＜炉物理部会賞受賞記念寄稿＞

エネルギー及び空間依存性を考慮した三次中性子相関法に関する研究

名古屋大学大学院 工学研究科 マテリアル理工学専攻
遠藤 知弘

1. はじめに

この度は炉物理部会賞を受賞する機会に恵まれ、大変光栄に感じております。ここ数年、自分自身の研究成果についてはそれほど芳しくないと感じておりましたが、今回の受賞を励みとして今後も精進し続けたいと思います。炉物理分野には、メーカー・研究機関・大学、それぞれの立場で尽力しておられる若手の方々がおられますので、今後もそういった若手の方々のご活躍や貢献にスポットライトを当て encourage して頂ければと、若輩ながら感じている次第です。

さて表題の研究内容についてですが、今からおよそ 7 年以上前の、博士後期課程での研究内容が主となっています。大学 4 年で名大・山根義宏先生の研究室に配属されて以来、炉雑音測定を用いた未臨界度測定に関する研究内容に取り組んできました。この研究テーマの面白さは、「炉物理実験－理論式導出－数値解析」と三位一体で取り組むことができた点にあります。その当時を振り返りつつ、本研究内容について以下でご紹介できればと思います。

2. 三次中性子相関法の概要

未臨界度監視手法には様々な手法があり、それぞれに一長一短があります。例えば、最もシンプルな手法を一つとしては、中性子源増倍法[1]を挙げることができるでしょう。中性子源増倍法では、定常状態の未臨界増倍体系において測定された計数率 CR が

$$CR \approx \frac{\varepsilon S}{1-k} \tag{1}$$

k ：中性子増倍率、S ：外部中性子源強度、ε ：検出効率

のように $1-k$ で反比例することを利用して、未臨界度変化前/後の計数率比の変化から未臨界度の変化を推定することができます。

$$\frac{1-k_{\mathrm{after}}}{1-k_{\mathrm{before}}} \approx \frac{CR_{\mathrm{before}}}{CR_{\mathrm{after}}} \tag{2}$$

下添字 before：変化前の値、下添字 after：変化後の値

ただし(2)式から分かるように、変化後の k_{after} を求めるためには、あらかじめ変化前の k_{before} を別の測定手法か数値解析により求めておく必要があります。つまり、中性子源増倍法の場合には、ある時点を基準とした相対的な反応度差 $\Delta\rho = \left(1/k_{\mathrm{before}} - 1/k_{\mathrm{after}}\right)$ を簡便に測定することは可能ですが、k_{before} に関する情報無しで k_{after} の絶対値そのものを推定することは困難です。このように、実験のみで未臨界度の絶対値そのものの値を測定するのは大変

challenging な課題であり、未臨界体系における炉物理実験の一つの課題になっているといえます。例えば、未臨界度 $(-\rho) \equiv (1-k)/k$ の値を実効遅発中性子割合 β_{eff} で割ったドル単位の未臨界度 $(-\rho)/\beta_{\mathrm{eff}}$ であれば、パルス中性子源を利用した面積比法を活用することができます[2]。面積比法の巧妙な点は、パルス中性子打ち込み後の中性子計数率の時間変化を①即発中性子成分と②遅発中性子成分に分離することで、2 つぶんの有益な情報を抽出している点にあります。しかし、面積比法を実施するためには、周期的にパルス中性子を打ち込み続けるための特殊な装置(加速器)が必要不可欠である、というデメリットもあります。

以上の背景を踏まえて、特殊な装置を使用することなく簡便に未臨界度の絶対値を測定できる手法として、古橋晃氏により提案された炉雑音解析手法の一つである三次中性子相関法[3]に注目し研究を続けてきました。

三次中性子相関法では、Fig.1 に示したように、ある時間幅 T (注：時刻ではなく、”時間幅”である点に注意)の間に検出器でカウントされる中性子検出数 $C(T)$ の時系列データを収集します。

