

第50回炉物理夏期セミナー 空間均質化誤差低減手法と高速化手法

日本原子力研究開発機構 多田 健一

講義内容

- 空間均質化誤差低減手法について
 - 均質化とは
 - 空間均質化誤差低減手法
 - SPH法、不連続因子
- 高速化手法について
 - SOR法、Wielandt法、粗メッシュ加速法

※1 時間の関係上、テキストに記載した項目を講義中に全て説明することは出来ません。また、本講義で説明する手法についても詳細を省いている場合があります。

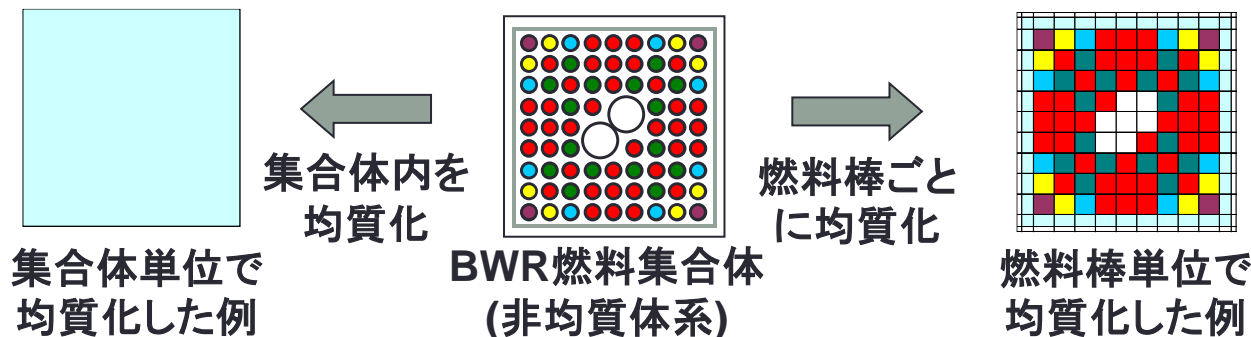
空間均質化誤差低減手法や高速化手法について詳しく知りたい方はテキストを参考にしてください。

※2 テキスト作成で力尽きたため、図が少なく文字が多い構成となっておりますが、ご容赦ください。

空間均質化誤差低減手法 について

均質化

- 炉心解析では格子状の体系を取り扱う
 - 燃料棒、被覆管、ウォーターロッドなどの複雑な幾何形状を直接取り扱うことは出来ない
 - このようなメッシュ内の複雑な幾何形状を一様なものとみなす、『均質化』が必要
- コードによって均質化の方法は異なる
 - 従来の炉心計算コードでは集合体単位で均質化
 - 近年の炉心計算コードでは燃料棒単位で均質化するなど、集合体内の構造を考慮



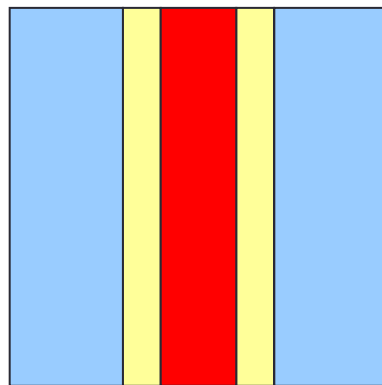
均質化の例

- 無限平板体系を均質化することを考える
 - 非均質体系を解析する際の拡散方程式

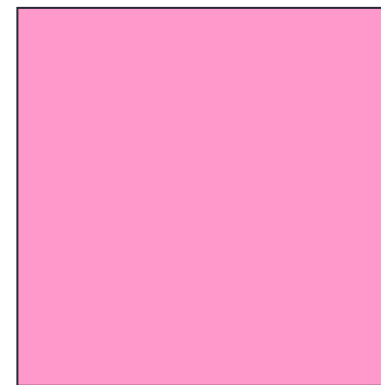
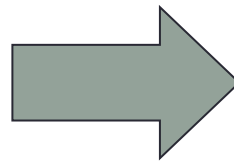
$$\underbrace{-D_{g,i} \frac{d^2}{dx^2} \phi_{g,i}}_{\text{拡散(漏洩)項}} + \underbrace{\Sigma_{t,g,i} \phi_{g,i}}_{\text{吸収項}} = \underbrace{\frac{\chi_{g,i}}{k} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g',i} \phi_{g',i}}_{\text{核分裂源項}} + \underbrace{\sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i} \phi_{g',i}}_{\text{散乱裂源項}} \quad (1)$$

※式番号は
テキストの番号
と同じです

(1)式を見れば分かる通り、方程式を解く上で重要なのは『**反応率**』



非均質体系



均質体系

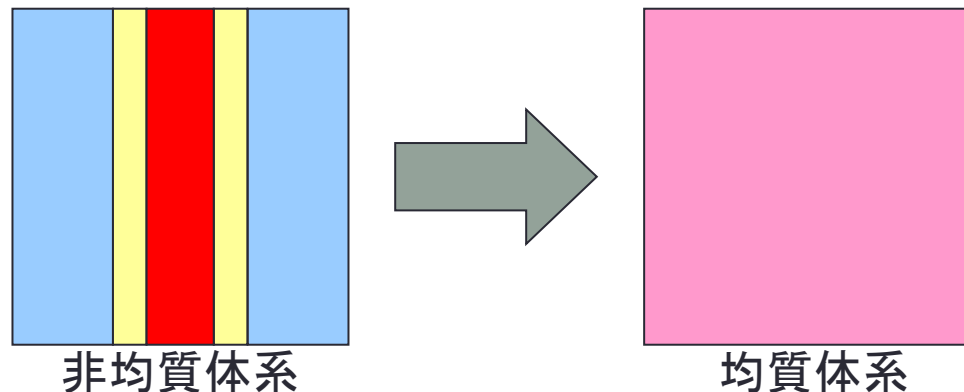
反応率を保存させるように均質化

- 断面積を均質化する場合には反応率を保存させるように以下の式で均質化

$$\Sigma_{G,I} = \frac{\sum_{g \in G} \sum_{i \in I} \Sigma_{g,i} \phi_{g,i} V_i}{\sum_{g \in G} \sum_{i \in I} \phi_{g,i} V_i} \quad (2)$$

