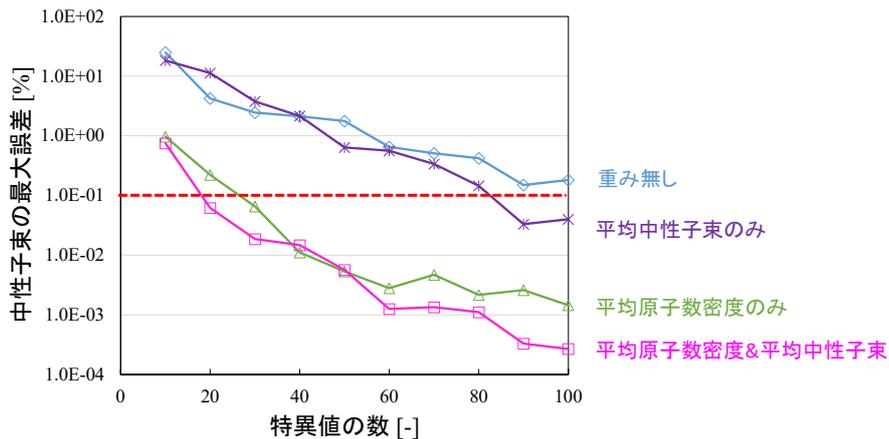
### (3)適用例: 重み毎の誤差の比較( $\Delta k_{eff}$ )



平均原子数密度&中性子束を用いた重みづけでの  $k_{eff}$  の最大誤差は重み無しの場合の100分の1程度  
 誤差目標0.1%は20個の特異値で達成

“山本真人,「次元削減を用いた炉心解析用断面積テーブルの圧縮」, 名古屋大学2019年度修士論文”より引用

### (3)適用例: 重み毎の最大誤差の比較( $\Delta\phi$ )



重み毎の特異値数に対する誤差は  $k_{eff}$  とほぼ同じ  
 平均原子数密度&中性子束を用いることで誤差目標0.1%は20個の特異値で達成(圧縮率は99.72%)

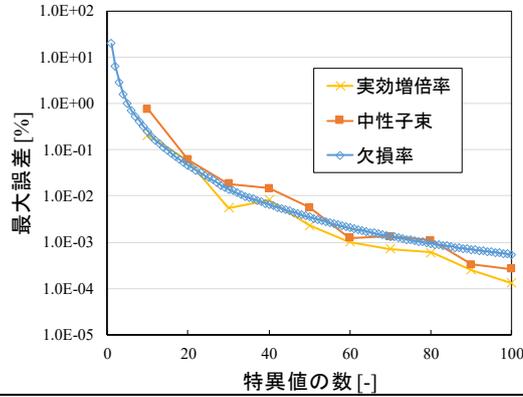
“山本真人,「次元削減を用いた炉心解析用断面積テーブルの圧縮」, 名古屋大学2019年度修士論文”より引用

### (3)適用例: 特異値と $k_{eff}, \phi$ の誤差の関係

平均原子数密度&中性子束による重みづけでの $k_{eff}, \phi$ の最大誤差と特異値の欠損率の比較

特異値の欠損率:

$$\frac{\text{削減した特異値の和}}{\text{特異値の総和}} = \frac{\sum_{k+1}^n \sigma_i}{\sum_i^n \sigma_i}$$



平均原子数密度&中性子束を重みとして用いることで特異値の欠損率から $k_{eff}, \phi$ に生じる誤差を概ね推定可能

“山本真人,「次元削減を用いた炉心解析用断面積テーブルの圧縮」,名古屋大学2019年度修士論文”より引用

### (4)核定数テーブルのROMのまとめ

- 非均質集合体計算から得られる微視的断面積に対して特異値分解・低ランク近似を用いた次元削減を適用
  - 再構成断面積を用いて実効増倍率 $k_{eff}$ 及び中性子束 $\phi$ を計算
- 実効増倍率 $k_{eff}$ 及び中性子束 $\phi$ の目標誤差を0.1%とした場合、重みづけを行うことで99%以上の断面積データの削減が可能
  - 平均原子数密度及び平均中性子束を組み合わせた重みづけが最も効果的
  - このときの誤差は、削減する特異値から評価できる