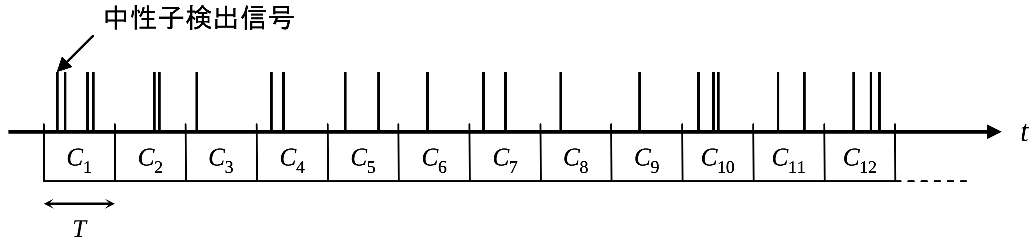

Fig.1 中性子検出数の時系列データ測定の概念図

こうして収集された時系列データに対して、以下のように定義される「二次相関量 Y 値」と「三次相関量 X 値」を求めます。

$$Y(T) = \frac{\mu_2(T)}{\mu(T)} - 1 \tag{3}$$

$$X(T) = \frac{\mu_3(T)}{\mu(T)} - 3\frac{\mu_2(T)}{\mu(T)} + 2 \tag{4}$$

$$\mu(T) = \langle C(T) \rangle \quad \text{：平均} \tag{5}$$

$$\mu_2(T) = \left\langle (C(T) - \mu(T))^2 \right\rangle \quad \text{：二次モーメント(分散)} \tag{6}$$

$$\mu_3(T) = \left\langle (C(T) - \mu(T))^3 \right\rangle \quad \text{：三次モーメント(分布の歪度に対応)} \tag{7}$$

このように求められた Y 値と X 値は、検出時間幅 T が十分大きくなるにつれて、ある一定値に飽和します(Fig.2)。便宜上、これらの飽和値を Y_∞ と X_∞ と表記することとします。

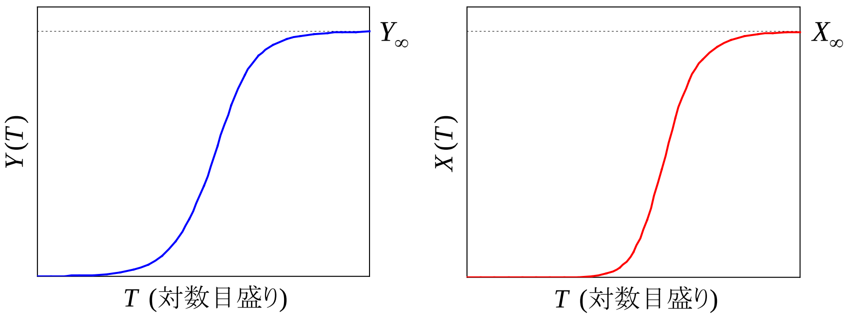

Fig.2 検出時間幅 T に対する二次相関量 Y 値と三次相関量 X 値の変化

理論式導出の詳細は省きますが、例えば、

- 外部中性子源がポアソン中性子源(外部中性子源が中性子を放出する際に、同時に 1 個の中性子しか放出されることがない)
- エネルギー1 群、無限均質体系

といった最も単純な条件を考えた場合には、飽和値の比 X_∞ / Y_∞^2 と未臨界度 $(-\rho)$ の間に以下のような関係があることを導くことができます。

$$\frac{X_\infty}{Y_\infty^2} \approx 3 + \frac{\langle \nu \rangle \langle \nu(\nu-1)(\nu-2) \rangle}{\langle \nu(\nu-1) \rangle^2}(-\rho) \tag{8}$$

ν ：核分裂中性子数

上式において、核分裂中性子 ν の 1～3 次の階乗モーメント量は Gwin らによって測定された ν の頻度分布を利用することで値を求めることができ、^{235}U の場合にはおおよそ $F \approx 0.759$ となります[4]。(8)式は非常に単純な近似に基づいていますが、三次中性子相関法の肝を強調すると、「飽和値の比 X_∞ / Y_∞^2 が『3』からどれだけずれているかを調べることで、未臨界度 $(-\rho)$ の絶対値を求めることができる」という点となります。