- (2)式では次の式が成り立つと仮定

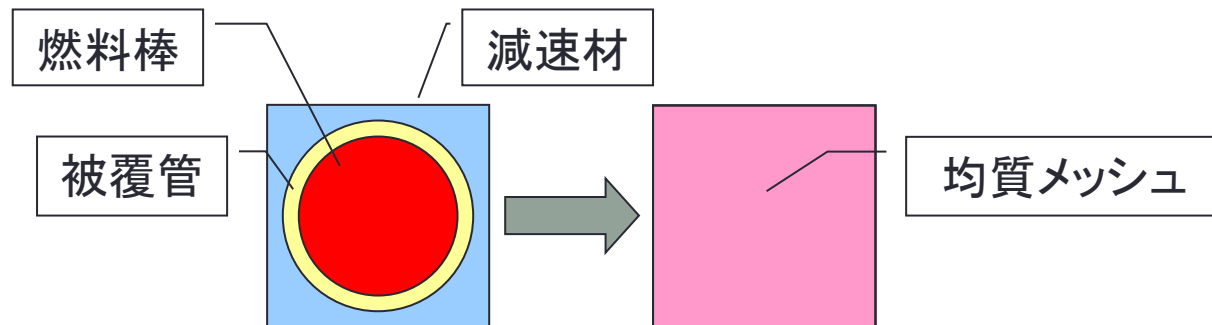
$$\Sigma_{G,I} \phi_{G,I} V_I = \Sigma_{G,I} \sum_{g \in G} \sum_{i \in I} \phi_{g,i} V_i = \sum_{g \in G} \sum_{i \in I} \Sigma_{g,i} \phi_{g,i} V_i \quad (3)$$



(3)式は成立するのか？

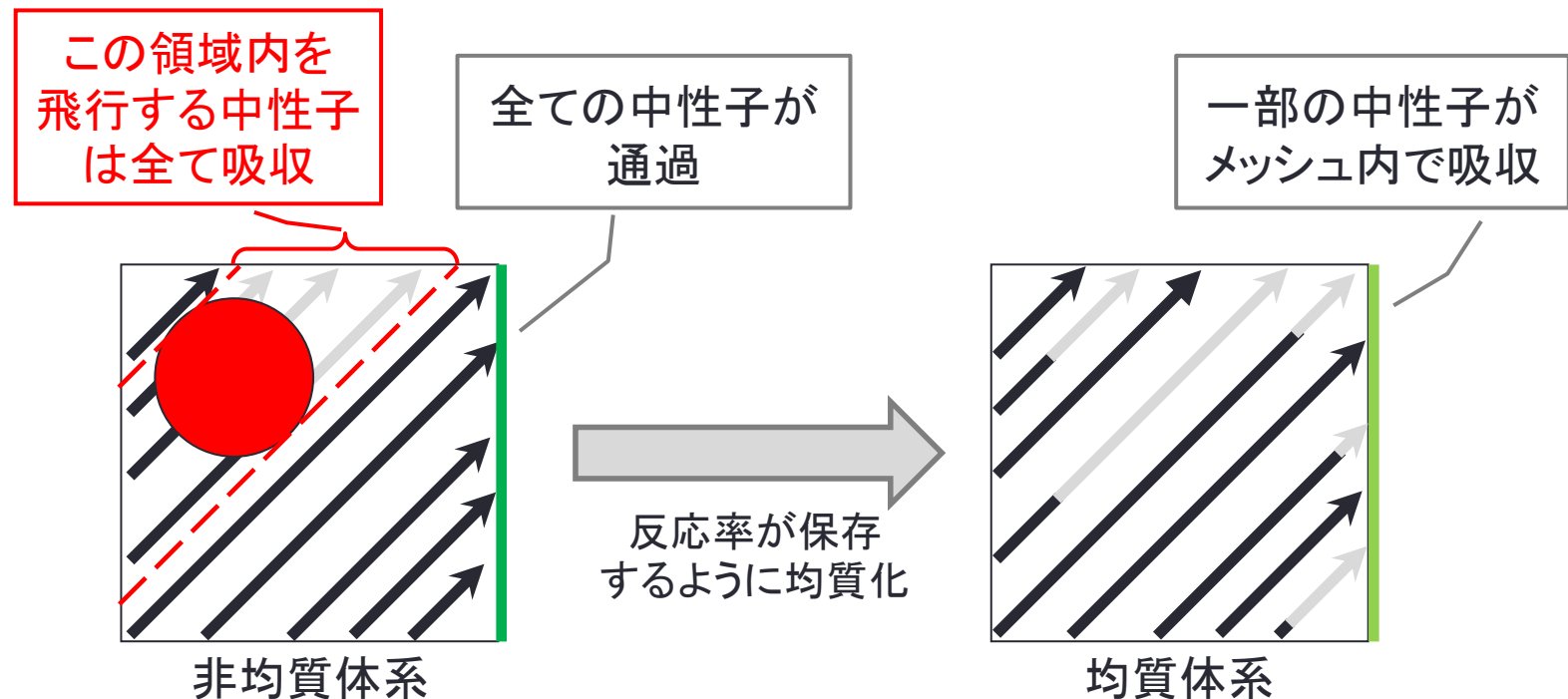
- (3)式が成立するなら非均質な体系の反応率と均質な体系の反応率は一致するはず
 - しかし、一般的な非均質体系では成立しない
 - 仮に全ての領域が同じ断面積であればこの式は成立する
- どうして(3)式が成立しないのか？
 - 中性子の入射に対する流出の関係が変化するため

$$\Sigma_{G,I} \phi_{G,I} V_I \neq \Sigma_{G,I} \sum_{g \in G} \sum_{i \in I} \phi_{g,i} V_i = \sum_{g \in G} \sum_{i \in I} \Sigma_{g,i} \phi_{g,i} V_i$$