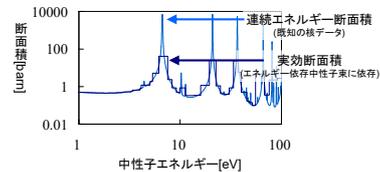
### 3.共鳴計算へのROMの適用

#### (0)導入: 共鳴計算とは? (1/2)

##### ■「共鳴計算」の目的は、

- 中性子束計算において多群の解像度では直接取り扱えない、**群内の詳細な中性子挙動**を考慮するため、
- 断面積ライブラリ及び集合体の「幾何形状・組成・温度」を入力として、
- 集合体内各領域の**多群実効断面積**を算出し、

**多群中性子束計算の入力**として供給すること。



##### ■共鳴計算は、

- $^{238}\text{U}$ 等による**共鳴吸収**を考慮した断面積を算出する**核計算の最上流工程**であり、
- 中性子の減速、共鳴吸収による「エネルギー・空間」の自己遮蔽効果、燃料-減速材間の非均質効果等、**炉心内のマイクロな中性子挙動**を適切に反映した**実効断面積**を作成・供給することにより、

**臨界性や反応度特性(ドップラー、減速材)等、最も基本的な炉心特性の予測精度を支えている。**

“小池 啓基,「格子計算の基礎」,日本原子力学会炉物理部会 第49回炉物理夏期セミナー”より引用

## (0)導入: 共鳴計算とは? (2/2)

### ■ 格子計算で採用されている従来共鳴計算法<sup>(1)</sup>

計算手法	理論の特徴	幾何形状の取り扱い	散乱中性子源の取り扱い	モデル上の解像度		得意とする解析対象
				空間	エネルギー	
超多群計算	単純 (第一原理)	MOC /衝突確率法	減速方程式	簡易	詳細	小規模体系の高精度計算
サブグループ法	単純	MOC /衝突確率法	NR/IR近似	詳細	簡易	複雑体系の計算
等価原理	複雑	脱出確率の 有理式近似 +ダンコフ補正	NR/IR近似	詳細 /簡易	簡易	大規模体系の高速計算

■ 現状技術では、超多群計算は小規模体系への適用に限られており、全炉心体系での超多群計算は計算負荷、使用メモリの観点から困難

■ 本章では、全炉心非均質中性子輸送計算の入力となる実効断面積を作成するため、全炉心共鳴計算を高精度(全炉心超多群計算相当)、かつ、高速(全炉心超多群計算より低負荷)に実現可能なRSE法を紹介

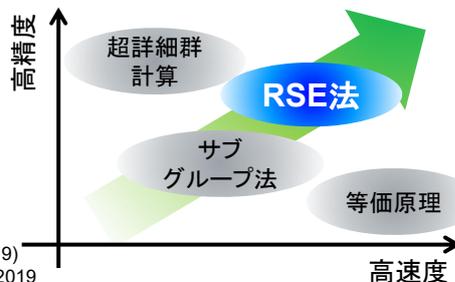
<注(1)>

- 超多群計算の空間解像度: 原理的には詳細幾何形状も取扱可能であるが、計算負荷の観点からは実用上、現時点でピンセル程度が限度
- NR: Narrow resonance
- IR: Intermediate resonance

“小池 啓基,「格子計算の基礎」,日本原子力学会炉物理部会 第49回炉物理夏期セミナー”より引用(一部加筆)

## (1)概要: 共鳴計算へのROMの適用

- 全炉心詳細炉心計算では、共鳴計算で得られた核定数が入力となり、高い計算精度と計算速度を両立する共鳴計算手法が求められる
- 複雑な幾何形状等を精度良く取り扱うことのできる共鳴計算手法として、中性子スペクトルを基底関数で展開するRSE(Resonance calculation method using energy Spectral Expansion)法\*が開発されている
- 本章では、RSE法の理論と、三菱3次元詳細輸送計算コードGALAXY-Zへの適用結果を紹介する



\* [3] A. Yamamoto, et. al., Trans. Am. Nucl. Soc., 121, 1316 (2019)

[4] R. Kondo, et. al., Proceedings of the Reactor Physics Asia 2019

“山路 和也, 他, 「三菱3次元詳細輸送計算コードGALAXY-Zの開発(4) RSE法を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

## (2)理論:展開係数に関する輸送方程式 (1/3)

- あるエネルギー群の輸送方程式

$$\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \Psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E_g) + \Sigma_t(\mathbf{r}, E_g) \Psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E_g) = \frac{1}{4\pi} Q(\mathbf{r}, E_g)$$