三次中性子相関法は「定常状態における中性子検出数の時系列データ測定のみを行うだけで未臨界度の絶対値を測定できる可能性がある」という点で非常に魅力的な手法ですが、中性子源増倍法に対する修正中性子源増倍法[1]のように、三次中性子相関法における空間・エネルギー依存性に対する補正をどのように行えばよいのかという点が十分に解明されていませんでした。というわけでマニアックな研究ではありましたが、揺らぎの情報から未臨界度の絶対値が測定できるという不思議さ・面白さに魅せられて、次節で述べるような流れで研究を進めていきました。

3. 研究成果

まず三次中性子相関法では、飽和値 Y_∞ と X_∞ を精度良く推定する必要があります。Y_∞ と X_∞ を推定する際には、中性子検出数の時系列データを測定した後、バンチング法[5]を適用することで検出時間幅 T に対する Y、X 値の変化を求め、解析式を fitting することで飽和値 Y_∞ と X_∞ を推定する手順となります。Y、X 値を求める際には、有限個の中性子検出数のデ

ータ($C_i(T): i = 1, 2, \cdots, N$)から平均、分散、三次モーメントを推定する必要があります。今考えれば至極当然の話ですが、平均と分散、三次モーメントを推定する際には、不偏推定量を用いて推定することで、データ数 N によるバイアスを軽減できることをまず見出しました[6]。不偏分散を推定する際には、N で割るのではなく自由度を 1 個減らした $N-1$ で割ることは良く知られているかと思いますが、不偏三次モーメントの場合には一見不思議なことですが $(N-1)(N-2)/N$ で割ることになります。

続いて、空間・エネルギー依存性に対する補正を考えるために理論式導出を行いました。まずは、中性子数密度の時定数に関連した固有値方程式である「α 固有値方程式」を考え、固有関数展開されたグリーン関数を利用した heuristic な方法により、検出時間幅 T に対する $Y(T)$ と $X(T)$ の関数形ならびに飽和値 Y_∞ と X_∞ の理論式を導出しました[7]。その当時はレポート用紙にひたすら手書きで式導出を日々繰り返していましたので、今にして思えば、この理論式導出を通じて、随伴輸送方程式と固有関数展開理論のイロハを学ぶことができたのではないかと感じています。固有関数展開に基づいた手法の場合、臨界近傍の条件を考えることで、基本モード成分が支配的な場合についてどのように補正すれば良いのか定式化することができました。

しかし良く知られた事実ではありますが、未臨界が深い場合には基本モード成分のみで近似することができず、未臨界が深くなるにつれて高次モード成分の寄与が大きくなります。深い未臨界体系を考えた場合には、固有関数展開に基づいた手法には限界があるため、固有関数展開によらない別の手法に基づいて考える必要がありました。そこで、「検出インポータンス」と呼ばれる、中性子検出反応に対するインポータンス関数を利用する方法を思いつきました[8]。導出された理論式導出の詳細は文献[8]をご覧頂くとして、導出された理論式の最終結果自体は α 固有関数展開のものと比べると相当美しい形となっています。

$$Y_\infty = \frac{1}{CR}\int_V \left\{ F(\vec{r})\langle \nu(\nu-1)\rangle \left(I_{1,\mathrm{f}}(\vec{r})\right)^2 + S(\vec{r})\langle q(q-1)\rangle \left(I_{1,\mathrm{s}}(\vec{r})\right)^2 \right\} dV \tag{9}$$

$$X_\infty = \frac{1}{CR}\int_V \left[\begin{array}{l} F(\vec{r})\left\{ 3\langle \nu(\nu-1)\rangle I_{1,\mathrm{f}}(\vec{r})\, I_{2,\mathrm{f}}(\vec{r}) + \langle \nu(\nu-1)(\nu-2)\rangle \left(I_{1,\mathrm{f}}(\vec{r})\right)^3 \right\} \\ + S(\vec{r})\left\{ 3\langle q(q-1)\rangle I_{1,\mathrm{s}}(\vec{r})\, I_{2,\mathrm{s}}(\vec{r}) + \langle q(q-1)(q-2)\rangle \left(I_{1,\mathrm{s}}(\vec{r})\right)^3 \right\} \end{array} \right] dV \tag{10}$$

$$CR = \int_V dV \int_0^\infty dE\, \Sigma_{\mathrm{d}}(\vec{r}, E)\, \phi(\vec{r}, E) \quad \text{：計数率} \tag{11}$$

$$F(\vec{r}) = \int_0^\infty \Sigma_{\mathrm{f}}(\vec{r}, E)\, \phi(\vec{r}, E)\, dE \quad \text{：核分裂率の空間分布} \tag{12}$$