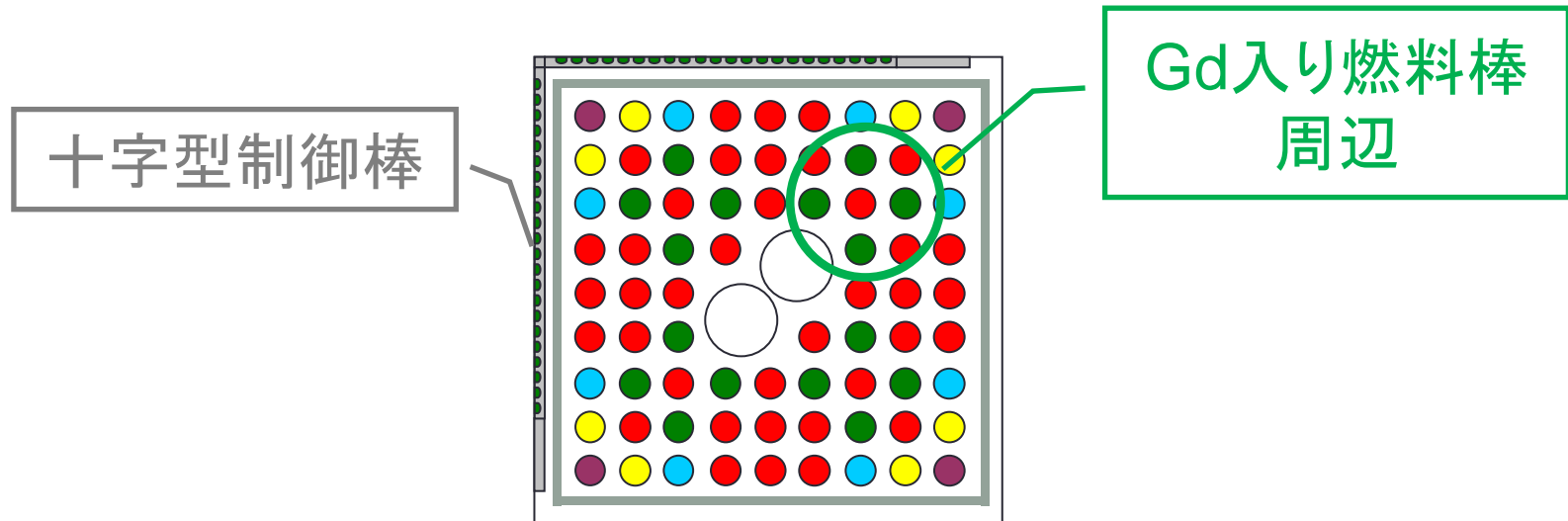
(3)式が成立しない場合

- メッシュ中心に中性子強吸収体のある体系を考える
 - イメージしやすくするため、中性子が一方向のみから飛行すると仮定
- 非均質体系と均質体系とでメッシュ内を通過する中性子数が異なる
 - 反応率が保存できていない!!⇒均質化誤差の主要因



均質化誤差の大きな体系

- 前述したように、中性子強吸収体が存在するような体系では均質化誤差が大きくなる
 - 同じような断面積の物質で構成される体系では均質化誤差は小さくなる
 - 制御棒やGd入り燃料棒など、中性子強吸収体の存在する体系では均質化誤差が大きくなる



均質化誤差を低減するために

- 均質化誤差を低減させる手法として、主に二つの手法が用いられている
 - Superhomogenization (SPH)法
 - 不連続因子 (Discontinuity factor)
- 簡単に二つの手法の違いを説明する
 - SPH法は非均質体系の反応率を保存するように断面積を補正する
 - 不連続因子は均質体系と非均質体系でのメッシュ境界の表面中性子束と表面中性子流を一致させる

SPH法の概要

- フランスで開発された手法
 - そのため、Superhomogenization法と区切りのない名前が付けられている
- SPH法では均質化の式が成立するようにSPH因子と呼ばれる補正因子 $\mu_{G,I}$ を断面積に掛ける

$$\mu_{G,I} \Sigma_{G,I} \phi_{G,I} V_I = \sum_g \sum_i \Sigma_{g,i} \phi_{g,i} V_i \quad (5)$$

$$\mu_{G,I} = \frac{\sum_g \sum_i \phi_{g,i} V_i}{\phi_{G,I} V_I} \quad (6)$$

- SPH因子の計算には反復計算が必要
 - 詳細はテキストを参考にしてください。

均質化誤差の本質と不連続因子

- (1)式の拡散方程式は中性子源項を既知として、二階の微分方程式として解く

$$-D_{g,i} \frac{d^2}{dx^2} \phi_{g,i}(x) + \Sigma_{t,g,i} \phi_{g,i}(x) = \underbrace{\frac{\chi_{g,i}}{k} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g',i} \phi_{g',i} + \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i} \phi_{g',i}}_{\text{中性子源項} = Q_{g,i}} \quad (1)$$

- 二階の微分方程式なので解くのに必要な条件は2つ
 - 均質体系で非均質体系のメッシュ境界の表面中性子束(2つ)と表面中性子流(2つ)の境界条件を同時に一致させる計算は不可能
- 拡散計算コードでは通常、メッシュ境界の表面中性子束が連続として計算
 - 非均質体系のメッシュ境界の中性子流が再現出来ない
 - **これが均質化誤差の本質**

不連続因子の考え方

- 均質化誤差の本質は非均質体系のメッシュ境界の**表面中性子流**が均質体系で再現出来ないこと
 - 非均質体系のメッシュ境界の**表面中性子流**を再現させると、今度は非均質体系のメッシュ境界の**表面中性子束**が再現しなくなる
 - メッシュ境界の表面中性子流を再現することができれば、均質体系での反応率と非均質体系での反応率は一致
- 不連続因子を用いることでメッシュ境界の**表面中性子束**が不連続になることを許容
 - メッシュ境界の均質体系の表面中性子流を非均質体系の表面中性子流と一致させる代わりに、均質体系と非均質体系のメッシュ境界の表面中性子束で差異が生じるのを許容
 - 『メッシュ境界の表面中性子束が不連続』という境界条件を追加することで、表面中性子束(2つ)と表面中性子流(2つ)の境界条件を満たすように

不連続因子の考え方

- 均質化誤差の本質は非均質体系のメッシュ境界の**表面中性子流**が均質体系で再現出来ないこと
 - 非均質体系のメッシュ境界の**表面中性子流**を再現させると、今度は非均質体系のメッシュ境界の**表面中性子束**が再現しなくなる
 - **メッシュ境界の表面中性子流を再現することができれば、均質体系での反応率と非均質体系での反応率は一致**
- **不連続因子を用いることでメッシュ境界の表面中性子束が不連続になることを許容**
 - メッシュ境界の均質体系の表面中性子流を非均質体系の表面中性子流と一致させる代わりに、均質体系と非均質体系のメッシュ境界の表面中性子束で差異が生じるのを許容
 - 『**メッシュ境界の表面中性子束が不連続**』という境界条件を追加することで、**表面中性子束(2つ)と表面中性子流(2つ)の境界条件を満たすようになる**

不連続因子の導入

- 均質メッシュの境界において、不連続因子を次式で定義

$$DF_{s\pm,G,I} = \frac{\sum_{i \in I} \sum_{g \in G} \phi_{s\pm,g,i} S_{s\pm,i}}{\phi_{s\pm,G,I} S_{s\pm,I}} \quad (10)$$