- 角度中性子束 $\Psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E_g)$ 、中性子源 $Q(\mathbf{r}, E_g)$ を直交基底 $f_{i,g}(E_g)$ で展開

$$\Psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E_g) = \sum_{i=1}^N f_{i,g}(E_g) \Psi_{i,g}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})$$

$$Q(\mathbf{r}, E_g) = \sum_{i=1}^N f_{i,g}(E_g) Q_{i,g}(\mathbf{r})$$

“近藤 諒一, 他, 「Reduced Order Model に基づくエネルギー展開基底を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

## (2)理論:展開係数に関する輸送方程式 (2/3)

- 直交性

$$\int_{\Delta E_g} f_{i,g}(E_g) f_{j,g}(E_g) dE_g = \delta_{ij}$$

- 基底の直交性を用いて輸送方程式を展開  
→ 展開係数に関する輸送方程式

$$\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \Psi_{n,g}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) + \sum_{i=1}^N \Sigma_{t,g,n,i}(\mathbf{r}) \Psi_{i,g}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} Q_{n,g}(\mathbf{r})$$

$$\Sigma_{t,g,n,i}(\mathbf{r}) = \int_{\Delta E_g} f_{n,g}(E_g) \Sigma_t(\mathbf{r}, E_g) f_{i,g}(E_g) dE_g$$

“近藤 諒一, 他, 「Reduced Order Model に基づくエネルギー展開基底を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

## (2)理論: 展開係数に関する輸送方程式 (3/3) 三菱重工

- 計算体系に対し展開係数に関する輸送方程式を解き、得られた中性子束モーメント $\phi_{i,g}(\mathbf{r})$ を用いて詳細群での中性子スペクトル $\phi(\mathbf{r}, E_g)$ を再構成

$$\phi(\mathbf{r}, E_g) = \int_{4\pi} \sum_{i=1}^N f_{i,g}(E_g) \Psi_{i,g}(\mathbf{r}, \Omega) d\Omega = \sum_{i=1}^N f_{i,g}(E_g) \phi_{i,g}(\mathbf{r})$$

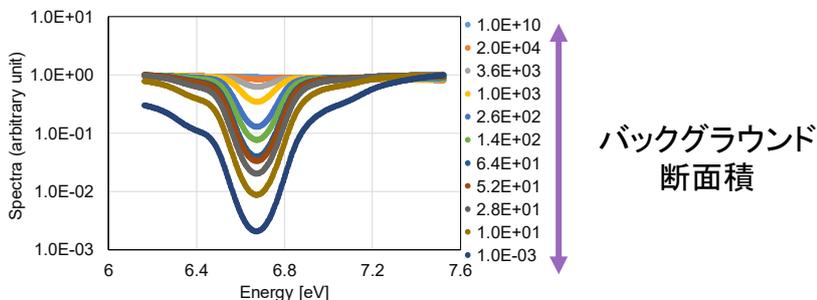
- 中性子スペクトルを用いて実効断面積 $\sigma(\mathbf{r}, g)$ を計算

$$\sigma(\mathbf{r}, g) = \frac{\int_{E^{g+1}}^{E^g} \sigma(E) \phi(\mathbf{r}, E) dE}{\int_{E^{g+1}}^{E^g} \phi(\mathbf{r}, E) dE}$$

“近藤 諒一, 他, 「Reduced Order Model に基づくエネルギー展開基底を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

## (2)理論: 直交基底の作成 (1/4) 三菱重工

- 異なるバックグラウンド断面積を与えた複数の均質体系で超多群計算
- 得られた超詳細群の中性子束を特異値分解することで直交基底を作成



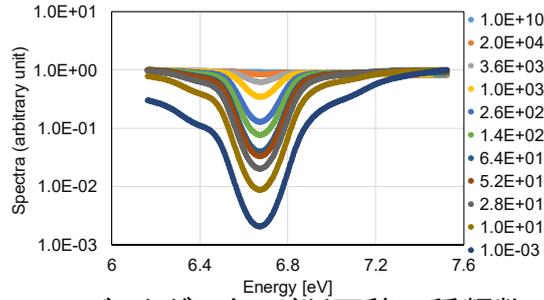
UO2均質体系における中性子束(6.16 eV – 7.52 eV)

“近藤 諒一, 他, 「Reduced Order Model に基づくエネルギー展開基底を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