$S(\vec{r})$ ：外部中性子源強度の空間分布

q ：外部中性子源 1 崩壊当たりに発生する中性子数

$I_{1,\mathrm{f}}(\vec{r})$，$I_{1,\mathrm{s}}(\vec{r})$ ：核分裂 or 外部源スペクトル平均の一次検出器インポータンス

$I_{2,\mathrm{f}}(\vec{r})$，$I_{2,\mathrm{s}}(\vec{r})$ ：核分裂 or 外部源スペクトル平均の二次検出器インポータンス

Y_∞ と X_∞ の理論式(9), (10)式において現れる一次・二次検出インポータンス関数 $I_1(\vec{r},E,\vec{\Omega})$ と $I_2(\vec{r},E,\vec{\Omega})$ は、以下で示す随伴輸送方程式を解くことで求めることができます。

$$\mathbf{B}^\dagger I_1(\vec{r},E,\vec{\Omega}) = \Sigma_\mathrm{d}(\vec{r},E) \tag{13}$$

$$\mathbf{B}^\dagger I_2(\vec{r},E,\vec{\Omega}) = \Sigma_\mathrm{f}(\vec{r},E)\langle \nu(\nu-1)\rangle \left(I_{1,\mathrm{f}}(\vec{r})\right)^2 \tag{14}$$

$\mathbf{B}^\dagger$ ：随伴ボルツマン演算子

上述した理論式は、「1 個の中性子を体系に投入した時の検出確率に関するバランス方程式」を考えることで導出することができますが、この導出を通じて随伴輸送方程式の物理的な意味について理解を深めることができたと感じています。(13), (14)式から示唆されているように、未臨界が浅くなるにつれて、検出インポータンスの相対分布が随伴中性子束(あるいは iterated fission probability)の形に漸近するようになるのも興味深い点かと感じています。

さて、(9), (10)式に示したような形で飽和値 Y_∞ と X_∞ の理論式を厳密に求めることができたのですが、これらの式に基づいて X_∞ / Y_∞^2 の比を取っても未臨界度 $(-\rho)$ が陽には現れない、という壁にぶつかりました。この壁をどのように乗り越えれば良いのか本当に苦心したのですが、当時、未臨界体系における中性子増倍率を表現するために小林先生により提案されていた「未臨界増倍率 k_sub 」という指標から大きな inspiration を受けました[9]。

$$k_\mathrm{sub} \equiv \frac{\langle \mathbf{P}\psi \rangle}{\langle \mathbf{A}\psi \rangle} = \frac{\int_V \langle \nu \rangle F(\vec{r})\, dV}{\int_V \left(\langle \nu \rangle F(\vec{r})\, dV + \langle q \rangle S(\vec{r}) \right) dV} \tag{15}$$

ψ ：未臨界増倍体系における角度中性子束、 $\mathbf{P}$ ：生成演算子、 $\mathbf{A}$ ：消滅演算子

ただし、未臨界体系において中性子検出を行うことを考えると、中性子束そのものの値を測定することはできず、何らかの検出反応を通じて中性子検出を行うことになります。そこで、k_sub の考え方をさらに発展させて、「検出インポータンス」を重みとした未臨界体系の増倍率を定義してみてはどうかという着想に至りました。

$$k_\mathrm{det} \equiv \frac{\langle I_1 \mathbf{P}\psi \rangle}{\langle I_1 \mathbf{A}\psi \rangle} = \frac{\int_V I_{1,\mathrm{f}}(\vec{r}) \langle \nu \rangle F(\vec{r})\, dV}{\int_V \left(I_{1,\mathrm{f}}(\vec{r}) \langle \nu \rangle F(\vec{r})\, dV + I_{1,\mathrm{s}}(\vec{r}) \langle q \rangle S(\vec{r}) \right) dV} \tag{16}$$