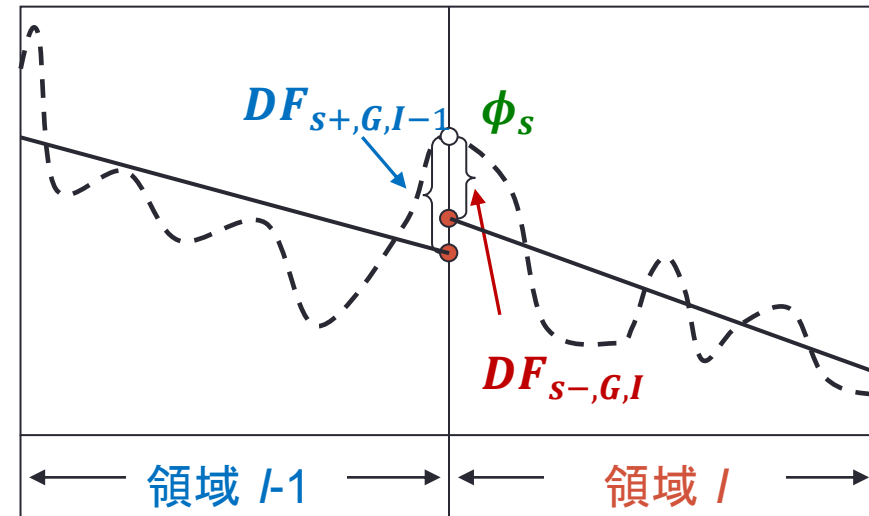
- (10)式より、均質体系におけるメッシュ境界での表面中性子束の関係は

$$\phi_{s-,G,I} = \frac{DF_{s+,G,I-1}}{DF_{s-,G,I}} \phi_{s+,G,I-1} \quad (13)$$



$$\phi_{s-,G,I} = \frac{1}{DF_{s-,G,I}} \phi_s$$

$$\phi_{s+,G,I-1} = \frac{1}{DF_{s+,G,I-1}} \phi_s$$

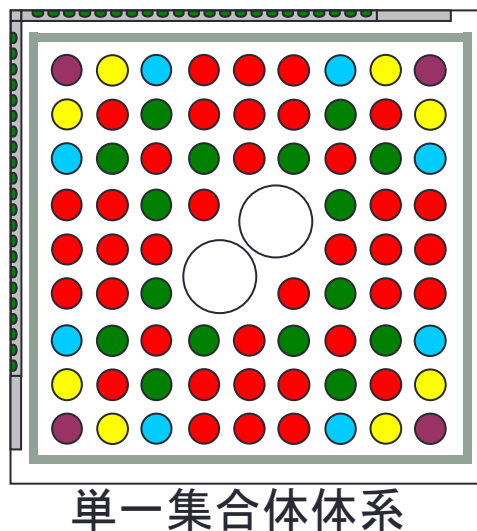


不連続因子の計算

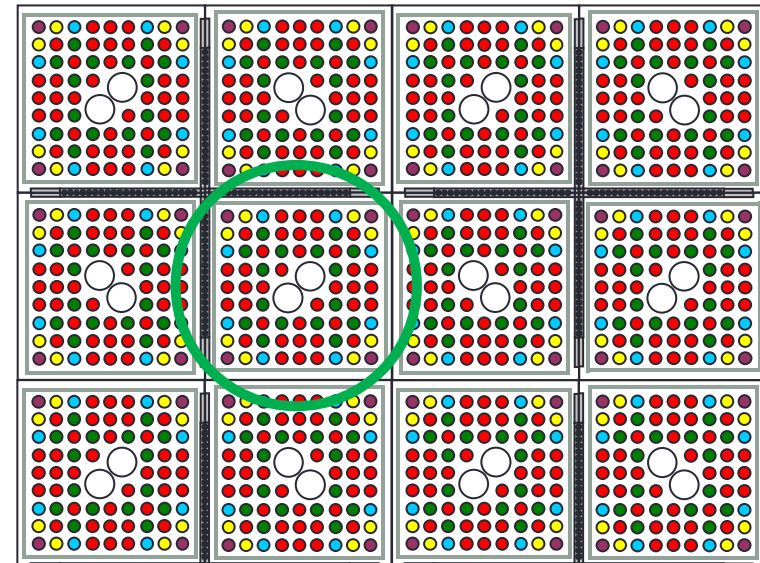
- 不連続因子の計算では均質体系と非均質体系のメッシュ境界の表面中性子流を一致させる必要がある
 - 応答行列法などの一部の手法を除き、拡散計算や輸送計算では表面中性子流を陽に取り扱うことは少ない
 - 表面中性子流を取り扱うためには計算コードの大幅な改造が必要に
 - コードの大幅な改造なしに不連続因子を適用したい!!
- 炉心計算における不連続因子の計算では計算コードの大幅な改造を行うことなく、不連続因子が適用可能

炉心計算での不連続因子の計算

- 一般的な集合体計算では単一集合体体系で計算
 - 完全反射境界条件を採用し、同じ集合体が無限に並んだ体系
- メッシュ境界での中性子の流入・流出はない
 - すなわち、メッシュ境界の表面中性子流は必ず零になる
- 単一集合体体系で計算すれば、均質体系と非均質体系のメッシュ境界の表面中性子流が一致
 - 計算コードを改造することなく、不連続因子を適用可能



実際の
 計算体系



不連続因子の適用

- 炉心計算コードに不連続因子を適用するためには、計算コードを一部改造する必要がある
 - 表面中性子流の計算式を次のように書き換える必要がある
 - 不連続因子を適用しない場合

$$J_{s+,G,I} = -D_{G,I} \frac{\phi_{s+,G,I} - \phi_{G,I}}{\frac{\Delta x_I}{2}} = -D_{G,I+1} \frac{\phi_{G,I+1} - \phi_{s-,G,I+1}}{\frac{\Delta x_{I+1}}{2}} \quad (15)$$

- 不連続因子を適用する場合

$$J_{s+,G,I} = -D_{G,I} \frac{\frac{\sum_{i \in I} \sum_{g \in G} \phi_{s+,g,i} S_{s+,i}}{DF_{s+,G,I} S_{s+,I}} - \phi_{G,I}}{\frac{\Delta x_I}{2}} = -D_{G,I+1} \frac{\phi_{G,I+1} - \frac{\sum_{i \in I} \sum_{g \in G} \phi_{s-,g,i+1} S_{s-,i+1}}{DF_{s-,G,I+1} S_{s-,I+1}}}{\frac{\Delta x_{I+1}}{2}} \quad (22)$$

※詳細はテキストを参考にしてください。

SPH法と不連続因子の違い

• 適用範囲

- 不連続因子は拡散計算に限定
 - 近年は輸送計算に対する不連続因子の適用に関する研究も実施
- SPHではどのような手法(拡散・輸送)にも適用可能

• メモリー容量

- 不連続因子では1メッシュ当たり6個の不連続因子が必要
- SPH法では断面積を直接補正するため、追加のメモリー容量が不要

• 自由度

- 不連続因子が1メッシュ当たり6個の変数を持つため、自由度が大きい
- SPH法では1メッシュ当たり1個の変数しか持たない
 - SPH法ではメッシュ平均の中性子流のみが保存され、メッシュの各表面の中性子流は保存されない

均質化誤差低減手法の注意点

- 均質化誤差低減手法を適用した体系と表面中性子流が大きくことなる体系では、均質化誤差を十分に低減できない場合がある
 - 平均濃縮度や燃焼度の異なる燃料が隣接する境界
 - UO_2 燃料集合体とMOX燃料集合体が隣接する境界など
 - ただし、均質化誤差低減手法を適用していない場合に比べれば均質化誤差が小さくなることが多く、均質化誤差低減手法の適用は有効
- 均質化誤差低減手法も万能な手法ではないことを覚えておくことが大事
 - どのような手法でも適用範囲があり、その適用範囲を理解して利用することが重要