## (2)理論:直交基底の作成 (2/4)

あるエネルギー群内の超詳細群中性子束

$$\begin{pmatrix} \Psi_1(E_{g-1}) & \Psi_1(E_{g-1} + \Delta E) & \Psi_1(E_{g-1} + 2\Delta E) & \dots & \Psi_1(E_g) \\ \Psi_2(E_{g-1}) & \Psi_2(E_{g-1} + \Delta E) & \Psi_2(E_{g-1} + 2\Delta E) & \dots & \Psi_2(E_g) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Psi_M(E_{g-1}) & \Psi_M(E_{g-1} + \Delta E) & \Psi_M(E_{g-1} + 2\Delta E) & \dots & \Psi_M(E_g) \end{pmatrix} \mathbf{A}$$



$M$ : バックグラウンド断面積の種類数

$g$ : エネルギー群

“近藤 諒一, 他, 「Reduced Order Model に基づくエネルギー展開基底を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

## (2)理論:直交基底の作成 (3/4)

あるエネルギー群内の超詳細群中性子束

$$\begin{pmatrix} \Psi_1(E_{g-1}) & \Psi_1(E_{g-1} + \Delta E) & \Psi_1(E_{g-1} + 2\Delta E) & \dots & \Psi_1(E_g) \\ \Psi_2(E_{g-1}) & \Psi_2(E_{g-1} + \Delta E) & \Psi_2(E_{g-1} + 2\Delta E) & \dots & \Psi_2(E_g) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Psi_M(E_{g-1}) & \Psi_M(E_{g-1} + \Delta E) & \Psi_M(E_{g-1} + 2\Delta E) & \dots & \Psi_M(E_g) \end{pmatrix} \mathbf{A}$$

$$= \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1M} \\ u_{21} & u_{22} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{M1} & \dots & \dots & u_{MM} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \sigma_M & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1(E_{g-1}) & \dots & \dots & \dots & f_1(E_g) \\ f_2(E_{g-1}) & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ f_t(E_{g-1}) & \dots & \dots & \dots & f_t(E_g) \end{pmatrix}$$

$\mathbf{U}$

$\Sigma$   
特異値

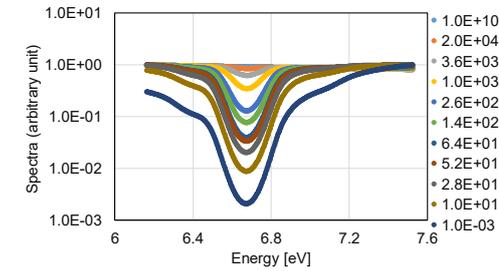
$\mathbf{V}^T$   
直交基底

$M$ : バックグラウンド断面積の種類数

$g$ : エネルギー群

“近藤 諒一, 他, 「Reduced Order Model に基づくエネルギー展開基底を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

## (2)理論:直交基底の作成 (4/4)



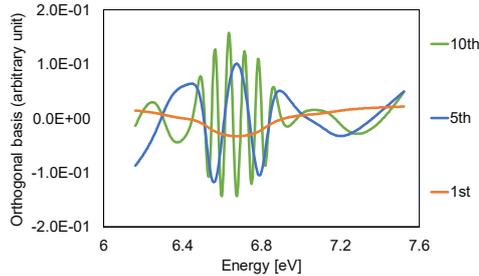
超詳細群中性子束

$$\begin{pmatrix} \Psi_1(E_{g-1}) & \Psi_1(E_{g-1} + \Delta E) & \dots & \Psi_1(E_g) \\ \Psi_2(E_{g-1}) & \Psi_2(E_{g-1} + \Delta E) & \dots & \Psi_2(E_g) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Psi_M(E_{g-1}) & \Psi_M(E_{g-1} + \Delta E) & \dots & \Psi_M(E_g) \end{pmatrix}$$

$$A = U \Sigma^T V$$

直交基底

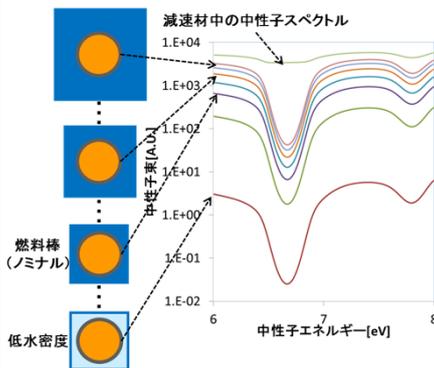
$$\begin{pmatrix} f_1(E_{g-1}) & \dots & \dots & f_1(E_g) \\ f_2(E_{g-1}) & \dots & \dots & f_2(E_g) \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ f_t(E_{g-1}) & \dots & \dots & f_t(E_g) \end{pmatrix}$$