(16)式で新たに定義した量 k_det を「検出中性子増倍率」と名付け、式変形を行うことで、三次中性子相関法における空間・エネルギー依存性の補正方法を考案することができました[8]。余談ですが、中性子源増倍法の場合についても同様に、検出インポータンスを重みとした中性子増倍率を考えることで、式展開の見通しが良く物理的な意味も明解なのではと考えています[10]。

こうして理論式を導出することはできましたが、三次中性子相関法の補正係数を求めるためには検出インポータンスの解を求める必要があります。そこで(13), (14)式の数値解を求

めるために、S_N法に基づいた計算コード(通称 ENDOSN)の開発に取り組みました[11]。この計算コード開発を通じて、CMFD 拡散加速法などの効率的な数値解法に関する技術を習得することができました。またその時の副産物として、三次元 *xyz* 体系における S_N法の角度分点として、より高精度の数値解を与えるEO_N分点を新たに開発することもできました(Fig. 3)[12]。EO_N分点では、1 次元平板体系における DP_N分点の考え方を参考として、$\Omega_x = 0$, $\Omega_y = 0$, $\Omega_z = 0$における角度中性子束の特異点を避けるように、全立体角を 8 分割した各立体角象限について、偶数次だけでなく奇数次のモーメント条件も満足するように角度分点の方向と重みを求めています。開発した EO_N分点の有効性については、Takeda ベンチマーク問題[13]や、C5G7 ベンチマーク問題[14]を解くことで確認しました[12, 15]。

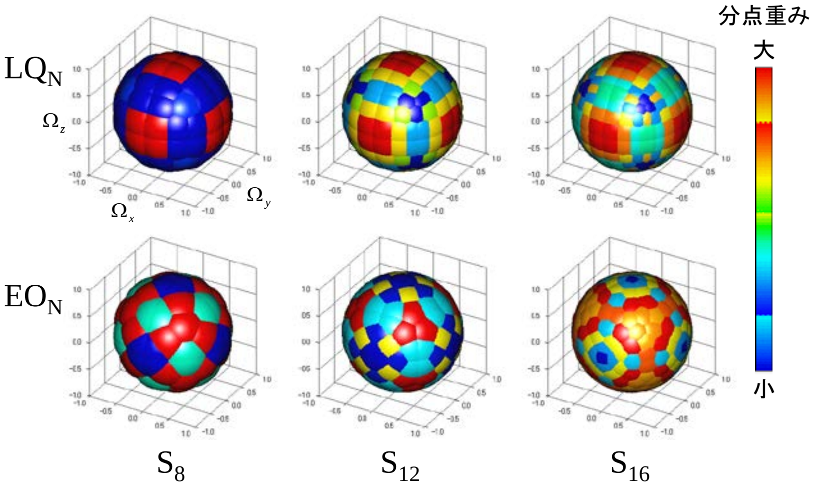

Fig. 3 level symmetric 分点(LQ_N)と EO_N分点の比較

4. おわりに

本研究で得られた成果は前節までの内容であり、今後の課題としては、本研究成果に基づいた三次中性子相関法による未臨界度測定実験を行い、実際の測定における適用可能性について検討することが挙げられます。実用化に向けての課題はまだまだあり、例えば、三次モーメント量という統計量を精度良く推定する必要があるため非常に長い測定時間が必要である点、測定された飽和値Y_∞とX_∞の統計誤差をどのように推定すれば良いかという点、などが挙げられます。後者については、今年度の研究成果[17]により、ブートストラップ法[16]を活用することで Y 値の信頼区間を評価できることが分かりましたので、三次中性子相関法の統計誤差評価についても同様の手法が活用できるのでは、と見込んでいます。

こうして自分の研究の足跡を振り返ってみると、三次中性子相関法という研究テーマを通じて「炉物理実験－理論式導出－数値解析」と多岐に渡る検討を行うことができ、そのような経験が現在の私の糧となっていると感じています。思いのほか文章が長くなってしまいましたが、これから炉物理を本格的に学ぼうとしている方々、また多くの炉物理専門家の皆様方にとって、この原稿が少しでも刺激になれば幸甚です。

参考文献

[1] 溝尾宣辰, “大きな負の反応度の測定に関する研究,” JAERI-M 7753, (1978).