高速化手法について

核計算の概要(外部反復と内部反復)

- 核計算は二つの反復計算から成立
 - 核分裂による生成項を定数とみなして中性子束を計算(更新)する内部反復

$$-D_{g,i} \frac{d^2}{dx^2} \phi_{g,i}^n + \Sigma_{t,g,i} \phi_{g,i}^n = \frac{\chi_{g,i}}{k^{n-1}} \sum_{g'} v \Sigma_{f,g',i} \phi_{g',i}^{n-1} + \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i} \phi_{g',i}^{n-1}$$

- 内部反復で得られた中性子束を用いて実効増倍率を計算(更新)する外部反復

$$k^n = \sum_i V_i \sum_g v \Sigma_{f,g,i} \phi_{g,i}^n$$

- 加速法にも内部反復を加速するものと外部反復を加速するものの二つがある

外部反復と内部反復 (拡散計算の場合)

- 一般的な拡散計算コードは二階の微分方程式を差分化

$$A_{g,i}^{x-} \phi_{g,i-1} + A_{g,i}^0 \phi_{g,i} + A_{g,i}^{x+} \phi_{g,i+1} = \frac{\chi_{g,i}}{k} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g',i} \phi_{g',i} + \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i} \phi_{g',i} \quad (40)$$

$$A_{g,i,j,k}^{x\pm} = - \frac{2D_{g,i\pm 1,j,k} D_{g,i,j,k}}{(D_{g,i\pm 1,j,k} \Delta x_i + D_{g,i,j,k} \Delta x_{i\pm 1}) \Delta x_i} \quad (36)$$

$$A_{g,i}^0 = \Sigma_{t,g,i} - (A_{g,i}^{x-} + A_{g,i}^{x+}) \quad (41)$$

- この連立一次方程式の計算を内部反復、実効増倍率 k の更新を外部反復と言う

連立一次方程式の解法 (内部反復計算の高速化)

- 直接解法
 - ガウスの消去法
 - LU分解
- 反復解法
 - ヤコビ法、ガウス・ザイデル法
 - Successive Over Relaxation (SOR) 法
 - 交互方向陰解法(ADI法)
 - 共役勾配法 (CG法)
 - Krylov部分空間法
- 一般的に、拡散方程式の様な粗行列では反復解法の方が高速
- 核解析コードでは主にSOR法やKrylov部分空間法を利用

※内部反復の高速化手法については時間の関係上、本講義では省略します。詳しくはテキストを参考にしてください。

外部反復の加速

- SOR法、Chebyshev外挿法
 - 以前の結果から固有値の収束値を外挿する手法
- Wielandt法
 - ドミナンス比(λ_1/λ_0)が小さくなるように式を変形する手法
- 粗メッシュ加速法
 - Coarse Mesh Rebalance (CMR)法
 - Coarse Mesh Finite Difference (CMFD)法
 - Generalized Coarse Mesh Rebalance (GCMR)法
 - 粗メッシュ計算の結果を用いて詳細メッシュ計算の結果を修正する手法

※本講義では実習で利用するSOR法とWielandt法、CMFD法のみを説明します。それ以外の手法についてはテキストを参考にしてください。

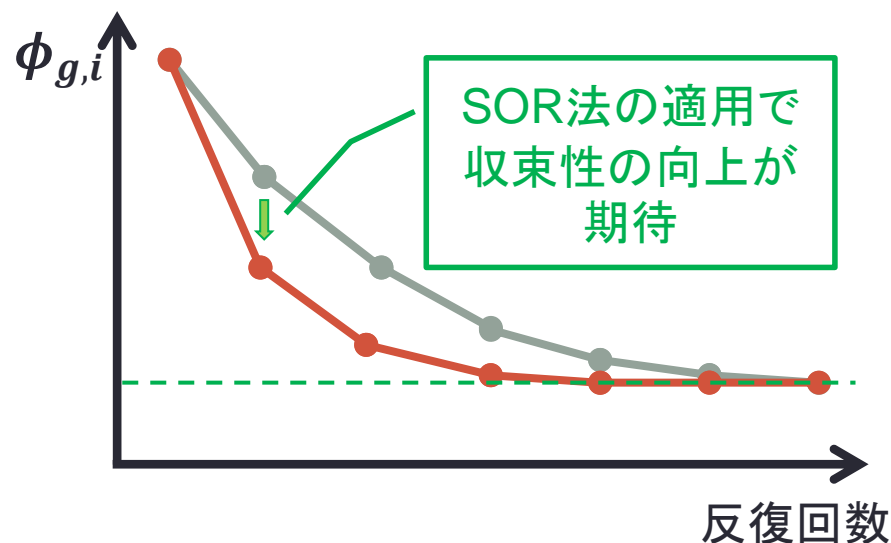
Successive Over Relaxation (SOR)法

- SOR法は人為的に中性子束を調整し、解に近づける手法

- 緩和係数 ω を用いて中性子束を次式で補正

$$\phi'_{g,i} = \phi_{g,i}^n + \omega(\phi_{g,i}^n - \phi_{g,i}^{n-1}) \quad (91)$$

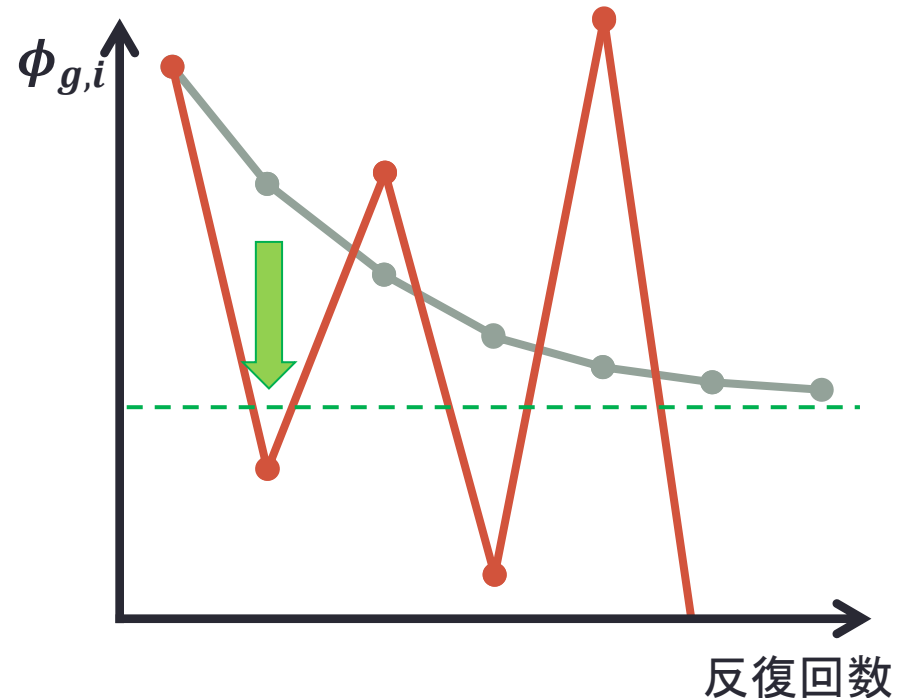
- 図のように解に対して単調に収束していく場合には効果的な手法
- SOR法では、一つ前の外部反復での中性子束を保存しておく必要がある