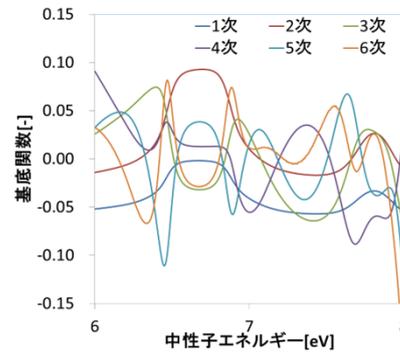
“近藤 諒一, 他, 「Reduced Order Model に基づくエネルギー展開基底を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

## (3)適用例: MHI GALAXY-Zコード

- GALAXY-Zでは、バックグラウンド断面積ではなくピンセル体系の条件を変更した超詳細群計算で得られる中性子スペクトルを用いて展開係数を作成



特異値分解



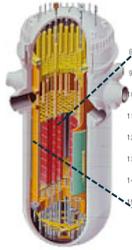
ピンセル体系 詳細群 (12万群)

基底関数  $f_n^g(E)$  (基底次数  $n = 1 \sim N$ )

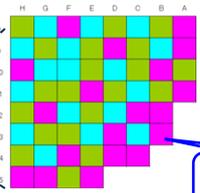
“山路 和也, 他, 「三菱3次元詳細輸送計算コードGALAXY-Zの開発(4) RSE法を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

### (3)適用例: 中性子束モーメントの作成

- 解析体系において基底断面積 $\Sigma_{t,g,n,n'}$ ,  $\Sigma_{s,g'n' \rightarrow gn}$ を入力とした固定源の輸送計算(キャラクタースティックス法)で中性子束モーメント $\phi_n^g$ を計算



適用体系(炉心)



$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \begin{pmatrix} \psi_1^g \\ \vdots \\ \psi_N^g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Sigma_{t,g,1,1} & \cdots & \Sigma_{t,g,1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Sigma_{t,g,N,1} & \cdots & \Sigma_{t,g,N,N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1^g \\ \vdots \\ \psi_N^g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_1^g \\ \vdots \\ Q_N^g \end{pmatrix}$$

$\Sigma_{t,g,n,n'}$ ,  $\Sigma_{s,g'n' \rightarrow gn}$

多群×N次

$\vec{\Omega}$ : 中性子飛行方向

N: 最大基底次数

基底間散乱中性子源

$$Q_n^g = \frac{1}{4\pi} \sum_{g'} \sum_{n'=1}^N \Sigma_{s,g'n' \rightarrow gn} \phi_{n'}^{g'}$$

中性子束モーメント

$$\phi_{n'}^{g'} = \int_{4\pi} \psi_{n'}^{g'} d\vec{\Omega}$$

(核分裂源の影響を無視できる共鳴領域を取り扱う 但し、 $Q_n^1 = 1$ )

“山路 和也, 他, 「三菱3次元詳細輸送計算コードGALAXY-Zの開発(4) RSE法を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

### (3)適用例: 検証計算条件

- 基底関数作成

- 減速材条件を変化させた超詳細群セル計算
  - ⇒ 燃料中の中性子スペクトル(減速材: なし~過減速): 23個
  - 減速材中の中性子スペクトル(基準状態): 1個
  - ⇒ 特異値分解により24次までの基底関数を得る

- 共鳴計算・輸送計算

- 体系: PWRウラン(4.8wt%濃縮度)、MOX(代表組成)のピンセル・集合体体系
- ほう素濃度: 1000ppm
- 減速材密度: 0.71(高温全出力)、0.4、0.1g/cm<sup>3</sup>
- 核データライブラリ: ENDF/B-VII.0
- 高エネルギー側の非分離共鳴、核分裂、熱エネルギー領域は従来の等価原理を適用