[2] N. G. Sjöstrand, “Measurement on a subcritical reactor using a pulsed neutron source,” *Arkiv för Fysic*, **11**, pp. 233-246 (1956).

[3] A. Furuhashi and A. Izumi, “Third moment of the number of neutrons detected in short time intervals,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **5**[2], pp.48-59 (1968).

[4] R. Gwin, R. R. Spencer and R. W. Ingle, “Measurements of the energy dependence of prompt neutron emission from ^{233}U, ^{235}U, ^{239}Pu, and ^{241}Pu for E_n=0.005 to 10 eV relative to emission from spontaneous fission of ^{252}Cf,” *Nucl. Sci. Eng.*, **87**[4], pp.381-404 (1984).

[5] T. Misawa, S. Shiroya, K. Kanda, “Measurement of prompt neutron decay constant and large subcriticality by the Feynman-α method,” *Nucl. Sci. Eng.*, **104**[1], pp.53-65 (1990).

[6] T. Endo, Y. Kitamura, Y. Yamane, “Absolute measurement of the subcriticality based on the third order neutron correlation in consideration of the finite nature of neutron counts data,” The 7th International Conference on Nuclear Criticality Safety (ICNC2003), (2003).

[7] T. Endo, Y. Yamane, A. Yamamoto, “Space and energy dependent theoretical formula for the third order neutron correlation technique,” *Ann. Nucl. Energy*, **33**[6], pp.521-537 (2006).

[8] T. Endo, Y. Yamane, A. Yamamoto, “Derivation of theoretical formula for the third order neutron correlation technique by using importance function,” *Ann. Nucl. Energy*, **33**[10], pp.857-868 (2006).

[9] K. Kobayashi and K. Nishihara, “Definition of subcriticality using the importance function for the production of fission neutrons,” *Nucl. Sci. Eng.*, **136**[2], pp.272-281 (2000).

[10] T. Endo, A. Yamamoto, Y. Yamane, “Detected-neutron multiplication factor measured by neutron source multiplication method,” *Ann. Nucl. Energy.*, **38**[11], pp.2417–2427 (2011).

[11] T. Endo, A. Yamamoto, Y. Yamane, “Development of deterministic code based on the discrete ordinates method for the third-order neutron correlation technique,” *Ann. Nucl. Energy.*, **35**[5], pp.927-936 (2008).

[12] T. Endo, A. Yamamoto, “Development of new solid angle quadrature sets to satisfy even- and odd-moment conditions,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **44**[10], pp.1249-1258 (2007).

[13] T. Takeda, H. Ikeda, ‘‘3-D neutron transport benchmarks,’’ *J. Nucl. Sci. Technol.*, **28**[7], pp.656-669 (1991).

[14] Benchmark on deterministic transport calculations without spatial homogenisation: A 2-D/3-D MOX Fuel assembly benchmark, Nuclear Energy Agency, NEA/NSC/DOC(2003)16, (2003).

[15] 遠藤知弘，山本章夫, “偶数および奇数次モーメント条件を満足する S_N法立体角分点セットの開発,” 日本原子力学会 2007 年春の年会 2007 年 3 月 27 日～29 日，名古屋大学 (2007).

[16] B. Efron, “Better bootstrap confidence intervals,” *J. Am. Stat. Assoc.*, **82**[397], pp.171-185 (1987).

[17] 遠藤知弘 他, “分散対平均法に対するブートストラップ法の適用,” 日本原子力学会 2014 年春の年会, 2014 年 3 月 26 日～3 月 28 日，東京都市大学 (2014).