SOR法の特徴

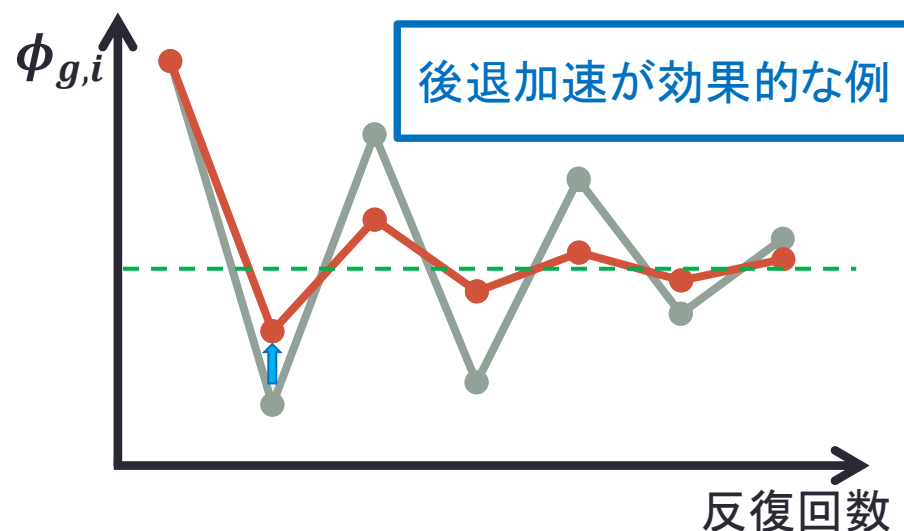
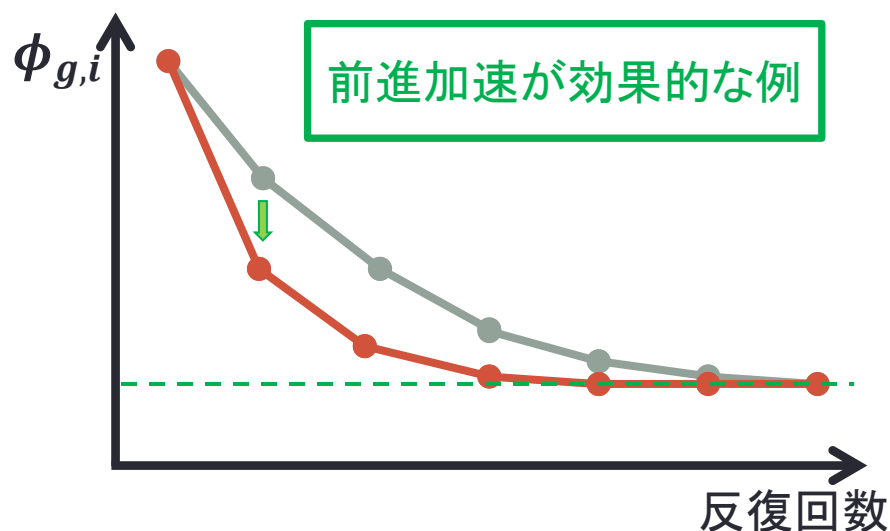
- 計算体系によって最適な緩和係数 ω の値が異なり、計算体系によっては発散する場合がある
 - 大きな ω を設定しなければ収束性が向上する場合が多い
- ω が大きすぎると発散する可能性があるので注意
 - 一般的な ω の範囲

$$1.0 < \omega < 2.0 \quad (76)$$



前進加速と後退加速

- SOR法は ω の値によって前進加速／後退加速の二通りの加速がある
- 前進加速 ($\omega > 1.0$)
 - 解に対して単調に収束していく場合
- 後退加速 ($\omega < 1.0$)
 - 解に対して振動しながら収束していく場合
- 対象とする計算体系によって前進加速と後退加速のどちらの加速を選択するかを決める必要がある
 - 講演者の感覚ではほとんどの体系で前進加速が効果的



【参考】Chebyshev外挿法

- SOR法ではn回目の中性子束 $\phi_{g,i}^n$ を $\phi_{g,i}^n$ と $\phi_{g,i}^{n-1}$ で補正
 - 解が $\phi_{g,i}^n$ と $\phi_{g,i}^{n-1}$ を用いて得られる一次関数の先にあると仮定
- Chebyshev外挿法では、 $\phi_{g,i}^n$ と $\phi_{g,i}^{n-1}$ に加えて $\phi_{g,i}^{n-2}$ を用いて中性子束を補正

$$\begin{aligned} \phi_{g,i}'^n &= \phi_{g,i}'^{n-2} + \alpha_n \left\{ \phi_{g,i}'^{n-1} - \phi_{g,i}'^{n-2} + \beta \left(\phi_{g,i}^n - \phi_{g,i}'^{n-1} \right) \right\} \end{aligned} \quad (99)$$

- SOR法に比べてメモリー量は増加するが、効果的な収束が期待
 - ただし、Chebyshev外挿法は係数 α_n 、 β の設定が難しいこと、SOR法でも十分に収束性が向上することから、実際の計算コードでChebyshev外挿法を使う例はあまりない

Wielandt法 (ドミナンス比とは？)

- 実効増倍率の収束性はドミナンス比(λ_1/λ_0)に依存
 - ドミナンス比を用いた予想外部反復回数 n

$$n = \log_{\lambda_1/\lambda_0} \varepsilon \quad (104)$$

- ドミナンス比によって外部反復回数は変化
 - 収束判定基準 $\varepsilon=10^{-5}$ の場合
 - ドミナンス比=0.10 : 外部反復回数 5回
 - ドミナンス比=0.97 : 外部反復回数 380回
 - ドミナンス比=0.99 : 外部反復回数 1150回
 - 大型の軽水炉ではドミナンス比が0.97～0.99と大きく、膨大な外部反復回数が必要に

ドミナンス比の低減

- Wielandt法ではドミナンス比が小さくなるように λ_e を導入

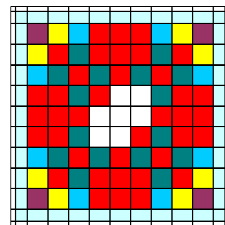
- 一群拡散方程式に適用した場合

$$-D_i \frac{d^2}{dx^2} \phi_i^n + \left(\Sigma_{a,i} - \frac{\nu \Sigma_{f,i}}{\lambda_e} \right) \phi_i^n = \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{\lambda_e} \right) \nu \Sigma_{f,i} \phi_i^{n-1} \quad (109)$$