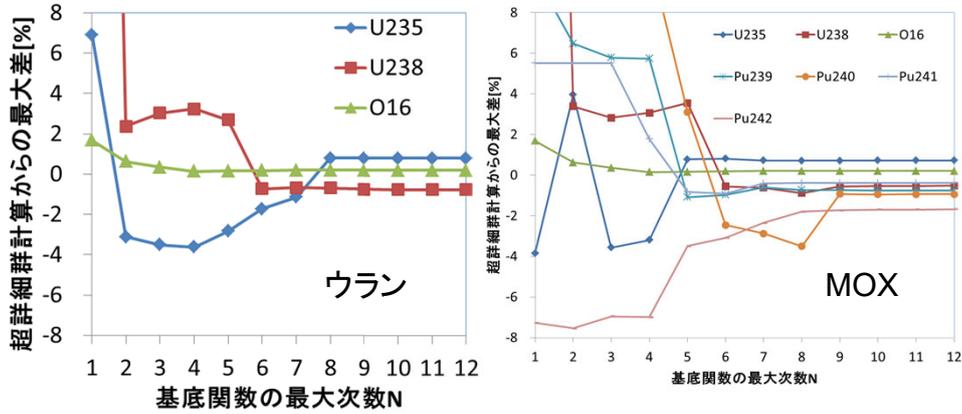
	共鳴計算	輸送計算
RSE法	RSE法	172群MOC
参照解: 超詳細群計算	12万群超詳細群計算 (等価ダンコフ係数セルモデル*)	172群MOC

\*[5] K. Yamaji, et. al., J Nucl Sci Technol. Vol.55 756-780 2018

“山路 和也, 他, 「三菱3次元詳細輸送計算コードGALAXY-Zの開発(4) RSE法を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

### (3)適用例: 検証 実効断面積及び基底関数次数 (1/2)

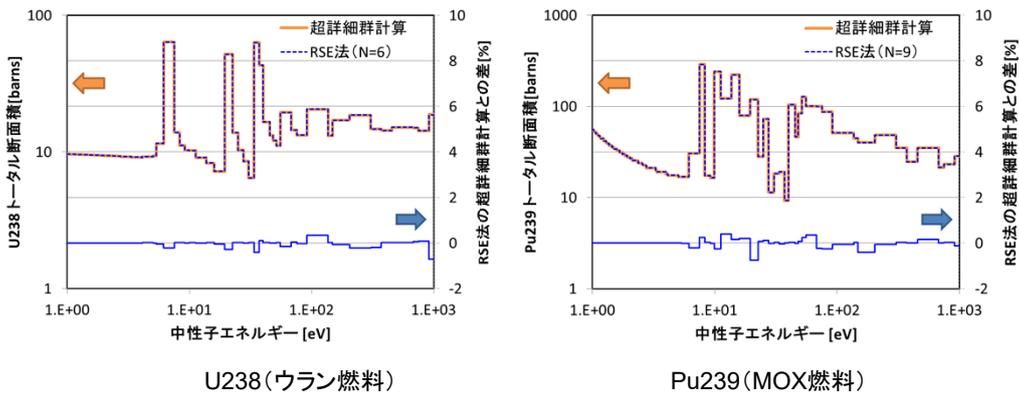
- 1000~1eVのエネルギー群での超詳細群計算とRSE法との実効トータル断面積の最大差



- 基底関数の最大次数 **ウラン: N=6、MOX: N=9** で2%以下\*で一致

“山路 和也, 他, 「三菱3次元詳細輸送計算コードGALAXY-Zの開発(4) RSE法を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

### (3)適用例: 検証 実効断面積及び基底関数次数 (2/2)

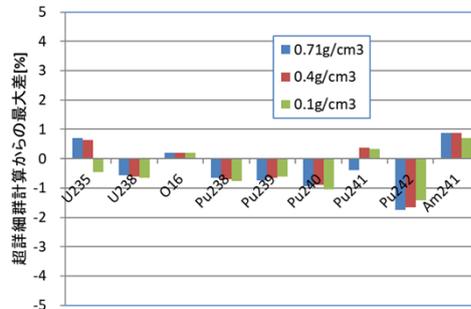
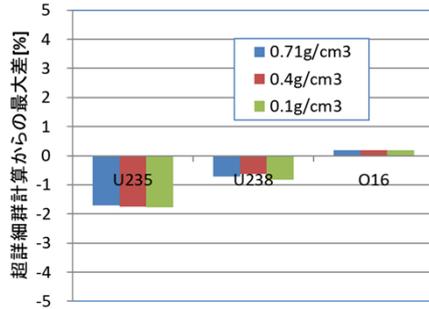


$$\text{差} = (\text{RSE法} - \text{超詳細群計算}) / \text{超詳細群計算} \times 100[\%]$$

“山路 和也, 他, 「三菱3次元詳細輸送計算コードGALAXY-Zの開発(4) RSE法を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

### (3)適用例: 検証 実効断面積 減速材密度の依存性(1/2) 三菱重工

- 1000~1eVのエネルギー群での実効トータル断面積の最大差  
減速材密度: 0.71, 0.4, 0.1 g/cm<sup>3</sup>



ウラン(基底関数の最大次数N=6)

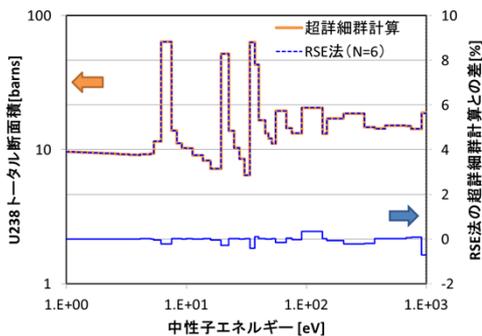
MOX(N=9)

- 低減速材密度でも差異の有意な拡大は見られない

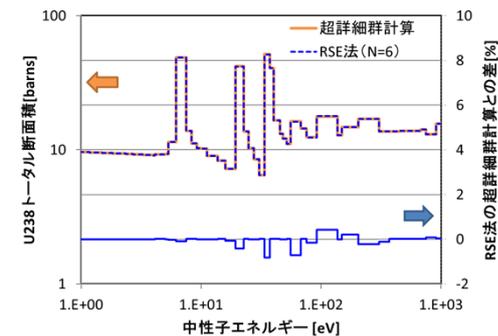
“山路 和也, 他, 「三菱3次元詳細輸送計算コードGALAXY-Zの開発(4)RSE法を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

### (3)適用例: 検証 実効断面積 減速材密度の依存性(2/2) 三菱重工

ウラン燃料中のU238の実効トータル断面積



減速材密度0.71g/cm<sup>3</sup>



減速材密度0.1g/cm<sup>3</sup>

- 低減速材密度でも差異の有意な拡大は見られない

$$\text{差} = (\text{RSE法} - \text{超詳細群計算}) / \text{超詳細群計算} \times 100[\%]$$

“山路 和也, 他, 「三菱3次元詳細輸送計算コードGALAXY-Zの開発(4)RSE法を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

### (3)適用例: 検証 無限増倍率(kinf)

#### ● PWR17x17集合体

#### ● 連続エネルギーモンテカルロコードMVPとの差異\*

$$\text{差} = \ln(\text{超詳細群計算 or RSE} / \text{MVP}) \times 100 [\%dk/k]$$

減速材密度 [g/cm <sup>3</sup> ]	MVPとのkinfの差[%dk/k]			
	ウラン		MOX	
	超詳細群	RSE	超詳細群	RSE
0.71	-0.03	-0.03	-0.08	-0.09
0.4	-0.05	-0.04	-0.13	-0.12
0.1	0.04	0.08	-0.07	-0.01

\* 統計誤差 kinf<0.01%dk/k

“山路 和也, 他, 「三菱3次元詳細輸送計算コードGALAXY-Zの開発(4) RSE法を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

### (3)適用例: 検証 出力分布(1/3)

#### ● PWR17x17集合体、減速材密度: 0.71g/cm<sup>3</sup>

$$\text{差} = (\text{超詳細群計算 or RSE} - \text{MVP}) / \text{MVP} \times 100 [\%]$$

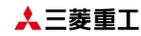
#### ● 連続エネルギーモンテカルロコードMVPとの差異\*

	超詳細群 (等価ダンコフ係数セルモデル)	RSE
ウ ラ ン 集 合 体	標準偏差: 0.07% 最大差: 0.15%	標準偏差: 0.07% 最大差: 0.15%
M O X 集 合 体	標準偏差: 0.10% 最大差: 0.21%	標準偏差: 0.10% 最大差: 0.19%

● RSE法は、無限増倍率・出力分布と共に超詳細群計算と同等にMVPとの良好な一致を確認

\* 統計誤差 出力分布~0.2%

### (3)適用例:検証 出力分布(2/3)



- PWR17x17集合体、減速材密度:0.4g/cm<sup>3</sup> 差=(超詳細群計算 or RSE - MVP)/ MVP × 100[%]
- 連続エネルギーモンテカルロコードMVPとの差異\*