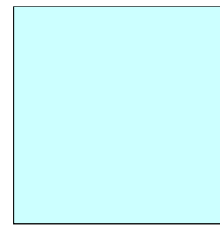
- 固有値が小さくなることにより、ドミナンス比も低下
 - ただし、内部反復の収束性は悪化
 - 多群では計算式が複雑になるため、効果は低い
 - 後述する粗メッシュ加速法を用いる際の粗メッシュ計算には効果的
- 計算式の改変も少なく、計算コードへの適用は比較的容易
 - 興味があったら作成中の二群拡散コードにWielandt法を適用してみてください

粗メッシュ加速法

- SOR法やChebyshev外挿法は一回の反復計算での中性子束の更新量を大きくすることで収束性が向上
 - もっと効率的に解に近づける方法はないか？
- 粗メッシュ加速法では計算体系(詳細メッシュ体系)よりも少ないメッシュ数の体系(粗メッシュ計算体系)の計算結果を用いて中性子束を更新
 - 拡散計算や輸送計算の計算時間はメッシュ数 \times エネルギー群数にほぼ比例
 - 粗メッシュ計算で詳細メッシュ計算の結果を再現することが出来れば、大幅な高速化が可能に！



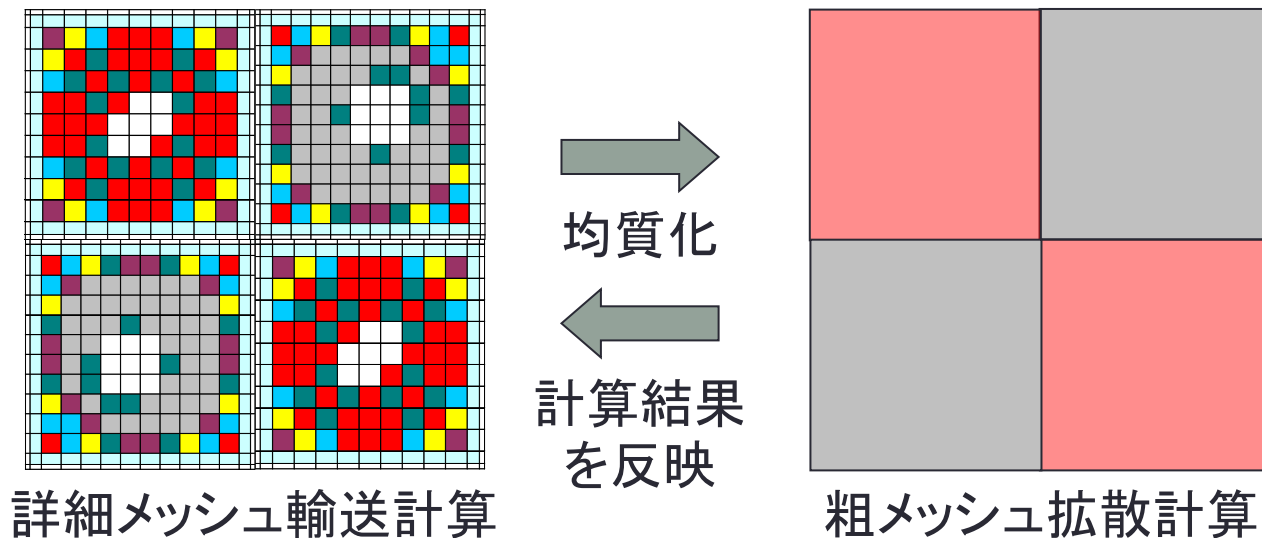
詳細メッシュの例



粗メッシュの例

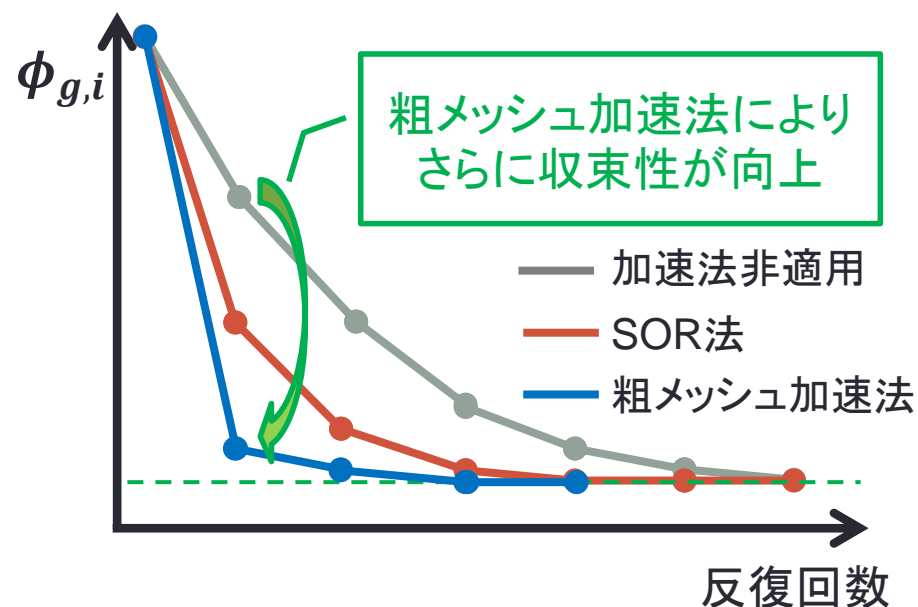
粗メッシュ加速法の概要

- 計算時間の早い粗メッシュ計算の結果を利用することで詳細メッシュ計算の外部反復回数を短縮化
 - しかし、単純に均質化しても均質化誤差の影響で粗メッシュ計算の結果は再現されない
 - 不連続因子に似た手法を用いて均質化誤差を低減



収束途中での均質化誤差低減手法の適用

- 不連続因子は詳細メッシュ計算が完全に収束した条件で適用
 - この条件であれば粗メッシュ計算の結果は詳細メッシュ計算の結果を再現
- 収束途中(外部反復n回目)で不連続因子を適用したらどうなるか？
 - n回目の外部反復における中性子束と実効増倍率が最終的に到達すると期待される値を計算
- 粗メッシュ加速法を適用することで、SOR法に比べてより確からしい中性子束を得ることが可能に



不連続因子とCMFD法の違い

- 不連続因子とCMFD法では係数の位置が異なる

- 不連続因子の場合

$$J_{s+,G,I} = -D_{G,I} \frac{\frac{\sum_{i \in I} \sum_{g \in G} \phi_{s+,g,i} S_{s+,i}}{DF_{s+,G,I} S_{s+,I}} - \phi_{G,I}}{\frac{\Delta x_I}{2}} = -D_{G,I+1} \frac{\phi_{G,I+1} - \frac{\sum_{i \in I} \sum_{g \in G} \phi_{s-,g,i+1} S_{s-,i+1}}{DF_{s-,G,I+1} S_{s-,I+1}}}{\frac{\Delta x_{I+1}}{2}} \quad (22)$$

- CMFD法の場合

$$J_{s+,g,I} = -\frac{2D_{g,I}}{\Delta x_I} \phi_{s+,g,I} + \hat{D}_{s+,g,I} \phi_{g,I} = -\hat{D}_{s-,g,I+1} \phi_{g,I+1} + \frac{2D_{g,I+1}}{\Delta x_{I+1}} \phi_{s+,g,I} \quad (137)$$

- 表面中性子流の計算式を比較すると、不連続因子では表面中性子束に不連続因子 $DF_{s+,G,I}$ が掛かっているのに対し、CMFD法ではメッシュ中心での中性子束に補正係数 $\hat{D}_{s+,g,I}$ が掛かっている
- CMFD法の式を用いた場合でも詳細メッシュ輸送計算が完全に収束した後粗メッシュ計算をすると結果が一致

CMFD法の計算手順

1. 詳細メッシュ体系の計算結果から粗メッシュ体系の拡散係数、断面積を計算

2. 中性子流の補正係数 $\hat{D}_{s+,g,I}$ を計算

$$\hat{D}_{s+,g,I} = \frac{J_{s+,g,I} + \frac{2D_{g,I}}{\Delta x_I} \phi_{s+,g,I}}{\phi_{g,I}} \quad (138)$$

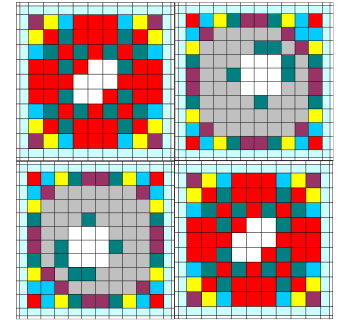
3. 粗メッシュ体系において拡散係数が完全に収束するまで計算

4. 粗メッシュ体系の中性子束 $\phi_{g,I,J,K}$ を用いて詳細メッシュ体系の中性子束 $\phi_{g,i,j,k}$ を補正

$$\phi'_{g,i,j,k} = \frac{\phi_{g,I,J,K} V_{I,J,K}}{\sum_{i \in I, j \in J, k \in K} \phi_{g,i,j,k}^n V_{i,j,k}} \phi_{g,i,j,k}^n \quad (151)$$

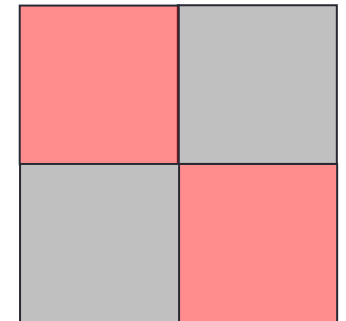
5. 補正された中性子束を用いて実効増倍率を再計算

$$k' = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_{g'} v \Sigma_{f,g',i} \phi'_{g',i,j,k} V_{i,j,k} \quad (152)$$



詳細メッシュ体系

均質化 ↓ ↑ 計算結果の反映



粗メッシュ体系

粗メッシュ加速法を実施する間隔

- 粗メッシュ拡散計算は外部反復のたびに実施すると、収束性が悪化してしまうことが多い
 - 粗メッシュ拡散計算を外部反復のたびに実施すると、SOR法で緩和係数 ω に大きな値を入れた時のように粗メッシュ拡散係数による補正が強すぎて、計算結果が振動したり発散する場合がある
- 収束性が悪化した際には、粗メッシュ拡散計算を実施した後に詳細メッシュ計算のみの外部反復計算を2～5回繰り返す必要がある
 - この粗メッシュ加速法を実施する間隔が広いほど安定して収束し、間隔が狭いほど計算時間が高速化される
 - 適切な間隔の設定が重要

粗メッシュ計算でのエネルギー群数

- 粗メッシュ計算ではエネルギー群数も縮約する場合が多い
 - 拡散計算や輸送計算の計算時間はメッシュ数 × エネルギー群数にほぼ比例
 - エネルギー群数を減らすことで粗メッシュ計算の高速化が実現
 - さらに一群に縮約することでWielandt法を用いた高速化が可能に
 - エネルギー群数を縮約すると詳細メッシュ体系の外部反復回数が増加してしまう場合もあるが、ほとんどの体系ではあまり変わらない
- 粗メッシュ計算をさらに加速する二段階の加速を行う計算コードもある
 - 一段階目：粗メッシュ **多群** 計算
 - 二段階目：粗メッシュ **一群** 計算

粗メッシュ計算での収束条件

- 粗メッシュ計算の収束条件は詳細メッシュ計算に比べて厳しい値を設定する必要がある
 - 粗メッシュ計算で収束条件を満たしていても、詳細メッシュ計算で収束条件を満たしていない場合、粗メッシュ計算の収束条件の範囲内で計算結果が振動してしまうため
- 粗メッシュ計算の収束条件は詳細メッシュ計算の収束条件の100分の1程度にすることが望ましい
 - 収束条件を100分の1にしても外部反復の増加は2倍以下のため、計算時間に大きな影響はない

収束条件と予想外部反復 回数の関係		収束条件		
		10^{-5}	10^{-7}	10^{-9}
ドミナンス比	0.10	5	7	9
	0.97	378	529	680
	0.99	1146	1604	2062

粗メッシュ加速法への後退加速の適用

- 後退加速は粗メッシュ加速法においても有効な手法
 - 計算体系によっては粗メッシュ拡散加速法を適用すると、解が振動する場合があるため
 - 補正係数 \hat{D} に次式のように緩和係数 ω を掛けることで収束性が向上する場合がある

$$\hat{D}' = (1.0 - \omega)\hat{D}_{\text{old}} + \omega\hat{D}_{\text{new}} \quad (165)$$

- 前進加速／後退加速は簡単に適用できるだけでなく、適用範囲が広いので様々な場面で利用可能

まとめ

- 空間均質化誤差低減手法について説明
 - SPH法
 - 非均質体系の反応率を保存するように断面積を補正
 - 不連続因子
 - メッシュ境界での非均質体系の中性子束・中性子流と均質体系の中性子束・中性子流を一致させる
- 拡散・輸送計算コードで使われている主な高速化手法について説明
 - Successive Over Relaxation(SOR)法
 - 人為的に中性子束を調整し、解に近づける手法
 - Wielandt法
 - ドミナンス比(λ_1/λ_0)を小さくすることで外部反復回数を低減する手法
 - 粗メッシュ加速法
 - 粗メッシュ体系の計算結果を用いて詳細メッシュ体系の中性子束を更新
 - 粗メッシュ加速法を適用する際の注意点やコツについても紹介