	超詳細群(等価ダンコフ係数セルモデル)	RSE
ウ ラ ン 集 合 体	標準偏差:0.07% 最大差:-0.13%	標準偏差:0.06% 最大差:-0.13%
M O X 集 合 体	標準偏差:0.16% 最大差:0.33%	標準偏差:0.09% 最大差:0.19%

\* 統計誤差 出力分布~0.2%

“山路 和也, 他, 「三菱3次元詳細輸送計算コードGALAXY-Zの開発(4)RSE法を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

### (3)適用例:検証 出力分布(3/3)



- PWR17x17集合体、減速材密度:0.1g/cm<sup>3</sup> 差=(超詳細群計算 or RSE - MVP)/ MVP × 100[%]
- 連続エネルギーモンテカルロコードMVPとの差異\*

	超詳細群(等価ダンコフ係数セルモデル)	RSE
ウ ラ ン 集 合 体	標準偏差:0.03% 最大差:0.07%	標準偏差:0.03% 最大差:0.07%
M O X 集 合 体	標準偏差:0.33% 最大差:0.68%	標準偏差:0.04% 最大差:-0.09%

- 異種燃料棒間の干渉効果を無視した等価ダンコフセルモデルを採用した超詳細群計算と比べ、RSE法はMVPと出力分布の一致が良好 \* 統計誤差 出力分布~0.2%

“山路 和也, 他, 「三菱3次元詳細輸送計算コードGALAXY-Zの開発(4)RSE法を用いた共鳴計算」, 日本原子力学会2020年春の年会”より引用

## (4) 共鳴計算のROMのまとめ

- 共鳴計算へのROMの適用例としてRSE法を紹介
- RSE法では、中性子スペクトルを特異値分解することで展開係数を計算し、展開係数で展開した輸送方程式を解くことで中性子束モーメントを計算
- 中性子束モーメントを用いて超詳細群での中性子スペクトルを再構成し実効断面積を計算
- RSE法は隣接燃料との干渉効果を考慮できるため、高精度かつ超詳細群計算よりも高速な計算が可能
  - スペクトル干渉効果の大きい低水密度時のMOX集合体についても、RSE法を適用することで出力分布がMVPと良好に一致することを確認

## 4. 本講義のまとめ

- 本講義では、ROMの基礎知識を解説するとともに、炉物理分野における断面積計算・処理に対するROMの適用例である断面積テーブルの圧縮手法とRSE法を解説した。
- 今後、軽水炉だけでなく様々な炉心が開発・設計されるにあたり、核計算手法の高度化(3次元輸送計算や詳細群計算等)が求められることとなるが、そのような計算は最新の計算機を使用してもまだまだ計算負荷が高いのが実態である。
- 詳細で複雑な計算手法ほどROMを適用した際の計算負荷低減の恩恵は大きく、今後の詳細核計算コードの開発における有効な手段といえる。

## 参考文献(1/2)

### ● ROMの基礎

- 山本 章夫, “Reduced Order Model とシミュレーション計算,” , 第50回炉物理夏期セミナーテキスト, 日本原子力学会 (2018).

### ● RSE法

- A. Yamamoto, R. Kondo, T.Endo, et. al., “Resonance Calculation using Energy Spectral Expansion based on Reduced Order Model: Application to Heterogeneous Geometry,” *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **121**, pp.1316 (2019).
- R. Kondo, T. Endo, A. Yamamoto, et. al., “A New Resonance Calculation Method using Energy Expansion Based on a Reduced Order Model,” *Nucl. Sci. Eng.*, **195**, pp.694-716 (2021).
- K. Yamaji, H. Koike, K. Ieyama, et. Al., “Implementation of a Resonance Calculation using Energy Spectrum Expansion Method into Heterogeneous Transport Calculation Code GALAXY-Z,” *Proc. M&C 2021*, pp.1982-1991 (2021).

## 参考文献(2/2)

### ● 断面積テーブルの圧縮

- M. Yamamoto, T. Endo, A. Yamamoto, et. al., “Compression of Cross-Section Data Size for High-Resolution Core Analysis using Dimensionality Reduction Technique,” *Nucl. Sci. Eng.*, **195**, pp.33-49 (2021).



**MOVE THE WORLD FORWARD**

**MITSUBISHI  
HEAVY  
INDUSTRIES  
GROUP**